

УДК 621.396

А.А. Илюхин

## СПОСОБ ЭФФЕКТИВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СПУТНИКОВЫХ СЕТЕЙ ИНТЕРАКТИВНОГО ДОСТУПА

Рассмотрены механизмы статистического резервирования ресурса обратных каналов спутниковыми терминалами в сетях интерактивного доступа. Усовершенствован способ распределения доступной пропускной способности в виде постановки и решения задачи стохастического нелинейного целочисленного программирования. Предложены непараметрические и эвристические процедуры, позволяющие повысить вычислительную эффективность и качество решения оптимизационной задачи.

**Ключевые слова:** спутниковая сеть, интерактивный доступ, пропускная способность, динамическое резервирование, стохастическое программирование.

**Введение.** Интерактивные мультимедийные спутниковые сети, соответствующие спецификации стандартов DVB-RCS (ETSI EN 301 790 v1.3.1, 2003 г.), IPoS (TIA-1008, 2003 г.), становятся весьма привлекательным и высокоэффективным решением для ведомств, крупных предприятий и компаний с территориально-распределенной инфраструктурой, крайне заинтересованных в снижении затрат на оплату услуг связи и предпочитающих создавать собственные более экономичные технологические сети связи.

Реализованные в таких сетях механизмы интерактивного доступа (рисунок 1) основаны на периодической передаче спутниковыми терминалами (СТ) в моменты времени  $t_1, t_5, \dots$  запросов на резервирование пропускной способности обратных (СТ – HUB) каналов, учитывающих текущее состояние очередей буферов различных классов сервиса (голосовые приложения, передача данных, видеоконференц-связь и т. д.). HUB-станция, анализируя доступный ресурс пропускной способности, формирует частотно-временной план (ЧВП), регламентирующий объем и порядок передачи терминалами пачек пакетных данных на длительности очередного фрейма. Спустя некоторое время планирования, ЧВП циркулярно рассылается получившим регистрацию активным спутниковым терминалам. Длительность процедуры распределения (планирования) ресурсов  $[t_2, t_3]$  в реализованных современных VSAT-технологиях достигает 100...200 мс и с учетом времени

распространения сигнала 500 мс существенно увеличивает реакцию сети на обработку запросов динамического резервирования.

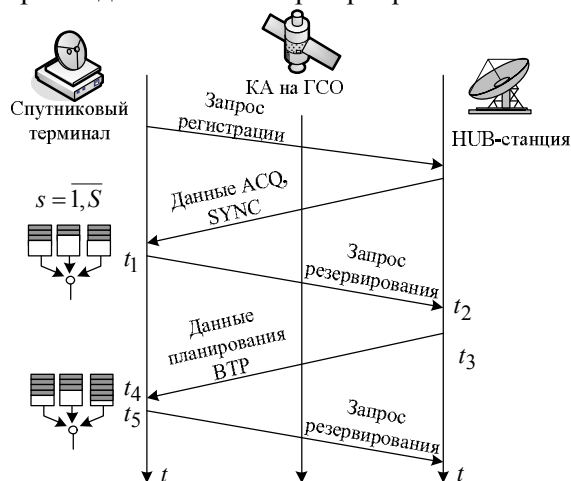


Рисунок 1 – Временная диаграмма процесса резервирования пропускной способности

Большинство предлагаемых способов планирования заключается в нахождении вида интегральной функции качества сетевого обслуживания по всем классам сервиса от распределяемых ресурсов и непосредственном решении известными методами задачи нелинейного целочисленного программирования [1–4]. Ряд работ [5, 6] предполагает включение в интегральную функцию качества прогнозных оценок состояния очередей либо оцениваемых параметров известных статистических моделей потоков. Уровень вычислительной сложности

предлагаемых алгоритмов, особенно при решении задач большой размерности, не соответствует условиям реализации в реальном времени, что не позволило довести их до практического применения в современных VSAT-технологиях.

Отсутствие математически строгого решения подобных задач, обладающего приемлемой для реализации в реальном времени вычислительной сложностью, исключающего использование известных статистических моделей потоков данных и допускающего применение механизмов обеспечения дифференцированных требований к качеству сервиса QoS (Quality of Service) для различных приложений, обуславливает необходимость совершенствования методов их решения.

**Постановка задачи.** Общедоступный частотно-временной ресурс обратных каналов согласно спецификации стандарта DVB-RCS разделяется на фреймы (рисунок 2), каждый фрейм, в свою очередь, – на частотно-временные слоты.

Передача пакетного трафика спутниковыми терминалами осуществляется по одному или последовательно по нескольким частотным каналам на временных позициях трафиковых тайм-слотов. Последовательность тайм-слотов в пределах фрейма на каждой несущей имеет следующий порядок: тайм-слот CSC общеканальной сигнализации, тайм-слот ACQ частотной коррекции, тайм-слот SYNC синхронизации и  $n_{trf}$  трафиковых тайм-слотов для передачи пользовательских данных.

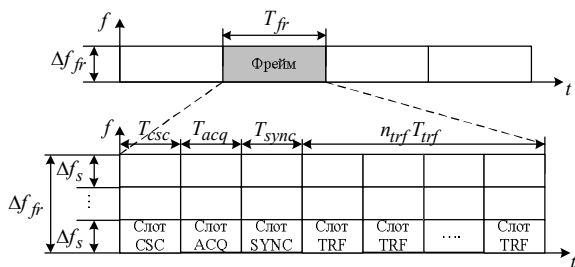


Рисунок 2 – Частотно-временная структура фрейма

Распределение доступных трафиковых тайм-слотов в очередном  $k$ -ом фрейме

$$M(k) = \Delta f_{fr} / \Delta f_s \cdot n_{trf} - a(k),$$

где  $\Delta f_{fr} / \Delta f_s$  – количество частотных несущих на фрейм;  $a(k)$  – число слотов, резервированных запросами предыдущих фреймов, осуществляется с учетом известного либо прогнозируемого статистического распределения количества протокольных блоков данных (PDU – Protocols Data Unit) в очередях буферов MAC-уровня активных спутниковых терминалов

$f_s^l : Z^+ \cup \{0\}$ . В общем случае  $f_s^l(y) > 0$ ,  $\forall y \in [0, \bar{y}_s]$ ,  $s = \overline{1, S}$ , где  $\bar{y}_s$  – максимально возможное число PDU соответствующего класса сервиса.

Вектор переменных решения  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_S)^T$ , заданных на множестве допустимых целочисленных значений  $X^l = \{x_s | x_s \geq 0\}$ ,  $\forall s = \overline{1, S}$ , определяет количество обслуживаемых PDU по всем очередям классов сервиса. Для обслуживания одного PDU соответствующего класса сервиса HUB-станцией выделяется необходимый объем трафиковых тайм-слотов  $\vec{d} = (d_1, \dots, d_S)^T$ .

Уровень требований к обеспечению дифференцированного качества QoS (Quality of Service) по классам сервиса устанавливается вектором удельных весовых коэффициентов (штрафов)  $\vec{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_S)^T$  за отказ в обслуживании одного PDU соответствующего класса сервиса  $s$ .

Формирование частотно-временной структуры фрейма с резервированными слотами и ее циркулярная рассылка в виде сервисных таблиц состава фрейма (FCT) и структуры слотов (TCT) осуществляются HUB-станцией сети для всех активных спутниковых терминалов.

Решение оптимизационной задачи заключается в достижении наиболее высокого уровня обеспеченности обслуживанием потоков данных активных спутниковых терминалов с учетом дифференцированных требований к качеству их сервиса путем минимизации интегральной штрафной функции  $Q(\vec{x})$ .

Например, для класса сервиса  $s$  при наличии в буфере у PDU и выделении тайм-слотов под обслуживание всего лишь  $x_s$  PDU весовая функция штрафа выражается как

$$q_s(y, x_s) = \omega_s \max\{0, y - x_s\}. \quad (1)$$

Тогда ожидаемый штраф для класса сервиса  $s$  в случае известной дискретной (гистограммной) плотности распределения  $f_s^l$ , когда обеспечены тайм-слотами  $x_s$  PDU, выражается функцией

$$Q_s^l(x_s) = \sum_{y=x_s}^{\infty} q_s(y, x_s) f_s^l(y) = \omega_s \sum_{y=x_s}^{\infty} (y - x_s) f_s^l(y), \quad (2)$$

а общий ожидаемый штраф  $Q(\vec{x}) = \sum_s Q_s(x_s)$ .

Общее количество назначаемых трафиковых тайм-слотов всем классам сервиса должно быть не более числа доступных тайм-слотов во фрейм

$$H(\vec{x}) \leq 0, \quad (3)$$

где  $H(\bar{x}) = \bar{x}^T \bar{d} - \dot{I}$ .

С учетом ограничения (3) задача распределения тайм-слотов между потоками всех классов сервиса активных спутниковых терминалов математически формализуется в следующем виде:

$$\min Q(\bar{x}, f_s^l(y), s), H(\bar{x}) \leq 0, \bar{x} = (x_1, \dots, x_s), \bar{x} \in \mathbf{X}^l. \quad (4)$$

Задача относится к классу задач стохастического нелинейного целочисленного программирования. Известные методы, применяемые к задачам такого класса, не позволяют достичь приемлемой для решения в реальном времени вычислительной сложности и приводят к длительным процедурам поиска оптимальных решений [7]. Для упрощения решения предлагается привести задачу целочисленного программирования к задаче нелинейной безусловной оптимизации с ослаблением ограничения целочисленности переменных до непрерывных значений и заключительного этапа поиска близких к оптимальным целочисленных решений на основе эвристических процедур.

Однако ввиду недифференцируемости функции  $f_s^l(y)$  целочисленных переменных для применения градиентных процедур методов нелинейной оптимизации проведем ее замену некоторой аппроксимирующей функцией  $f_s : R^+ \cup \{0\}$  плотности вероятности числа PDU, допускающей условие двойной дифференцируемости  $f_s(y)$  в интервале  $(0, \infty)$ .

В условиях непараметрической априорной неопределенности относительно вида распределения количества PDU на основе наблюдаемой в дискретные моменты времени однородной выборки  $Y_s = \{y(t_1), \dots, y(t_N)\}$  по каждому классу сервиса  $\forall s = \overline{1, S}$  могут быть сформированы регрессионные оценки плотности вероятности [8]

$$\hat{f}_s(y) = \frac{\sum_{n=1}^N K\left(\frac{y - y(t_n)}{\alpha}\right)}{N\alpha}, \quad (5)$$

где  $K(\alpha)$  – ядро, удовлетворяющее ряду известных свойств [8];  $\alpha$  – параметр сглаживания, значение которого может быть определено из условия максимизации функции правдоподобия, определяемой по методу перекрестной проверки

$$\Lambda(\alpha) = \prod_{n=1}^N \hat{f}(y(t_n)), \quad (6)$$

где  $\hat{f}(y(t_n)) = \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N K\left(\frac{y - y(t_i)}{\alpha}\right)}{(N-1)\alpha}$ .

Значения элементов выборки  $Y_s = \{y(t_1), \dots, y(t_N)\}, \forall s = \overline{1, S}$  обновляются в ходе реализации процедуры скользящего окна.

Представим составляющие (2) исходной целевой функции с целочисленными переменными в форме записи с действительными переменными

$$Q_s(x_s) = \varpi_s \int_{x_s}^{\infty} (y - x_s) \hat{f}_s(y) dy \quad (7)$$

и проведем анализ свойств задачи нелинейной оптимизации, использующей непараметрические регрессионные оценки плотности.

**Анализ свойств задачи нелинейной оптимизации**

*Утверждение 1.* Пусть на выпуклом множестве  $\mathbf{X} \subset R^n$  существует некоторая функция  $f : \mathbf{X} \mapsto R$ , дважды непрерывно дифференцируемая по  $\mathbf{X}$ . Если матрица Гессе  $\nabla^2 f(\mathbf{x})$  является положительно полуопределенной, то  $f(\mathbf{x})$  выпукла.

*Утверждение 2.* Интегральная функция  $Q(\mathbf{x})$   $s$  переменных с непараметрической регрессионной оценкой плотности распределения вероятности  $\hat{f}_s(y), s = \overline{1, S}$  является выпуклой по множеству  $\mathbf{X}$ .

*Доказательство.* Определим первые и вторые производные функции  $Q_s(x_s)$  по  $x_s$  в интервале  $(0, \infty)$  для всех классов сервиса  $s = \overline{1, S}$

$$\frac{dQ_s(x_s)}{dx_s} = \varpi_s \left( \int_0^{x_s} \hat{f}_s(y) dy - 1 \right), \quad (8)$$

$$\frac{d^2 Q_s(x_s)}{dx_s^2} = \varpi_s \hat{f}_s(x_s).$$

Таким образом, матрица первых производных и матрица Гессе для  $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$  примут вид:

$$\nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \varpi_1 \left( \int_0^{x_1} \hat{f}_1(y) dy - 1 \right) \\ \dots \\ \varpi_s \left( \int_0^{x_s} \hat{f}_s(y) dy - 1 \right) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\nabla_{\mathbf{xx}}^2 Q(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \varpi_1 \hat{f}_1(x_1) & & \\ & \dots & \\ & & \varpi_s \hat{f}_s(x_s) \end{bmatrix},$$

где недиагональные элементы  $\nabla_{\mathbf{xx}}^2 Q(\mathbf{x})$  равны нулю.

Поскольку  $\hat{f}_s(x_s) \geq 0, \forall s = \overline{1, S}$ , то матрица

Гессе  $\nabla_{xx}^2 Q(\mathbf{x})$  положительно полуопределена. Утверждение доказано.

*Следствие 1.* Поскольку функция  $\hat{f}_s(x_s)$  положительна ( $\hat{f}_s(x_s) > 0$ ) для всех  $x_s > 0$ ,  $\forall s = \overline{1, S}$ , то интегральная функция  $Q(\mathbf{x})$  строго выпукла.

*Доказательство.* Если функция  $\hat{f}_s(x_s) > 0$  для всех  $x_s > 0$ ,  $s = \overline{1, S}$ , то получаем выполнение условия положительной определенности матрицы Гессе  $\nabla_{xx}^2 Q(\mathbf{x})$  для функции

$$\mathbf{y}^T \nabla_{xx}^2 Q(\mathbf{x}) \mathbf{y} = \sum_s y_s^2 \varpi_s f_s(x_s) > 0, \forall \mathbf{y} \neq 0, \quad (10)$$

где  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_s)$ . Следствие доказано.

*Следствие 2.* Интегральная функция  $Q(\mathbf{x})$  устойчиво выпукла по  $\overline{\mathbf{X}}$ .

*Следствие 3.* Ограничивающее неравенство  $H(\mathbf{x}) \leq 0$  является связывающим при оптимальном решении  $\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}$ .

*Доказательство.* Из полученных матриц (9) очевидно, что  $Q_s(x)$  является убывающей функцией от  $x$  для всех  $s = \overline{1, S}$ . Исходя из этого свойства целевой функции при  $I \rightarrow \infty$ , задача имеет неограниченное множество решений  $\mathbf{x}^* \rightarrow (\infty, \dots, \infty)$ . Таким образом, введенное ограничение  $H(\mathbf{x}) \leq 0$  порождает ограничение и множества допустимых решений. Отметим, что ограничивающее неравенство  $H(\mathbf{0}) \leq 0$  может не быть связывающим при оптимальном целочисленном решении  $\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}^I$ .

**Способ решения задачи целочисленного программирования.** Для решения задачи предлагается использовать метод множителей Лагранжа, позволяющий привести задачу условной оптимизации к безусловной в виде функции Лагранжа

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = Q(\mathbf{x}) + \lambda H(\mathbf{x}), \lambda \geq 0. \quad (11)$$

*Утверждение 3.* Допустим  $\mathbf{0}^*$  и  $\lambda^*$  удовлетворяют следующим условиям:

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) = 0, \quad (12)$$

$$\nabla_{\lambda} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) = 0, \quad (13)$$

$$\mathbf{y}^T \nabla_{xx}^2 L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \mathbf{y} > 0 \quad (14)$$

для всех  $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$  с  $\mathbf{y} \in \left\{ \mathbf{y} \mid \nabla H(\mathbf{x}^*)^T \mathbf{y} = \mathbf{0} \right\}$ , тогда  $\mathbf{x}^*$  является устойчивым локальным минимумом.

*Доказательство.* Функция Лагранжа, представленная выражением (11), является выпуклой.

В этом случае с учетом полученных первых и вторых производных (8) матрица Гессе  $\nabla_{xx}^2 L(\mathbf{x}^*, \lambda^*)$  для Лагранжевой функции также является положительно определенной. Таким образом, найденные значения  $\mathbf{x}^*$  и  $\lambda^*$ , удовлетворяющие условиям (12) и (13), обеспечивают устойчивый локальный минимум функции  $L(\mathbf{x}, \lambda)$ , который означает также, что  $\mathbf{x}^*$  обеспечивает устойчивость локального минимума  $Q(\mathbf{x})$  с ограничением  $H(\mathbf{x}) \leq 0$ .

Оптимальные решения ( $\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}^I, \lambda^*$ ) для функционала (11) вычисляются в два этапа. На первом этапе определяем действительные решения  $\mathbf{x}^*$  и  $\lambda^*$ , удовлетворяющие условиям (12–14)

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}, \lambda) = \begin{bmatrix} \varpi_1 \left( \int_0^{x_1} \hat{f}_1(y) dy - I \right) + \lambda d_1 \\ \dots\dots\dots \\ \varpi_s \left( \int_0^{x_s} \hat{f}_s(y) dy - I \right) + \lambda d_s \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\nabla_{\lambda} L(\mathbf{x}, \lambda) = H(\mathbf{x}), \quad \nabla_{xx}^2 L(\mathbf{x}, \lambda) = \nabla_{xx}^2 Q(\mathbf{x}). \quad (16)$$

Из условия (12) и выражения (15) получаем

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} F_1^{-1} \left( I - \frac{\lambda^* d_1}{\varpi_1} \right) \\ \dots\dots\dots \\ F_s^{-1} \left( I - \frac{\lambda^* d_s}{\varpi_s} \right) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где  $F_s^{-1}(y) = \inf \{x \mid F_s(x) = y\}$ ,  $F_s(x) = \int_0^x \hat{f}_s(y) dy$ ,

а  $\lambda^*$  может быть получено подстановкой (17) в (16) для  $\nabla_{\lambda} L(\mathbf{x}, \lambda)$

$$\Psi(\lambda) = \sum_{s=1}^S d_s F_s^{-1} \left( I - \frac{\lambda d_s}{\varpi_s} \right). \quad (18)$$

Из условия  $\Psi(\lambda) = M$  получаем

$$\lambda^* = \Psi^{-1}(M), \quad (19)$$

где  $\Psi^{-1}(y) = \inf \{x \mid \Psi_s(x) = y\}$ .

Из (17, 19) окончательно получаем

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} F_1^{-1} \left( I - \frac{d_1}{\varpi_1} \Psi^{-1}(M) \right) \\ \dots\dots\dots \\ F_s^{-1} \left( I - \frac{d_s}{\varpi_s} \Psi^{-1}(M) \right) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

На втором этапе с использованием в качестве начальных оптимальных решений первого этапа определяем ближайшие целочисленные решения. Для эффективного поиска близких к оптимальным решений предлагается использовать эвристические процедуры, имеющие низкую вычислительную сложность.

1. Определяем множество номеров классов сервиса с нецелочисленными решениями  $A = \{s | x_s^* > [x_s^*], s = \overline{1, S}\}$ . Если множество  $A$  пустое, т. е.  $x_s^* = [x_s^*]$ ,  $s = \overline{1, S}$ , то решение найдено, в противном случае вычисляем освободившийся ресурс тайм-слотов  $a = \sum_{s \in A} (x_s^* - [x_s^*]) d_s$  вследствие ограничений на целочисленность.

2. Для всех номеров классов сервиса  $s \in A$  вычисляем коэффициент чувствительности частных штрафных функций относительно добавляемой разности к ближайшей целочисленной переменной

$$b_s = \frac{Q_s(x_s^*) - Q_s([x_s^*] + 1)}{d_s([x_s^*] + 1 - x_s^*)}$$

3. Определяем класс сервиса с наибольшим коэффициентом чувствительности  $j = \arg \max \{b_s, s = \overline{1, S}\}$ . Контролируя условие  $a \geq d_j$ , обновляем значения  $x_j^* = [x_j^*] + 1$ ,  $a = a - d_j$ ,  $A = A - \{j\}$  до тех пор, пока  $A = \emptyset$ .

**Анализ эффективности и результаты моделирования.** Эффективность предлагаемого способа распределения ресурса пропускной способности оценивалась по критерию относительной близости оптимального  $Q^*$  и полученного эвристической процедурой значений интегральной целевой функции  $Q$

$$\eta = \frac{Q - Q^*}{Q^*} (\%) \quad (21)$$

методом статистических испытаний.

*Исходные данные для моделирования.* В составе спутниковой сети интерактивного доступа спутниковые терминалы, представленные потоками данных четырех классов сервиса  $\bar{s} = (1, 2, \dots, 4)$ , осуществляют работу через HUB-станцию. Распределение количества PDU в очередях по каждому классу сервиса в пределах фрейма моделируется экспоненциальным законом с вектором параметров  $\bar{\mu}_s$ , изменяемых от фрейма к фрейму случайным образом, равномерно в диапазоне (4, 10) [PDU/фрейм]. Для аппроксимации плотности

распределения используется непараметрическая регрессионная оценка с ядром Епанечникова

$$K(z) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-z)^2 \text{ при } |z| \leq 1; \\ 0, \text{ при } |z| > 1, \end{cases} \quad (22)$$

и  $\alpha = 3$ . Затраты ресурсов и уровень требований к качеству обслуживания представлены векторами  $\bar{d} = (8, 6, 4, 2)$  [тайм-слотов/PDU] и  $\bar{w} = (4, 3, 2, 1)$  соответственно. Изменение доступного ресурса пропускной способности  $M$  [тайм-слотов] в каждом фрейме моделировалось равномерным законом в диапазоне (100, 200). Результаты моделирования на длительности 200 фреймов представлены на рисунках 3, 4.

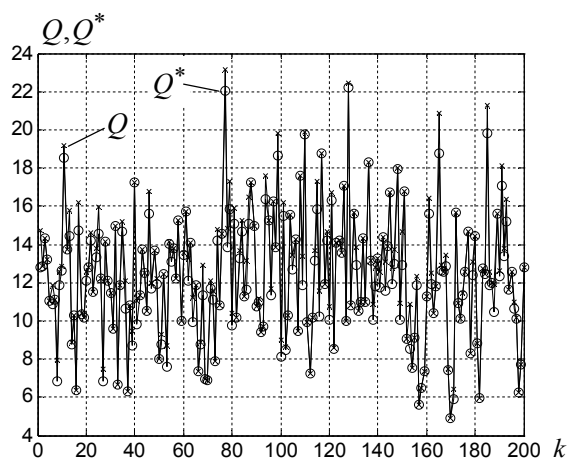


Рисунок 3 – Соотношение оптимальных и полученных эвристическим решением значений интегральной целевой функции

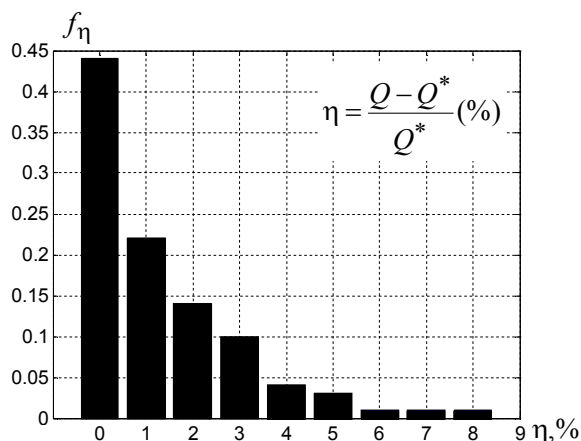


Рисунок 4 – Плотность распределения показателя эффективности

Анализ результатов показывает, что в 44 % от общего количества фреймов полученные предлагаемым алгоритмом решения соответствуют оптимальным значениям интегральной целевой функции  $Q^*$ . Достаточно высокая степень близости по показателю  $\eta \leq 5\%$  обеспе-

чивается в 90 % тестовых задач. Использование непараметрических регрессионных оценок позволяет с приемлемой точностью на малых объемах выборки аппроксимировать плотность распределения количества PDU в буфере *s*-класса сервиса с учетом ее нестационарного изменения.

**Заключение.** Предлагаемый способ основан на процедуре взвешенного распределения пропускной способности частотно-временного плана между спутниковыми терминалами, учитывающего уровень дифференцированных требований к качеству обслуживания источников мультимедийных данных. Динамический и стохастический характер поступления пакетных данных в буферы различных классов сервиса СТ и инерционность процесса формирования ЧВП обусловили необходимость применения непараметрических регрессионных оценок плотности распределения количества PDU и упрощения вычислительных процедур решения задачи целочисленного нелинейного программирования. Результаты моделирования алгоритма распределения пропускной способности на примере 200 тестовых задач подтверждают возможность получения близких к оптимальным решений на уровне показателя эффективности  $\eta \leq 5\%$  в 90 % случаях при среднем времени вычисления не более 20 мс.

#### **Библиографический список**

1. Neale J., Green R., Landovskis J. Interactive channel for multimedia satellite networks, IEEE Commun. Mag., PP. 192-198, Mar. 2001.
2. Lee K.-D., Cho Y.-H., Lee S. J., Lee H.-J. Optimal design of su-perframe pattern for DVB-RCS return link, ETRIJ., vol. 24, no. 3, PP. 251-254, 2002.
3. Lee K.-D., Cho Y.-H., Lee H.-J., Oh D. G. Improving efficiency of timeslot assignment for nonrealtime data in a DVB-RCS return link: Modeling and algorithm, ETRIJ., vol. 25, no. 4, 2003.
4. Lee K.-D., Lee H.-J., Cho Y.-H., Oh D. G. Throughput-maximizing timeslot scheduling for interactive satellite multi-class services, IEEE Commun. Lett., vol. 7, PP. 263-265, June 2003.
5. Zhang T., Berg E., Chennikara J., Agrawal P., Chen J.-C., Ko-dama T. Local predictive resource reservation for handoff in multimedia wireless IP networks, IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 19, PP. 1931-1941, Oct. 2001.
6. Leung K. K., Massey W. A., Whitt W. Traffic models for wireless communication networks, IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 12, Oct. 1994.
7. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / под ред. М. Л. Быховского. - М.: Мир, 1975. - 534 с., ил.
8. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. - М.: Мир, 1993. - 349 с.