

УДК 621.391.14:519

**В.К. Злобин, Б.В. Костров, А.С. Асаев, Е.Р. Муратов****СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

*Изложены подходы к обработке изображений в спектральной области при разложении по базисным функциям Уолша. Рассмотрено построение фильтров для размытия и увеличения четкости изображения на примере Гауссовых фильтров в частотной области, а также спектральное контрастирование и методы дешифрирования объектов изображения. Представлены практические результаты обработки изображений в спектральном базисе Уолша.*

**Введение.** Методы обработки изображений можно подразделить на два класса: пространственные (выполняющиеся непосредственно над матрицей изображения) и частотные. В общем случае изображение описывается некоторой матрицей  $f(k, l)$ ,  $k = \overline{1, N}$ ,  $l = \overline{1, M}$ , элементами которой являются значения яркости отсчетов изображения. Частотные методы обработки изображений используют спектральную форму представления изображений (спектр изображений). Частотный спектр представляет собой матрицу  $F(u, v)$ ,  $u = \overline{1, N}$ ,  $v = \overline{1, M}$ , полученную путем разложения исходной матрицы изображения по определенному базису. В классической спектральной теории используется разложение по Фурье-базису, но, как показано в [1] и [2], преобразования Фурье являются трудоемкими для обработки на ЭВМ, а следовательно, и «медленными». Существует множество других преобразований, среди которых можно выделить преобразование Уолша-Адамара. При этом переход от изображения  $f(k, l)$  к его спектру  $F(u, v)$  осуществляется следующим образом:

$$F(u, v) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} f(k, l) wal(u, k) wal(v, l), \quad (1)$$

где  $wal(u, k)$  и  $wal(v, l)$  – нормированные функции Уолша по координатам  $u$  и  $v$  соответственно. В [1] показано, что обработка при переходе к базису Уолша-Адамара сводится только к операциям сложения, в отличие от обработки Фурье-спектра, где на каждом шаге преобразования необходимо выполнять операции комплексного умножения. Таким образом можно существенно сократить время обработки спектрограммы на ЭВМ.

**Улучшение визуальных качеств изображения.** Улучшение визуальных качеств изобра-

жения содержит такие задачи, как улучшение резкости изображения, его размытие, контрастирование, фильтрация и другие. В частотной области для реализации данных задач используют фильтры различных профилей. Покажем применение фильтров к частотной области Уолша-Адамара на примере фильтра Гаусса, передаточная функция которого для двумерного случая задается формулой

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}, \quad (2)$$

где  $D(u, v)$  – расстояние от начала координат обрабатываемого спектра изображения,  $D_0$  – частота среза (ширина гауссовой кривой). Рассмотрим случай, когда  $D(u, v)$  задается формулой

$$D(u, v) = \text{Max}(u, v), \quad (3)$$

где  $u$  и  $v$  – координаты спектра изображения (матрицы спектра).

Спектральный образ после применения фильтра будет определяться как  $G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$ , где  $H(u, v)$  – спектральный образ передаточной функции фильтра,  $F(u, v)$  – спектральный образ исходного изображения. Умножение функций двух переменных  $H(u, v)$  и  $F(u, v)$  осуществляется поэлементно. Фильтрованное изображение  $g(k, l)$  получается путем применения обратного преобразования Уолша к полученному спектру  $G(u, v)$ , т.е.

$$g(k, l) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} G(u, v) wal(k, u) wal(l, v). \quad (4)$$

Таким образом, фильтрация изображений в базисе Уолша ведется в соответствии с теоремой о свертке:

$$h(k, l) * f(k, l) \Leftrightarrow H(u, v)F(u, v), \quad (5)$$

где  $f(k, l)$  и  $h(k, l)$  – исходное изображение и накладываемый фильтр, заданные в пространственной области.  $F(u, v)$  и  $H(u, v)$  – спектрограммы Уолша исходного изображения и фильтра соот-

ответственно. Приведем доказательство данной теоремы для базиса Уолша.

Рассмотрим одномерный случай. Пусть функция  $x(c)$  имеет спектр Уолша  $X(u)=F(u)Y(u)$ , где  $F(u)$  и  $Y(u)$  – спектры Уолша функций  $f(k)$  и  $y(c)$  соответственно,  $c=\overline{1,N}$ ,  $k=\overline{1,N}$ . Используя обратное преобразование Уолша

$$\begin{aligned} F(u) &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) wal_k(u), \\ Y(u) &= \frac{1}{N} \sum_{c=0}^{N-1} y(c) wal_c(u), \text{ получаем:} \\ X(u) &= F(u)Y(u) = \\ &= \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) wal_k(u) \right] \left[ \frac{1}{N} \sum_{c=0}^{N-1} y(c) wal_c(u) \right] = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) \sum_{c=0}^{N-1} y(c) wal_{k \oplus c}(u). \end{aligned} \quad (6)$$

Применяя теорему об умножении сигнала на функцию Уолша [3]:

$$\begin{aligned} F(u) wal_c(u) &= \sum_{k=0}^{N-1} f(k) wal_{k \oplus c}(u) = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} f(k \oplus c) wal_k(u), \end{aligned}$$

выражение (6) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} X(u) &= \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) \sum_{c=0}^{N-1} y(k \oplus c) wal_c(u) = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{c=0}^{N-1} wal_c(u) \sum_{k=0}^{N-1} f(k) y(k \oplus c). \end{aligned} \quad (7)$$

Используя обратное преобразование Уолша

$$X(u) = \frac{1}{N} \sum_{c=0}^{N-1} x(c) wal_c(u), \quad \text{формулу (7)}$$

представим в виде:

$$x(c) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) y(k \oplus c). \quad (8)$$

Выражение (8) является, согласно теореме о бинарной свертке [3], сверткой двух функций  $f(k)$  и  $y(c)$  и записывается в виде

$$f(k) * y(c) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) y(k \oplus c). \quad (9)$$

Таким образом, свертка двух функций  $f(k) * y(c)$  в пространственной области соответствует произведению их Уолш-образов  $F(u)Y(u)$  в частотной. Полученные результаты легко распространить на двумерный случай.

В общем случае фильтрация изображения состоит из следующих этапов.

1. Предварительная обработка.

2. Получение спектрограммы путем применения преобразования Уолша.

3. Фильтрация в частотной области.

4. Восстановление изображения по спектрограмме.

Обработку изображений осуществляют, как правило, оконным методом, т.е. обрабатывается не все изображение за один этап, а только определенная его часть – «окно», после обработки координаты окна на исходном изображении изменяются по определенным алгоритмам, и производится аналогичная обработка изображения следующего окна. Таким образом, удается значительно снизить затраты памяти и времени обработки на ЭВМ. Эти действия должны быть произведены на первом этапе - этапе предварительной обработки.

Получение спектрограммы и обратное преобразование производится соответственно согласно формулам (1) и (4).

Фильтрация в частотной области осуществляется фильтром с передаточной функцией  $H(u,v)$ . Для задачи размытия изображения необходимо построить Гауссов фильтр нижних частот, заданный по формуле (2).

Как показано в работе [4], поэлементное умножение спектрограммы изображения в базисе Уолша, кроме элементов нулевой частоты, на постоянную величину  $k>0$  дает при восстановлении изображения согласно формуле (4) операцию контрастирования. Причем, если  $0<k<1$ , наблюдается уменьшение контраста. Данная операция позволяет производить контрастирование непосредственно в частотной области, что дает возможность включать контрастирование в процедуры обработки изображения на уровне частотного спектра Уолша. Это позволяет строить комбинированные фильтры при однократном переходе от изображения к его спектрограмме, уменьшая таким образом время на обработку.

Низкочастотная фильтрация позволяет упростить анализ за счет сглаживания изображения на участках с деталями, имеющими размеры меньше интересующих, например в задачах обнаружения. На рисунке 1 представлен результат обработки изображения низкочастотным фильтром. В опытно-экспериментальной программе обрабатывалось монохромное изображение размером 128x128 точек. Для реализации частотной фильтрации был построен базис Уолша-Адамара, состоящий из 128 базисных функций  $wal(m,n)$ , упорядоченных по Уолшу [5], где  $m$  – номер функции,  $n$  – количество дискретных отсчетов. Для получения двумерного спектра изображения используется преобразование (1), где

строки и столбцы исходного изображения раскладываются по полученному базису.

Надпись на рисунке 1,а состоит из множества точек, что в общем случае затрудняет как ее чтение и распознавание, так и оконтуривание входящих в нее символов. В результате применения низкочастотной фильтрации (рисунок 1,б) произошло размытие контуров изображения, что дало более наглядно читаемую надпись. Также упростилась задача появления ложных контуров при дальнейшем распознавании и оконтуривании символов. Применение контрастирования непосредственно в частотной области позволяет еще более визуализировать текст на представленном изображении (рисунок 1,в).

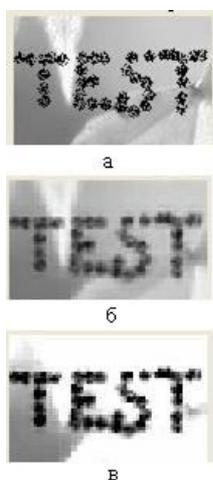


Рисунок 1 – Обработка изображения фильтром нижних частот

При анализе изображения с целью улучшения его визуального восприятия может решаться и задача повышения резкости. Поскольку контуры и другие скачкообразные изменения яркости связаны с высокочастотными составляющими, повышение резкости изображения может быть достигнуто в частотной области с помощью процедуры высокочастотной фильтрации. Передаточная функция Гауссова фильтра высоких частот с частотой среза на расстоянии  $D_0$  от начала координат задается формулой

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}, \quad (10)$$

где  $D(u, v)$  определяется согласно формуле (3).

Результат применения такой фильтрации к изображению дает уменьшение общей яркости, так как фильтр подавляет низкие частоты и постоянную составляющую. Для предотвращения этого негативного в некоторых случаях явления можно применить следующий метод: необходимо к результату высокочастотной фильтрации  $g(k, l)$  добавить исходное изображение:

$$z(k, l) = Af(k, l) + g(k, l), \quad (11)$$

где  $A$  – коэффициент, изменяющийся в пределах от 0 до 1. Операция сложения выполняется поэлементно. При  $A=0$  получаем описанный ранее высокочастотный фильтр [6]. В случае  $0 < A < 1$  получаем некоторый «подъем» высоких частот одновременно с ослаблением яркости изображения. При  $A=1$  получаем подъем высокочастотной составляющей. Такое преобразование можно записать в виде

$$G(u, v) = A + F(u, v)H(u, v), \quad (12)$$

где  $H(u, v)$  – передаточная функция высокочастотного Гауссова фильтра. Другое решение данной проблемы – использование высокочастотной фильтрации с усилением высоких частот:

$$G(u, v) = A + BF(u, v)H(u, v). \quad (13)$$

Здесь параметр  $A$  задает общий порог яркости, привносимой исходным изображением,  $B$  определяет коэффициент «подъема» высоких частот. На рисунке 2 показано изображение, обработанное фильтром верхних частот в соответствии с формулой (13). Экспериментально установлены коэффициенты:  $A=1$  (в данном случае целесообразно оставить элементы исходного изображения, в том числе и общую яркость, без изменения);  $B=2$ , параметр фильтра Гаусса  $D_0=50$ .



Рисунок 2 – Повышение четкости изображения

Построение спектральных фильтров в базе Уолша - Адамара дает преимущество перед аналогичными фильтрами спектра Фурье в плане производительности, однако в некоторых случаях приводит к «артефактам» результирующего изображения. Возможность изменения яркостно-контрастных характеристик изображения непосредственно в частотной области позволяет строить шаблоны комбинированных частотных фильтров, настроенных на решение конкретных прикладных задач.

#### Дешифрирование объектов на двумерном изображении.

В системах наблюдения за окружающей обстановкой наибольшее внимание уделяется режимам обнаружения и опознавания объектов, появившихся в поле зрения оператора при повторном обзоре данной территории. Методы выявления «новых» объектов могут базироваться при

этом на сравнении характеристик изображений до и после их появления.

В обобщенной форме операция обнаружения может быть определена в виде процедуры сравнения с порогом некоторой характеристики, полученной в результате преобразования анализируемого изображения, представленного в виде матрицы целых чисел  $f(k,l)$ , где  $k,l$  – номера элементов матрицы по строкам и столбцам [7].

Нахождение информативных признаков в процедуре обнаружения и распознавания объектов наиболее целесообразно проводить в представлении изображения в частотной области, используя при этом вычисление спектров по кусочно-постоянному базису Уолша с частотным упорядочиванием [1,4]. Результатом такого представления является спектр Уолша, низкочастотная составляющая которого формирует общий фон изображения, высокочастотная составляющая – детализирует изображение.

Процедура распознавания изображения состоит в определении соответствия полученного спектрального представления эталонному.

Текущее спектральное представление находится по формуле (1):

$$S(u,v) = \sum_{k=0}^{R-1} \sum_{l=0}^{R-1} f_H(k,l) wal(u,k) wal(v,l), \quad (14)$$

где  $S(u,v)$  – спектр наблюдаемого объекта,  $f_H(k,l)$  – наблюдаемый объект в координатах амплитуды яркости точек (пикселей) изображения,  $wal(u,k)$ ,  $wal(v,l)$  – базис функций Уолша,  $R$  – размерность изображения (считаем изображение квадратным). Аналогично описывается «новый» объект  $f_0(k,l)$ :

$$S_0(u,v) = \sum_{k=0}^{R-1} \sum_{l=0}^{R-1} f_0(k,l) wal(x,n) wal(y,m). \quad (15)$$

Появление «нового» объекта на фоне объекта наблюдения может быть представлено как  $f(k,l) + f_0(k,l)$ .

Территория, за которой ведется наблюдение, описывается квадратной матрицей, каждый элемент которой – яркость конкретного пикселя изображения. Пример объекта наблюдения представлен на рисунке 3.

После выполнения процедуры преобразования

```
F=walsh(K);
imshow(F,[-500,500])
Ps=fftshift(P);
contour(Fx,Fy,Ps,12)
```

получается спектрограмма объекта наблюдения, представленная на рисунке 4.

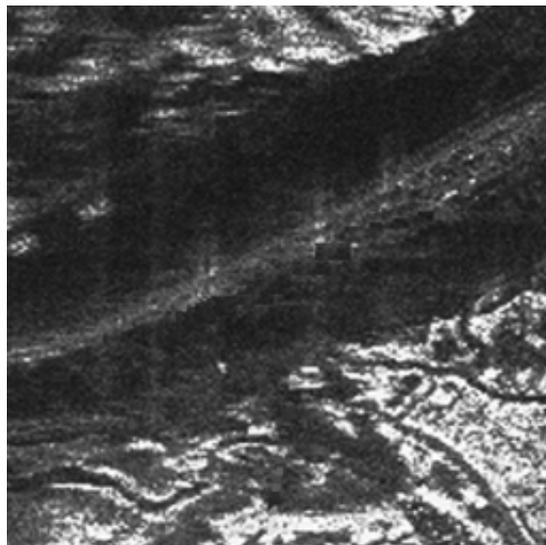


Рисунок 3 – Объект наблюдения

Процедура преобразования представлена языком программирования системы MathLab.

$K$  – матрица, описывающая исходное изображение (исходная функция); *walsh* – процедура разложения исходной функции в базисе функций Уолша; *imshow(F,[-500,500])* – вывод результата разложения на экран в диапазоне значений от -500 до 500; *Ps* – спектр, полученный путем преобразования исходного спектра операцией *fftshift* (операция переставляет строки и столбцы матрицы, содержащей значения спектра таким образом, чтобы низкочастотные составляющие спектра концентрировались в центре матрицы, а высокочастотные располагались по краям); *contour(Fx,Fy,Ps,12)* – процедура, производящая построение контурных линий уровня на основе описания осей координат  $(Fx,Fy)$  и количества линий уровня (в данном примере 12).

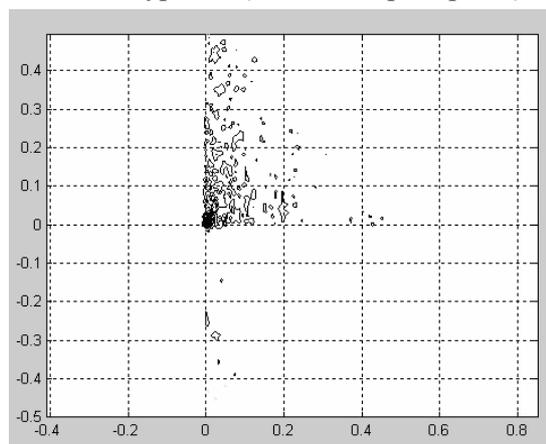


Рисунок 4 – Линии уровней спектра изображения

Появление «новых» объектов (рисунок 5) дает изменения спектра наблюдаемой территории, которые обнаружатся после выполнения

процедуры преобразования изображения в спектрограмму, представленную на рисунке 6.

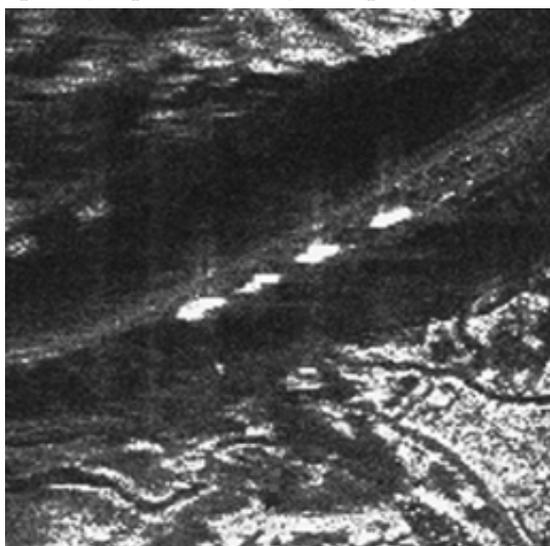


Рисунок 5 – Появление объектов на наблюдаемой территории

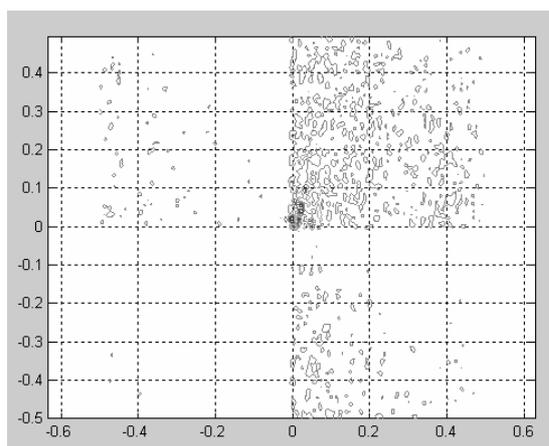


Рисунок 6 – Линии уровней спектра изображения

Изменение спектра  $S$ , выход его значений за рамки допустимого порога соответствуют появлению аномалии на наблюдаемом объекте. Порог изменения спектра необходим для учета шума (помех разного рода). Изменение спектра наблюдаемого объекта за определенное время может быть связано с изменением освещенности объекта. Это приведет к изменению яркости наблюдаемого объекта, которое может быть описано формулой

$$f_{pez}(k,l) = a + f(k,l), \quad (16)$$

где  $a$  – коэффициент освещенности.

В спектральной области такое преобразование описывается как

$$S_{pez}(u,v) = \sum_{k=0}^{R-1} \sum_{l=0}^{R-1} (a + f(k,l)) wal(u,k) wal(v,l);$$

$$S_{pez}(u,v) = ab + S(u,v), \quad (17)$$

где  $ab = \sum_{k=0}^{R-1} \sum_{l=0}^{R-1} a \cdot wal(u,k) wal(v,l)$ .

Для распознавания обнаруженного «нового» объекта необходимо провести предварительную обработку его изображения: устранение влияния помех, компенсацию геометрических искажений, связанных с изменением геометрических размеров аномалии, и компенсацию пространственного положения относительно эталонных объектов [8].

Угол наклона (главной энергетической оси) определяется по углу наклона максимального вектора, соединяющего две различные вершины периметра объекта:

$$\Theta = arctg\left(\frac{y}{x}\right), \quad (18)$$

где  $y, x$  - координаты вектора  $L$ , который находится как

$$L = \max(|P_i - P_j|), \quad \overline{i, j} = \overline{1, n}, \quad (19)$$

$P$  - вершины многоугольного периметра объекта.

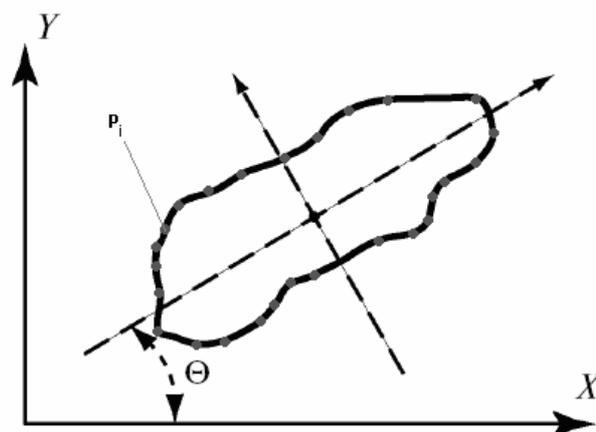


Рисунок 7 – Ориентация объекта относительно осей

Периметр объекта (контур) определяется методом частотной фильтрации спектра. За счет «устранения» низкочастотной составляющей происходит «грубое» оконтуривание объектов. На рисунке 7 показано определение угла наклона изображения объекта.

Далее выявляются все пиксели, принадлежащие контуру  $\forall P_{i,j} \in \Delta$ , где  $\Delta$  - допустимый диапазон изменения яркости пикселей контура. Первая вершина контура выбирается произвольно. С этой точки обход контура ведется в одном направлении. Следующая точка контура служит для вычисления вектора наклона очередного ребра многоугольника. Как только при обходе очередной точки угол вектора выходит за пределы диапазона (с помощью которого можно с разной степенью точности вписать контур в

многоугольник), предыдущая найденная точка считается новой вершиной и при этом находится новый вектор наклона очередного ребра.

Сравнение спектров, полученного и эталонного, ведется корреляционным методом. Производится вычисление взаимно корреляционных сумм между объектом и всеми эталонами (или между имеющимися объектами и каждым из эталонов). Из множества альтернативных вариантов выбирается тот объект (или тот эталон), при котором получается максимальное значение взаимнокорреляционной суммы

$$K(q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [E_{(q)i,j} \cdot F_{(q)i,j}], \quad (20)$$

где  $q$  – номер альтернативы.

Очевидно, что при  $F_{i,j} = E_{i,j}$ ,

$$K = K_{\max} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [F_{i,j}^2]. \quad (21)$$

Сравнение эталонного спектра и спектра объекта позволяет дешифровать объект на изображении с высокой степенью вероятности.

Заклучение. Из приведенных исследований можно сделать вывод о возможности применения основных положений общей спектральной теории для преобразования Уолша – Адамара. Временные затраты на вычисление спектра изображения значительно ниже, чем в базисе Фурье. Алгоритмы фильтрации изображения в базисе Уолша – Адамара просты и также не требуют больших временных затрат.

Эксперименты по применению данного вида преобразований для улучшения визуальных ха-

рактеристик изображений и для обнаружения и дешифрации объектов на наблюдаемой территории показали актуальность и вычислительную эффективность использования кусочно-постоянного базиса Уолша-Адамара в области обработки изображений.

### **Библиографический список**

1. Асаев А.С., Костров Б.В., Муратов Е.Р. Сравнение трудоемкости вычислений спектров изображений Фурье и Уолша // Новые технологии в учебном процессе и производстве: материалы третьей межвузовской научно-технической конференции.- Рязань, 2005.
2. Костров Б.В. Основы цифровой передачи и кодирования информации. - М.: ДЕСС, 2007.- 192с.
3. Смирнов Ю.М., Воробьев Г.Н., Сюзов В.В. Проектирование специализированных информационно-вычислительных систем. - М.: Высшая школа, 1984.
4. Асаев А.С., Костров Б.В. Особенности частотной фильтрации изображений в базисе Уолша // Материалы всероссийской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях и в образовании».- Рязань, 2007.
5. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. - М.: Наука, 1989. - 496 с.
6. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. - М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.
7. Андреев А.Л. Автоматизированные телевизионные системы наблюдения, URL <http://faculty.ifmo.ru/oeps/uchebn/atsn2.pdf>
8. Хармут Х. Теория секвентного анализа. - М., 1980.