УДК 621.391.268

В.В. Стротов

ВЫБОР ОПОРНЫХ УЧАСТКОВ В МНОГОЭТАЛОННОМ АЛГОРИТМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассмотрены особенности многоэталонного алгоритма оценки параметров геометрических преобразований изображений. Предложен подход к выбору опорных участков для данного алгоритма, позволяющий минимизировать ошибки, вызванные наличием на изображении аддитивного шума.

Ключевые слова: *опорный участок, геометрические преобразования изображений.*

Введение и постановка задачи. Оценка параметров геометрических преобразований в последовательности изображений является одной из важных задач, возникающих при построении систем видеослежения [1,2]. Для её решения предложен алгоритм, основанный на выборе и измерении координат нескольких опорных участков небольшого размера (не более 32×32 элементов) на изображении каждого кадра видеопоследовательности [1]. При этом общее количество пикселов, по которым происходит вычисление оценок параметров геометрических преобразований, значительно меньше, чем, например, в алгоритме оценки параметров преобразований на основе анализа единственного участка изображения размером от 256×256 и выше [2], что может негативно сказываться на точности работы алгоритма.

Следовательно, необходимо разработать подход, позволяющий выбирать на изображении такие опорные участки, при определении координат которых в последующих кадрах видеопоследовательности ошибки будут наименьшими.

Теоретические исследования. Рассмотрим некоторый опорный участок $s(i,j)$, выбранный на исходном дискретном изображении $l_0(i,j)$, и перечислим причины, которые могут приводить к ошибкам измерения его координат на текущем изображении $l_n(i,j)$.

1. В области поиска опорного участка могут находиться объекты, изображения которых похожи на изображение опорного участка. Вследствие этого у критериальной функции, по положению минимума которой определяются координаты объекта, будет несколько ярко выраженных точек локального экстремума.

2. Дискретность эталонного и наблюдаемого изображений приводит к возникновению субпиксельных ошибок измерения.

3. Текущее изображение опорного участка искажено шумом, следовательно, положение минимума критериальной функции определяется с некоторой погрешностью.

Ошибки, вызванные возникновением побочных минимумов критериальной функции, хотя и имеют большую величину, возникают достаточно редко и парируются многоэталонным алгоритмом определения параметров геометрических преобразований. Величина субпиксельных ошибок, вызванных дискретной природой изображений, мала и не зависит от параметров выбранного опорного участка. В связи с этим ошибки двух данных видов не будем учитывать при разработке критерия выбора участков.

Напротив, ошибки, вызванные наличием на изображении шума наблюдения, имеют значительную величину (до нескольких пикселей), зависят от параметров эталонного изображения участка и возникают при каждом измерении координат. Следовательно, наилучшим опорным участком для использовании в алгоритме оценки параметров геометрических преобразований будет участок, точность оценки координат которого меньше всего зависит от присутствия аддитивного шума.

Исходя из приведённых выше рассуждений, перейдём к рассмотрению задачи определения положения непрерывного участка $s(x,y)$ на непрерывном изображении $z_s(x,y)$, определяемом выражением:

$$z_s(x,y)=s(x-\alpha_0,y-\beta_0)+\xi(x,y), \qquad (1)$$

где (α_0,β_0) – координаты участка, $\xi(x,y)$ – аддитивный гаусовский шум. Очевидно, что в данном случае ошибки определения (α_0,β_0), вызванные дискретностью изображений и наличием на фоне похожих объектов, будут отсутствовать, а, значит, участок, положение которого будет определено с минимальной ошибкой, можно считать наилучшим. Так как фон на изображении $z_s(x,y)$ является однородным, то измерения координат будем производить путём максимизации корреляционного интеграла:

$$q(\alpha,\beta)=\int\limits_0^W\int\limits_0^H z_s(x,y)s(x-\alpha,y-\beta)dxdy=$$
$$=q_s(\alpha,\beta)+q_\xi(\alpha,\beta), \qquad (2)$$

где из выражения (1)

$$q_s(\alpha,\beta)=\int\limits_0^W\int\limits_0^H s(x-\alpha_0,y-\beta_0)s(x-\alpha,y-\beta)dxdy;$$
$$q_\xi(\alpha,\beta)=\int\limits_0^W\int\limits_0^H \xi(x,y)s(x-\alpha,y-\beta)dxdy, \qquad (3)$$

а $W,H-$ размеры изображений $l_0(i,j)$ и $z_s(x,y)$.

Информация о принятом изображении, а значит и об интересующих нас параметрах, содержится в информационной функции $q_s(\alpha,\beta)$. Она полностью определяется сигналом $s(x-\alpha,y-\beta)$. Шумовая составляющая $q_\xi(\alpha,\beta)$ является случайной с нормальным распределением. Она не несёт информации об интересующем нас параметре. Функция $q_s(\alpha,\beta)$ достигает максимума при $\alpha=\alpha_0,\beta=\beta_0$, однако из-за шумовой функции измерение $(\tilde{\alpha},\tilde{\beta})$ положения искомого участка отличается от его реального положения. Разницу измерения и истинного значения (α_0,β_0) можно представить в виде вектора $\Delta_{\alpha,\beta}=[\Delta\alpha,\Delta\beta]^T=[\alpha_0-\tilde{\alpha},\beta_0-\tilde{\beta}]^T$.

При достаточно большом отношении сигнал/шум для оценки точности можно выразить вектор разницы через функции q_s, q_ξ и их частные производные. Для этого предположим, что яркость на границах непрерывного изображения опорного участка плавно уменьшается до нуля без разрыва производных в пределах граничного пикселя исходного дискретного изображения и все частные производные до второго порядка включительно непрерывны. Пользуясь данным предположением, выполним разложение в ряд Тейлора частных производных корреляционного интеграла $q(\alpha,\beta)$ в окрестности (α_0,β_0), ограничившись рассмотрением первых двух членов. Упростим данное разложение, заметив, что в точке максимума функций $q(\alpha,\beta)$ и $q_s(\alpha,\beta)$ должно выполняться условие равенства нулю их первых частных производных. При большом отношении сигнал/шум значения вторых частных производных функции $q_\xi(\alpha,\beta)$ можно считать много меньшими значений остальных производных функций q_s и q_ξ, входящих в состав рассматриваемого разложения. Полученное в результате упрощения выражение может быть записано в виде:

$$H_{q_s}(\alpha_0,\beta_0)\cdot\Delta_{\alpha,\beta}=\nabla q_\xi(\alpha_0,\beta_0), \qquad (4)$$

где $H_{q_s}(\alpha_0,\beta_0)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha^2} & \dfrac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha\partial\beta}\\ \dfrac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha\partial\beta} & \dfrac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\beta^2}\end{bmatrix}$,

$$\nabla q_\xi(\alpha_0,\beta_0)=\left[\frac{\partial q_\xi(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha},\frac{\partial q_\xi(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\beta}\right]^T.$$

Для оценки точности удобнее перейти от рассмотрения векторной случайной величины $\Delta_{\alpha,\beta}$ к рассмотрению скалярной величины $\delta_{\alpha,\beta}=\Delta\alpha^2+\Delta\beta^2$. Наилучшим будем считать тот опорный участок, для которого математическое ожидание величины $\delta_{\alpha,\beta}$ будет минимальным:

$$M\{\delta_{\alpha,\beta}\}\xrightarrow[\alpha_0,\beta_0]{}\min. \qquad (5)$$

Перепишем левую часть выражения (5), выразив вектор $\Delta_{\alpha,\beta}$ из выражения (4):

$$M\{\Delta\alpha^2+\Delta\beta^2\}=M\{\Delta^T_{\alpha,\beta}\cdot\Delta_{\alpha,\beta}\}=$$
$$=M\left\{\nabla^T q_\xi(\alpha_0,\beta_0)\cdot\left(H^{-1}_{q_s}(\alpha_0,\beta_0)\right)^T\cdot H^{-1}_{q_s}(\alpha_0,\beta_0)\cdot\nabla q_\xi(\alpha_0,\beta_0)\right\} \qquad (6)$$

Рассмотрим подробнее элементы сомножителей в правой части выражения (6) под знаком математического ожидания. Для второй производной по α от информационной функции можно записать:

$$\frac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha^2}=$$
$$=\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\left(\int\limits_0^W\int\limits_0^H s(x-\alpha_0,y-\beta_0)s(x-\alpha,y-\beta)\Big|_{\alpha_0,\beta_0}dxdy\right)=$$
$$=\int\limits_0^W\int\limits_0^H s(x-\alpha_0,y-\beta_0)\left(\frac{\partial^2 s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial\alpha^2}\right)dxdy=$$
$$=\int\limits_0^H\left[\int\limits_0^W s(x-\alpha_0,y-\beta_0)\left(\frac{\partial^2 s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial\alpha^2}\right)dx\right]dy.$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial s(x-\alpha,y-\beta)}{\partial\alpha}=-\frac{\partial s(x-\alpha,y-\beta)}{\partial x};$$
$$\frac{\partial^2 s(x-\alpha,y-\beta)}{\partial\alpha^2}=\frac{\partial^2 s(x-\alpha,y-\beta)}{\partial x^2}, \qquad (7)$$

получаем

$$\frac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha^2}=-\int\limits_0^W\int\limits_0^H\left(\frac{\partial s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial x}\right)^2 dxdy. \qquad (8)$$

Аналогично можно показать, что

$$\frac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha\partial\beta}=0\,; \qquad (9)$$

$$\frac{\partial^2 q_s(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\beta^2}=-\int_0^W\int_0^H\left(\frac{\partial s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial y}\right)^2 dxdy. \qquad (10)$$

Рассмотрим выражение для математического ожидания квадрата первого элемента вектора $\nabla q_\xi(\alpha_0,\beta_0)$:

$$M\left\{\frac{\partial q_\xi(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha}\cdot\frac{\partial q_\xi(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha}\right\}=$$

$$=\int_0^W\int_0^H\int_0^W\int_0^H M\{\xi(x_1,y_1)\xi(x_2,y_2)\}\frac{\partial s(x_1-\alpha_0,y_1-\beta_0)}{\partial\alpha}\times$$

$$\times\frac{\partial s(x_2-\alpha_0,y_2-\beta_0)}{\partial\alpha}dx_1dy_1dx_2dy_2.$$

Учитывая, что:

$$M\{\xi(x_1,y_1)\xi(x_2,y_2)\}=\frac{N_0}{2}\delta(x_1-x_2,y_1-y_2)\,,$$

где N_0 – спектральная плотность шума $\xi(x,y)$, $\delta(x,y)$ – двумерная δ-функция, а также выражение (7), получаем

$$M\left\{\left(\frac{\partial q_\xi(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha}\right)^2\right\}=\frac{N_0}{2}\int_0^W\int_0^H\left(\frac{\partial s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial x}\right)^2 dxdy. \qquad (11)$$

Аналогично можно показать, что

$$M\left\{\left(\frac{\partial q_\xi(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\beta}\right)^2\right\}=\frac{N_0}{2}\int_0^W\int_0^H\left(\frac{\partial s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial y}\right)^2 dxdy. \qquad (12)$$

Исходя из выражений (6)–(12) и учитывая, что элементы матрицы $H_{q_s}(\alpha_0,\beta_0)$ являются неслучайными, перепишем соотношение (5) в виде:

$$\frac{N_0}{2\int_0^W\int_0^H\left(\frac{\partial s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial x}\right)^2 dxdy}+$$
$$+\frac{N_0}{2\int_0^W\int_0^H\left(\frac{\partial s(x-\alpha_0,y-\beta_0)}{\partial y}\right)^2 dxdy}\xrightarrow[\alpha_0,\beta_0]{}\min. \qquad (13)$$

Полученное выражение показывает влияние параметров эталонного изображения участка $s(x,y)$ на величину ошибки. Однако стоит заметить, что обычно выбор участка производится по изображению одного кадра $l_0(x,y)$. Тогда вместо эталонного изображения предполагаемого опорного участка будет известно его наблюдаемое изображение:

$$\tilde{s}(x,y)=s(x,y)+\xi_0(x,y)\,, \qquad (14)$$

где $\xi_0(x,y)$ – реализация шума наблюдения в кадре $l_0(x,y)$.

В работе [3] показано, что выражение для корреляционного интеграла (2) получено путём упрощения функционала правдоподобия, который определяется как условная плотность вероятности наличия известного изображения опорного участка $s(x,y)$ в точке (α,β) изображения $z_s(x,y)$. Если рассмотреть задачу поиска опорного участка на изображении при известном наблюдаемом изображении участка $\tilde{s}(x,y)$, то можно показать, что оптимальный алгоритм поиска также будет заключаться в максимизации корреляционного интеграла, получаемого из выражения (2) заменой $s(x,y)$ на $\tilde{s}(x,y)$. Следовательно, проведя рассуждения, аналогичные изложенным выше, можно прийти к выводу, что наилучшим для решения данной задачи также будет участок, удовлетворяющий критерию (13).

Выводы. Принимая во внимание сказанное выше и возвращаясь от рассмотрения непрерывных изображений к дискретным, можно утверждать, что участок, дающий наименьшую ошибку при использовании в многоэталонном алгоритме определения параметров геометрических преобразований, будет находиться в точке:

$$\left(\hat{\alpha}_0,\hat{\beta}_0\right)=\arg\min_{\alpha_0,\beta_0}\left(\frac{1}{\sum\limits_{(i,j)\in S_0}\left(\Delta_i l_n(i,j)\right)^2}+\frac{1}{\sum\limits_{(i,j)\in S_0}\left(\Delta_j l_n(i,j)\right)^2}\right), \qquad (15)$$

где запись вида $\Delta_i l_n(i,j)$ означает операцию численного дифференцирования изображения $l_n(i,j)$ по координате i, а S_0 – множество точек участка, расположенного в точке с координатами (α_0,β_0).

Исследования выполнены при поддержке Гранта для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-10.2008.10.

Библиографический список

1. *Стротов В.В.* Оценивание параметров смещения изображения в задачах выделения движущихся объектов // Вестник РГРТУ. Вып 23. – Рязань, 2008. – С. 30 – 37.

2. *Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Стротов В.В.* Анализ точностных характеристик методов слежения за фоновым изображением для бортовой видеоинформационной системы // Вестник РГРТА. Вып. 20. – Рязань, 2007. – С. 3 – 10.

3. *Баклицкий В.К., Бочкарёв А.М.* Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации. – М.: Радио и связь, 1986. – 216 с.