УДК 519.92

А.В. Шаронов, С.В. Новоселов

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ОСНОВАННЫЙ НА ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИИ

Предложен алгоритм сжатия и восстановления части изображения по его полному вейвлет-образу. Показано, что алгоритм позволяет осуществлять восстановление требуемого фрагмента изображения, используя не все вейвлет-коэффициенты, а только те, которые относятся к этому фрагменту. При этом вычислительные затраты системы сокращаются в среднем в 8 раз по сравнению с затратами на работу алгоритмов, использующими всю информацию об изображении.

Ключевые слова: *двумерное вейвлет-преобразование, информационная система, матрица изображения, пиксель, растровое изображение, сжатие изображения.*

Введение. Обработка растровых изображений является одной из наиболее актуальных задач в области обработки и передачи информации. В настоящее время разработано множество алгоритмов математической обработки изображений, основанных на различных принципах [1-3]. Эти алгоритмы широко применяются в большинстве методов сжатия и восстановления изображений. При решении задачи обработки изображении с использованием алгоритмов сжатия с потерями зачастую бывает трудно отыскать оптимальное соотношение качества восстанавливаемого изображения и быстродействия информационной системы, предъявляемое требованиями к ее разработке.

В алгоритмах сжатия без потерь при запросе требуемого, пусть может и небольшого, фрагмента изображения системе приходится работать со всем изображением, что также замедляет ее быстродействие.

Целью работы является разработка алгоритма, устраняющего указанные недостатки.

Постановка задачи. Каждое изображение, получаемое информационной системой, является растровым, то есть оно представляется в виде матрицы пикселей. Требуется построить алгоритм восстановления фрагмента изображения в различных масштабах, не использующий всю его исходную матрицу.

Формирование алгоритма обработки изображения. Известно, что модель растрового изображения представляется в виде матрицы пикселей, каждый из которых определяет интенсивность цвета, являющуюся числом вида 0x*bbggrr* (в шестнадцатеричной системе исчисления), где *bb*, *gg* и *rr* задают интенсивность цвета в каждой из трех составляющих, соответственно синей (*bb*), зеленой (*gg*) и красной (*rr*) [4].

В [5] был предложен алгоритм, основанный на теории вейвлет-преобразования, для восстановления рельефа подстилающей поверхности, удовлетворяющий этим требованиям. Полученные результаты позволяют использовать тот же самый подход для формирования алгоритма обработки растровых изображений.

Фильтр, осуществляющий вейвлет-преобразование изображения, усредняет каждую из цветовых составляющих. Пусть, например, в исходном изображении два соседних пикселя p и q имеют значения: 5314466 и 5576102 соответственно (в шестнадцатеричном представлении это 5117a2 и 5515a6). Тогда вейвлет-преобразование производится следующим образом: результирующий цвет пикселя c в преобразованном изображении получается усреднением каждой цветовой составляющей исходных пикселей p и q:

$$c_b = \frac{(p_b + q_b)}{2} = \frac{55+51}{2} = 53\,,$$

$$c_g = \frac{(p_g + q_g)}{2} = \frac{17+15}{2} = 16\,,$$

$$c_r = \frac{(p_r + q_r)}{2} = \frac{a2+a6}{2} = a4\,,$$

а потому интенсивность цвета усредненного пикселя будет 5316a4.

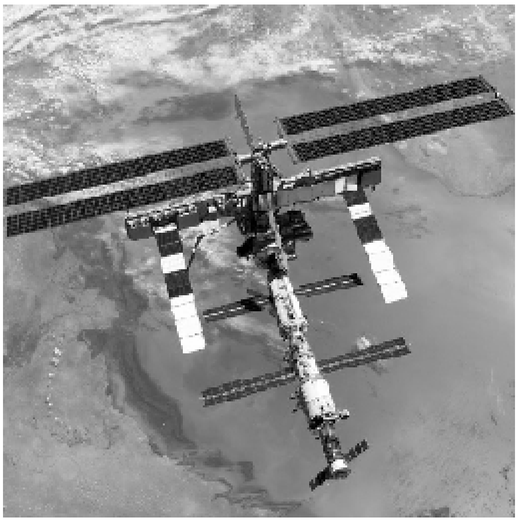

Рисунок 1 – Тестовое изображение

Если изображение является черно-белым, то каждый элемент матрицы представляется гораздо проще – одним числом. Это число соответствует градации серого цвета: 0 – черный цвет, Q-1 – белый, где Q – число всех различимых градаций серого, в стандартных случаях это число равно 256.

Пусть к обработке предъявляется тестовое изображение, представленное на рисунке 1.

Применение двукратного вейвлет-преобразования дает картину, представленную на рисунке 2, в которой уменьшенная копия изображения расположена в верхнем левом углу.

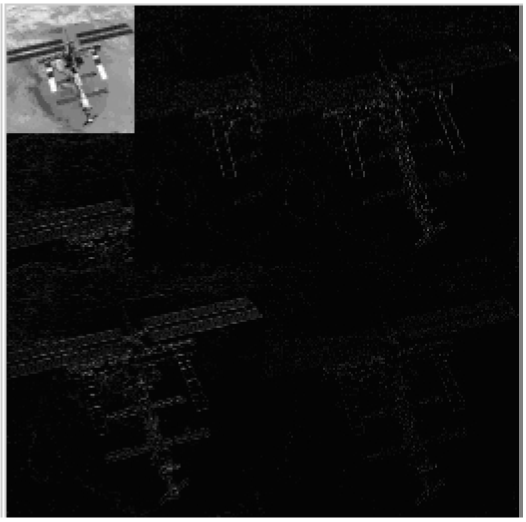

Рисунок 2 – Результат вейвлет-преобразования изображения

Анализ результата, представленного на рисунке 2, показывает, что в элементах, располагающихся вне верхнего левого угла, хранятся «затененные» пиксели. Применение обратного вейвлет-преобразования приводит к восстановлению изображения в исходном масштабе. При необходимости восстановления его фрагмента алгоритм работает следующим образом.

1. В верхней левой подматрице матрицы $\mathbf{H}_{2n}$, полученной из исходной матрицы $\mathbf{H}$ изображения n-кратным вейвлет-преобразованием выделяется фрагмент, который необходимо восстановить. Матрице $\mathbf{H}_{2n}$ соответствует изображение рисунка 2.

2. Во всех остальных подматрицах выделяются аналогичные фрагменты в соответствующих масштабах.

3. Из выделенных фрагментов образуется матрица $\mathbf{H}_{2n}^*$ уже меньшей размерности, соответствующей той ее части, которую составляет фрагмент по отношению ко всему изображению.

4. Матрица $\mathbf{H}_{2n}$ подвергается обратному вейвлет-преобразованию $\mathbf{M}^{-1}$, переводящее ее в матрицу $\mathbf{H}^*$, которая и является матрицей пикселей требуемого фрагмента изображения.

Пример восстановления фрагмента изображения. Проверка работоспособности алгоритма проводилась на тестовом изображении, представленном на рисунке 1. Для простоты вычислений считается, что оно является черно-белым с 256 градациями серого цвета, при этом сжатое изображение будет выглядеть так, как показано на рисунке 3, а восстанавливаемый фрагмент выделен черной рамкой.

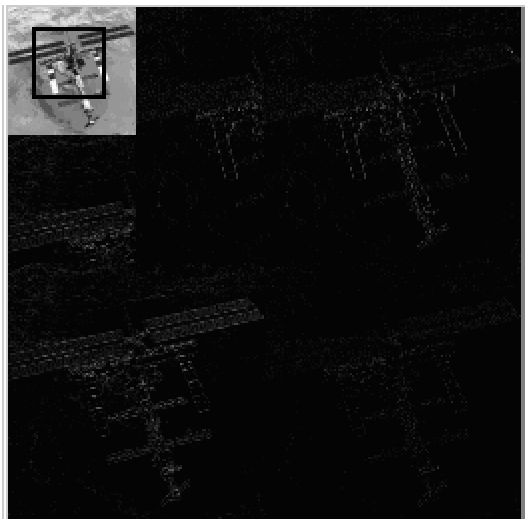

Рисунок 3 – Восстанавливаемый фрагмент изображения

Матрица пикселей размерности (400х400), соответствующая сжатому изображению, показанному на рисунке 3, будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{H}_4 = \begin{pmatrix} 202 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ldots & \mathbf{200} & \ldots & \mathbf{85} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ldots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ldots & \mathbf{125} & \ldots & \mathbf{100} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 12 \end{pmatrix}.$$

Фрагмент имеет размерность (50x50) и выделен жирным шрифтом.

В остальных частях матрицы пикселей выбираются соответствующие фрагменты в различных масштабах, выделенные серыми рамками так, как это показано на рисунке 4.

Из этих фрагментов составляется матрица $\mathbf{H}_4^*$ пикселей.

$$\mathbf{H}_4^* = \begin{pmatrix} \mathbf{200} & \ldots & \mathbf{85} & .. & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ldots & \vdots \\ \mathbf{125} & \mathbf{\ldots} & \mathbf{100} & \ldots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots & 0 \end{pmatrix}.$$

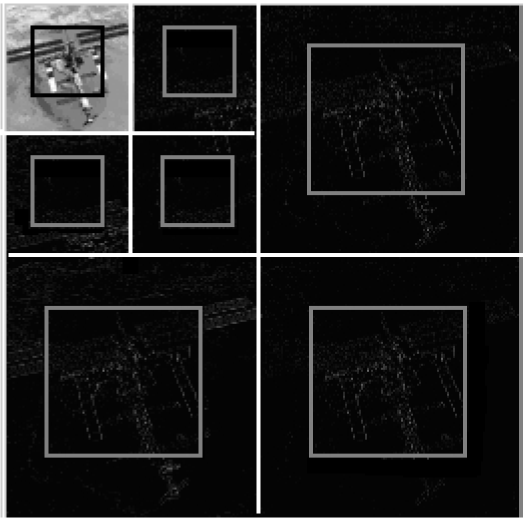

Рисунок 4 – Выделенные фрагменты восстанавливаемого изображения

Размер этой матрицы пропорционален отношению фрагмента, требуемого для восстановления ко всему изображению, и он меньше размера исходной матрицы $\mathbf{H}_4$.

На рисунке 5 показано изображение, соответствующее матрице $\mathbf{H}_4^*$.

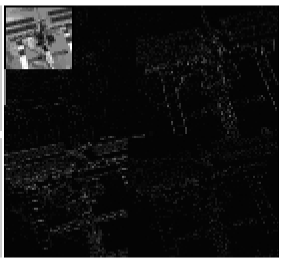

Рисунок 5 – Изображение, соответствующее матрице фрагментов

Обратное двукратное вейвлет-преобразование $\mathbf{M}^{-1}$ размерности (100x100) [6] переводит матрицу $\widetilde{\mathbf{H}}^*{}_4$ в матрицу $\widetilde{\mathbf{H}}^*{}_3$, а последнюю – в матрицу $\widetilde{\mathbf{H}}^*{}_2$ по правилу $\widetilde{\mathbf{H}}^*{}_3 = \mathbf{M}^{-1}\widetilde{\mathbf{H}}_4^*$, $\widetilde{\mathbf{H}}^*{}_2 = \left(\mathbf{M}^{-1}\widetilde{\mathbf{H}}_3^{*\mathbf{T}}\right)^{\mathbf{T}}$,

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{W} \\ -- \\ \mathbf{G} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix} -$$

матрица размерности (100x100),

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} -$$

матрица размерности (50x100),

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix} -$$

матрица размерности (50x100).

Аналогично осуществляется обратное вейвлет-преобразование матрицы $\mathbf{H}_2^*$, дополненной элементами матрицы $\mathbf{H}_4^*$, не входящими в верхнюю левую подматрицу. Это преобразование задается матрицей $\mathbf{M}^{-1}$ размерности (200x200) и переводит матрицу $\mathbf{H}_2^*$, в матрицу $\mathbf{H}_1^*$, а матрицу $\mathbf{H}_1^*$ в матрицу $\mathbf{H}^*$ по правилам

$$\mathbf{H}^*{}_1 = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}^*{}_2,$$

$$\mathbf{H}^* = \left(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}^*{}_1{}^{\mathbf{T}}\right)^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 200 & \ldots & 85 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 125 & \ldots & 100 \end{pmatrix}.$$

Восстановленный фрагмент изображения, соответствующий матрице $\mathbf{H}$, показан на рисунке 6.

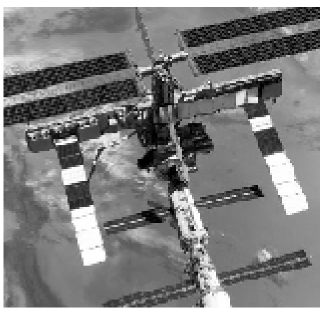

Рисунок 6 – Восстановленный фрагмент изображения

Анализ изображения, представленного на рисунке 6, показывает, что в результате обработки восстановлен именно тот фрагмент изображения, который был выделен в уменьшенной его копии, при этом восстановление производилось только по части матрицы пикселей изображения.

Сопоставление затрат на реализацию алгоритмов обработки изображений. Число машинных операций K при перемножении двух матриц размером (mxm) вычисляется по формуле

$$K(b) = m \cdot m \cdot (qb^2 + rb),$$

где q – число операций умножения, r - число операций сложения (на сложение затрачивается b единиц ресурсов, на умножение – b^2) [7].

Таким образом, затраты на реализацию алгоритма N-кратного двумерного вейвлет-преобразования рассчитываются по формуле

$$K^*(b) = \sum_{i=1}^{N} 2 \cdot m_i \cdot m_i \cdot (q_i b^2 + r_i b),$$

в которой множитель 2 вводится для учета двукратного перемножения матриц на одном шаге вейвлет-преобразования.

Итак, для рассмотренного примера зависимости затрат K_1 на реализацию алгоритма, использующего всю матрицу изображения, и затрат K_2 на реализацию алгоритма с обработкой части матрицы будут

$$K_1(b) = 2 \cdot (16 \cdot 4 + 64 \cdot 8) \cdot (b^2 + b),$$

$$K_2(b) = 2 \cdot (4 \cdot 2 + 16 \cdot 4) \cdot (b^2 + b).$$

На рисунке 7 представлены графики зависимости $K_1(b)$ (пунктирная линия) и $K_2(b)$ часть (сплошная линия).

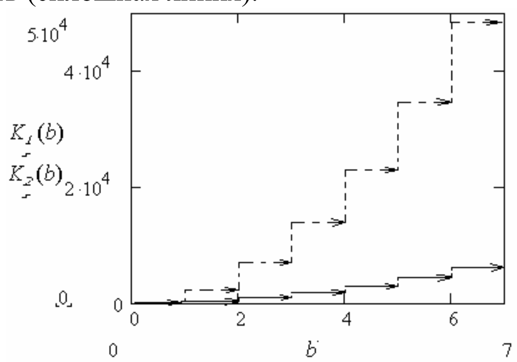

Рисунок 7 – Зависимости числа машинных операций *K* от числа ячеек памяти *b*

Выводы. Анализ результатов решения модельной задачи подтверждает предположение о том, что разработанный алгоритм вейвлет-преобразования можно использовать для сжатия и восстановления растровых изображений. Кроме того, если восстанавливается только фрагмент изображения, то достаточно использовать часть верхней левой подматрицы, содержащую соответствующий фрагмент, и те же фрагменты в остальных подматрицах, взятые в различных масштабах.

При этом вычислительные операции выполняются над матрицами меньших размеров, чем исходная матрица изображения (в модельной задаче **H** имеет размер (400x400), а вычисления выполняются с матрицами размера (200x200)). Как показал анализ вычислительных затрат, применение алгоритма восстановления фрагмента изображения, не использующего всю исходную матрицу, приводит к сокращению машинных операций в 8 раз, а значит, увеличивается быстродействие системы. Это особенно важно для организации вычислительных процедур в информационных системах, работающих в реальном или близком к реальному масштабах времени.

Работа выполнена при поддержке РФФИ по проектам № 07-08-00261 и 09-08-0699.

Библиографический список

1. *Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю., Князь В. А., Ходарев А. Н.* Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW и IMAQ Vision. ДМК-Пресс, 2008. - 464 с.

2. *Красильников Н. Н.* Цифровая обработка изображений. М.: ВШ., 2001. – 320 с.

3. Цифровое преобразование изображений: учебное пособие для вузов / Под ред. Р.Е. Быкова. - М.: 2003. - 228 с.

4. *Charles A. Poynton* (2003). Digital Video and HDTV: Algorithms and Interfaces. // Morgan Kaufmann. – P.17.

5. *Шаронов А.В., Новоселов С.В.* Построение алгоритма формирования модели рельефа подстилающей поверхности геоинформационной измерительной системой // Вестник МАИ. 2009. – Т.16. №1. – С. 95-100.

6. *Шокуров А. В., Михалёв А. В.* Оптимальное использование вейвлет-компонент // Успехи мат. наук. 2007.- Т. 62. № 4.— С. 171.

7. *Гашков С.Б.* Системы счисления и их применение. - МЦНМО, 2004. - 52 с.