УДК 621.319.26

В.К. Клочко, А.А. Куколев

МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В БОРТОВЫХ РАДИО- И ТЕПЛОЛОКАТОРАХ

Предложены и исследованы методы обработки комплексных амплитуд сигналов отражения при формировании радиоизображений поверхности и объектов в многоканальных бортовых РЛС и РТЛС. Методы позволяют повысить разрешающую способность РЛС по угловым координатам и скорость получения амплитудных изображений за счет увеличения числа измерительных каналов и выполнения операций в матричной форме.

Введение. При получении изображений наземных или воздушных объектов в системах активной локации на базе многоканальных РЛС [1] или пассивной локации на базе радиотеплолокационных станций (РТЛС) миллиметрового диапазона [2] остается актуальной проблема повышения точности и быстродействия алгоритмов формирования радиоизображений (РИ).

Цель данной работы – разработка и исследование методов формирования РИ в многоканальных РЛС и РТЛС, позволяющих повысить разрешающую способность по угловым координатам и скорость получения РИ.

Модели измерений и постановка задачи. Многоканальная антенна, представляющая QxK-прямоугольную решетку (матрицу) приемных элементов, принимает сигнал отражения или излучения от объектов по ширине диаграммы направленности (ДН) антенны. Ширина ДН каждого приемного элемента антенны на уровне 0,5 мощности составляет N=2n+1 элементов дискретизации по азимуту и M=2m+1 элементов по углу места.

Модель комплексной амплитуды $\dot{S}_{qk}(t)$ сигнала, выделенного в каждом q,k-м канале ($q=\overline{1,Q}, k=\overline{1,K}$) на промежутке времени $[t, t+\Delta t]$, соответствующем элементу разрешения (или диапазону) дальности, и прошедшего тракт фазового детектирования, имеет вид (например, [3]):

$$\dot{s}_{qk}(t)=\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-n}^{n}\dot{g}_{qk}(i,j)\cdot\dot{u}_{qk}(t,i,j)+\dot{p}_{qk}(t)\,, \quad (1)$$

где $\dot{s}_{qk}(t)=S_{qk}(t)\,e^{-i\psi_{qk}(t)}$ – измеряемая комплексная амплитуда сигнала с модулем $S_{qk}(t)$ и фазой $\psi_{qk}(t)$; $\dot{g}_{qk}(i,j)=a_{qk}(i,j)e^{i\theta_{qk}(i,j)}$ – нормированные комплексные коэффициенты ДН q,k-го канала в i,j-х элементах дискретизации азимута (по j) и угла места (по i); $\dot{u}_{qk}(t,i,j)= =U(t,i,j)e^{-i[\varphi(t,i,j)+\gamma_{qk}(i,j)]}$ – полезная i,j-я составляющая сигнала с амплитудой $U(t,i,j)$, несущей информацию о поле отражения (или излучения), и случайной фазой $\varphi(t,i,j)$, равномерно распределенной на $[0,2\pi]$; $\gamma_{qk}(i,j)$ – известный фазовый сдвиг при приеме отраженного сигнала с i,j-го углового направления q,k-м приемным элементом по отношению к фазовому центру антенной системы; $\dot{p}_{qk}(t)= =\xi_{qk}(t)+i\eta_{qk}(t)$ – помеха: $\xi,\eta\in N(0,\sigma_P^2)$.

Представим (1) в виде

$$\dot{s}_{qk}(t)=\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-n}^{n}\dot{\alpha}_{qk}(i,j)\cdot\dot{x}(t,i,j)+\dot{p}_{qk}(t)\,, \quad (2)$$

$$\dot{\alpha}_{qk}(i_1,j_1)=a_{qk}(i,j)\,e^{i(\theta_{qk}(i,j)-\gamma_{qk}(i,j)}\,,$$

$$\dot{x}(t,i,j)=U(t,i,j)\,e^{-i\varphi(t,i,j)}\,,$$

где $\dot{x}(t,i,j)$ – комплексный сигнал, подлежащий оцениванию, модулем которого является амплитуда сигнала отражения $U(t,i,j)$.

Модель измерений (2) представляется в векторно-матричной форме:

$$\vec{Y}=A\cdot\vec{X}+\vec{P}\,, \quad (3)$$

где $\vec{Y}$ – QK-вектор-столбец комплексных измерений (2) $\dot{s}_{qk}(t)$, взятых по совокупности q,k ($q=\overline{1,Q}, k=\overline{1,K}$); A – QKxMN-матрица комплексных коэффициентов ДНА; $\vec{X}$ – MN-вектор-столбец искомых комплексных параметров поля отражения $\dot{x}(t,i,j)$, взятых построчно по i,j ($i=\overline{-m,m}, j=\overline{-n,n}$); $\vec{P}$ – QK-вектор-столбец комплексных помех.

Задача с позиции модели (3) заключается в поиске наилучших в определенном смысле оценок составляющих $\dot{x}$ вектора $\vec{X}$, модуль которых дает оценки искомых амплитуд $U(t,i,j)$ поля отражения в i,j-х элементах дискретизации.

Совокупность таких амплитуд по $i=\overline{-m,m},\ j=\overline{-n,n}$ для фиксированного момента времени t и фиксированного положения антенны представляет амплитудное изображение наземной или воздушной обстановки с повышенным разрешением по угловым координатам в пределах ширины ДН в данном элементе (диапазоне) дальности.

Если коэффициенты ДН позволяют аппроксимировать их функциями с разделенными переменными:

$$\dot{\alpha}_{qk}(i,j)=\dot{\alpha}'_q(i)\cdot\dot{\alpha}''_k(j), \qquad (4)$$

$\dot{\alpha}'_q(i)=a_q(i)e^{i\theta'_q(i)}$, $\dot{\alpha}''_k(j)=b_k(j)e^{i\theta''_k(j)}$, причем $\theta'_q(i)+\theta''_k(j)=\theta_{qk}(i,j)$, $\gamma'_q(i)+\gamma''_k(j)=\gamma_{qk}(i,j)$, то с учетом (4) модель (2) принимает вид

$$\dot{s}_{qk}(t)=\sum_{i=-m}^{m}\dot{a}_q(i)\sum_{j=-n}^{n}\dot{x}(t,i,j)\cdot\dot{b}_k(j)+\dot{p}_{qk}(t), \qquad (5)$$

$\dot{a}_q(i)=a_q(i)\,e^{i[\theta'_q(i)-\gamma'_k(i)]}$, $\dot{b}_k(j)=b_k(j)\,e^{i[\theta''_k(j)-\gamma''_k(j)]}$, что позволяет представить совокупность q,k-х измерений (5), $q=\overline{1,Q}, k=\overline{1,K}$, полученных в QK каналах, в следующей матричной форме:

$$Y=A\cdot X\cdot B+P, \qquad (6)$$

где Y − QxK-матрица q,k-х измерений $\dot{s}_{qk}(t)$, расположенных в q-х строках и k-х столбцах; A − QxM-матрица q,i_1-х коэффициентов ДН $\dot{a}_q(i)$; X − MxN-матрица i,j-х искомых параметров поля отражения $\dot{x}(t,i,j)$; B − NxK-матрица j,k-х коэффициентов ДНА $\dot{b}_k(j)$; P − QxK-матрица q,k-х помех $\dot{p}_{qk}(t)$.

Задача по-прежнему заключается в оптимальном оценивании матрицы X на основе матрицы измерений Y, связанной с X уравнением (6).

Оценивания параметров полей отражения по методу наименьших квадратов. При отсутствии статистической информации относительно $\vec{X}$ и $\vec{P}$ оптимальные оценки вектора $\vec{X}$ находятся по критерию минимума квадрата евклидовой нормы $\|\vec{Y}-A\vec{X}\|$, т.е. методом наименьших квадратов (МНК):

$$f(\vec{X})=(\vec{Y}-A\vec{X})^{*T}\cdot(\vec{Y}-A\vec{X})\to\min_{\vec{X}}, \qquad (7)$$

где *T − символ комплексного сопряжения и транспонирования.

Градиент $grad\, f(\vec{X})$, имеющий размер вектора $\vec{X}$, находится по правилу дифференцирования скалярной функции (7):

$$grad\, f(\vec{X})=\frac{\partial}{\partial\vec{X}}(\vec{Y}-A\vec{X})^{*T}(\vec{Y}-A\vec{X})=$$
$$=-2A^{*T}(\vec{Y}-A\vec{X}).$$

Из необходимого условия $grad\, f(\vec{X})=\vec{O}$, $\vec{O}$ − нулевой вектор-столбец, после обращения матрицы в $A^{*T}A\vec{X}=A^{*T}\vec{Y}$ получаются оценки $\hat{\vec{X}}$ вектора $\vec{X}$:

$$\hat{\vec{X}}=H\cdot\vec{Y},\ H=(A^{*T}A+\delta\cdot I)^{-1}A^{*T}, \qquad (8)$$

где H − матрица комплексных весовых коэффициентов; I – единичная матрица; δ − комплексный параметр регуляризации, необходимый для обращения матрицы $A^{*T}A$.

В качестве оценок амплитуд поля отражения берутся модули элементов вектора $\vec{X}$, которые построчно располагаются в составе (2m+1)x(2n+1)-матрицы $\hat{U}$ с элементами $\hat{u}(i,j), i=\overline{-m,m}, j=\overline{-n,n}$. Матрица $\hat{U}$ представляет восстановленное в пределах ширины ДН амплитудное изображение наземной или воздушной обстановки с повышенной в несколько раз разрешающей способностью по углам. На множестве положений антенны, смещенных относительно друг друга на ширину ДН, операции повторяются, и полученные матрицы $\hat{U}$ помещаются в состав блочной матрицы, представляющей восстановленное амплитудное изображение обстановки в зоне обзора РЛС, которая выводится на экран индикатора.

При сканировании антенны с шагом, равным размеру элемента дискретизации, для вывода на экран берется центральный элемент вектора оценок $\vec{X}$, угловые координаты которого соответствуют фазовому центру антенны. Точность оценивания при этом увеличивается (за счет выбора центрального элемента), гладкость изображения зоны обзора улучшается, а быстродействие алгоритма формирования РИ снижается (из-за увеличения числа шагов).

Поиск оценки $\hat{X}$ матрицы X в (6) подчиним условию, аналогичному (7):

$$tr[F(\hat{X})]=tr[(Y-A\hat{X}B)^{*T}(Y-A\hat{X}B)]=$$
$$=tr[(Y-\hat{Y})^{*T}(Y-\hat{Y})]=tr[\Delta Y^{*T}\cdot\Delta Y]\to\min_{\hat{X}}, \qquad (9)$$

где $tr[F]$ − след матрицы F; $F=F(\Delta\hat{Y}(\hat{X}))$ − KxK-матричная сложная функция $\hat{X}$. Матрица $\Delta Y=Y-\hat{Y}$, зависящая от $\hat{X}$, представляет отклонения измерений Y относительно оценок измерений $\hat{Y}=A\hat{X}B$, восстановленных на основе $\hat{X}$. След матрицы F равен сумме квадратов отклонения измерений всех каналов от их восстановленных значений.

Градиент следа матрицы F найдется по правилам матричного дифференцирования от функций матриц [4, с. 417]:

$$grad\,tr[F(X)] = \frac{d}{dX} tr[(Y - AXB)^{*T}(Y - AXB)] =$$
$$= \frac{d}{dX} tr[Y^{*T}Y - B^{*T}X^{*T}A^{*T}Y - Y^{*T}AXB +$$
$$+ X^{*T}A^{*T}AXB] = -2A^{*T}YB^{*T} + 2A^{*T}AXBB^{*T} =$$
$$= -2A^{*T}(Y - AXB)B^{*T}.$$

Из условия $grad\,tr[F(X)] = O$, где O − нулевая матрица, следует:

$$A^{*T}AXBB^{*T} = A^{*T}YB^{*T} \;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\; \hat{X} = (A^{*T}A)^{-1}A^{*T}\cdot Y\cdot B^{*T}(BB^{*T})^{-1}. \quad (10)$$

При реализации (10) удобно применить двухэтапную процедуру:

1) $$\hat{Z} = H_A \cdot Y \;\Rightarrow\; \hat{Z}^{*T}, \quad (11)$$

2) $$\hat{X}^{*T} = H_B^{*T}\cdot \hat{Z}^{*T} \;\Rightarrow\; \hat{X} = (\hat{X}^{*T})^{*T}, \quad (12)$$

где матрицы H_A, H_B весовых коэффициентов вычисляются заранее с использованием процедур обращения матриц:

$$H_A = (A^{*T}A + \delta\cdot I)^{-1}A^{*T},$$
$$H_B = B^{*T}(BB^{*T} + \delta\cdot I)^{-1}.$$

Оценивание параметров полей градиентным методом. Обращения матриц можно избежать с помощью итерационных алгоритмов, которые дали положительный результат в исследованиях [2]. Для векторной модели (3) обозначим $\vec{X}_0$ − вектор начальных оценок параметров $\vec{X}$ искомого поля. Задача состоит в разработке итерационного алгоритма, который строит последовательность улучшающих $\hat{X}_0$ оценок $\hat{X}_1, \hat{X}_2, ..., \hat{X}_L$ за конечное число L шагов по критерию минимума квадрата нормы (7):

$$f(\vec{X}_k) = \| \vec{Y} - \vec{Y}_k \|^2 = (\vec{Y} - \vec{Y}_k)^{*T}(\vec{Y} - \vec{Y}_k) \to \min_{\vec{X}_k},$$

где $\vec{Y}_k = A\cdot\vec{X}_k$ - k-я оценка поля измерения, и $f(\vec{X}_k) < f(\vec{X}_{k-1}),\ k = \overline{1,L}$.

Движение от $\vec{X}_{k-1}$ к $\vec{X}_k$ осуществляется в направлении антиградиента:

$$\vec{X}_k = \vec{X}_{k-1} + \lambda_k\cdot A^{*T}\cdot(\vec{Y} - A\cdot\vec{X}_{k-1}) \quad (13)$$

в соответствии с методом наискорейшего спуска или покоординатного спуска (по компонентам вектора $\vec{X}$), а коэффициент λ_k регулирует скорость движения. Используются также нелинейные модификации метода [2], например взятие правой части (13) по модулю.

Для матричной модели (6) соответственно получается последовательность матричных оценок $\hat{X}_1, \hat{X}_2, ..., \hat{X}_L$ по критерию (9):

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + \lambda_k\cdot A^{*T}\cdot(Y - A\cdot\hat{X}_{k-1}\cdot B)B^{*T} \quad (14)$$

при условии $tr[F(\hat{X}_k)] < tr[F(\hat{X}_{k-1})],\ k = \overline{1,L}$.

Исследование точности методов. Учитывая, что в основу рассмотренных методов заложен один и тот же критерий оптимальности, следует ожидать в сравнительном плане близкую точность восстановления РИ.

При известном различии задач повышения разрешающей способности РИ по угловым координатам и оценивания комплексных амплитуд РИ можно говорить о взаимосвязи этих задач: как разрешающая способность, так и точность оценивания повышаются с увеличением отношения сигнал-шум [5]. С повышением точности оценивания увеличивается и разрешающая способность. Для оценки точности оценивания обычно используется корреляционный подход.

Рассмотрим матричные оценки (11). Матрица ошибок оценивания (11):

$$\Delta\hat{Z} = \hat{Z} - Z \text{ при } \delta\to 0:\ \Delta\hat{Z} = \hat{Z} - Z =$$
$$= (A^{*T}A)^{-1}A^{*T}Y - Z = (A^{*T}A)^{-1}A^{*T}(AZ + P) - Z =$$
$$= (A^{*T}A)^{-1}A^{*T}P.$$

По аналогии с корреляционной матрицей ошибок находится математическое ожидание (E) произведения матриц $\Delta Z\cdot\Delta Z^{*T}$: $R_{\Delta\hat{Z}} =$

$$= E[\Delta\hat{Z}\cdot\Delta\hat{Z}^{*T}] = E[(A^{*T}A)^{-1}A^{*T}PP^{*T}A(A^{*T}A)^{-1}] =$$
$$= (A^{*T}A)^{-1}A^{*T}\cdot M[PP^{*T}]\cdot A(A^{*T}A)^{-1}. \quad (15)$$

След $tr[R_{\Delta\hat{Z}}]$ MxM-матрицы $R_{\Delta\hat{Z}}$ равен сумме дисперсий ошибок оценивания действительной и мнимой части по всем элементам матрицы $\hat{Z}$. Для некоррелированных помех и квадратной матрицы P (Q=K): $E[PP^{*T}] = 2K\sigma_P^2\cdot I$ и (15) принимает вид: $R_{\Delta\hat{Z}} = 2K\sigma_P^2\cdot(A^{*T}A)^{-1}$. Дисперсия ошибки оценивания действительной или мнимой части отдельного элемента $\hat{z}$ матрицы $\hat{Z}$ найдется делением $tr[R_{\Delta\hat{Z}}]$ на удвоенное число элементов этой матрицы 2MK:

$$\sigma^2[\Delta\hat{z}] = \sigma_P^2\, tr[(A^{*T}A)^{-1}]/M. \quad (16)$$

Так как число диагональных элементов MxM-матрицы $(A^{*T}A)^{-1}$в (16) равно M, то для уменьшения $\sigma^2[\Delta\hat{z}]$ следует выбирать элементы матрицы A, зависящей от расположения приемных элементов антенны, так, чтобы диагональные элементы $(A^{*T}A)^{-1}$ были меньше единицы.

Аналогичные результаты получаются для векторных оценок (8):

$$\sigma^2[\Delta\hat{x}] = \sigma_P^2\, tr[(A^{*T}A)^{-1}]/(MN).$$

При строгом учете δ исследование точности значительно усложняется. Использование параметра регуляризации δ при обращении матриц в регулярных алгоритмах требует процедуры оптимизации по этому параметру, которая зависит от размера и структуры матрицы A коэффициентов ДН и, быть может, от условий наблюдения. От этого недостатка свободны итерационные алгоритмы, однако их реализация в реальном времени проблематична.

Исследование быстродействия алгоритмов. Моделирование алгоритма (11), (12) и оценка его быстродействия показывают, что предложенная матричная модель (6) и двухэтапный алгоритм оценивания (11), (12) позволяют существенно уменьшить количество вычислительных операций при формировании и обращении матриц, а также вычислении оценок по сравнению с векторной моделью (3) и алгоритмом (8). При вычислении матриц весовых коэффициентов $H=(A^T A)^{-1}A^T$ количество операций умножения в (11), (12) при Q=K=M=N в $N^3/4$ раз меньше, чем в (8). Выигрыш в операциях вычисления оценок $\hat{X}=H\cdot Y$ (при условии, что матрицы H_A, H_B вычислены заранее) составляет $N/4$ раз. Следовательно, метод наиболее эффективен в адаптивных РЛС, где требуется менять коэффициенты ДНА и пересчитывать матрицу A при вычислении H в реальном времени. Низкое быстродействие градиентного метода не позволяет его реализовать в реальном времени.

Результаты моделирования. На рисунках 1 – 2 показано: рисунок 1 – изображение, сжатое по строкам и столбцам в 7 раз, − имитация наблюдения поверхности сканированием MxN=7x7-ДН зоны обзора со смещением на ширину ДН при наличии только одного измерительного канала; рисунок 2 − оцененное изображение (улучшенное в сравнении с рис.1) алгоритмом (11) - (12) при использовании нескольких измерительных каналов. Размер матрицы РИ 150x150, максимальная амплитуда $x_{\max}=250$. СКО помехи $\sigma_P=10$. Коэффициенты ДН задавались экспоненциальной функцией с квадратичным показателем степени. Качество восстановленного РЛИ примерно сохраняется при ширине ДНА 15x15, а детали на сжатых РИ размываются при ДНА 3x3. В этом случае эффект повышения разрешающей способности составляет 5 раз.

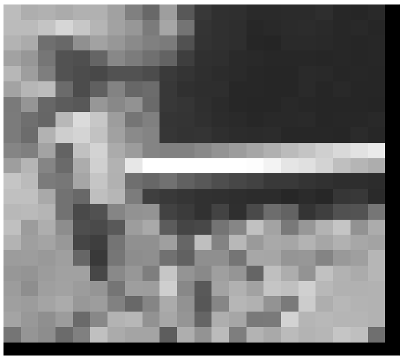

Рисунок 1

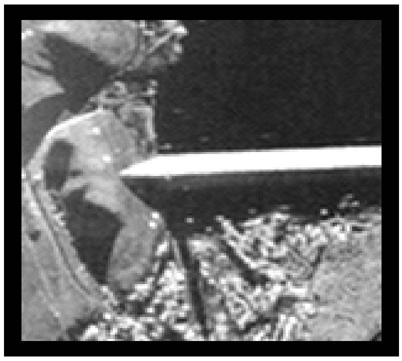

Рисунок 2

На рисунке 3 представлены зависимости СКО ошибки оценивания $\sigma_{\Delta\hat{X}}$ от СКО помехи σ_P для одноканальной (k=1) и четырехканальной системы (k=2). Преимущество многоканальности очевидно.

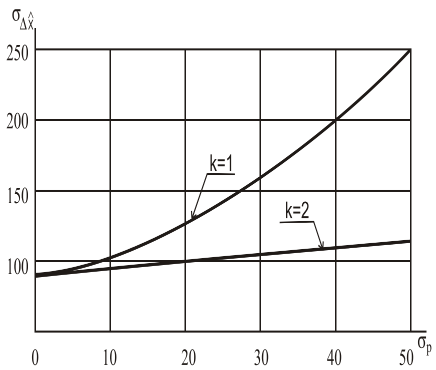

Рисунок 3

Заключение. Представленные модели комплексных сигналов и методы оценивания параметров полей отражения (излучения) применимы как в активных РЛС, так и в пассивных многоканальных (также сканирующих) РТЛС. В частном случае обработки вещественных сигналов модели упрощаются, а количество операций в алгоритмах снижается в два раза. Заметим, что вместо комплексных моделей можно применять обычные модели для действительных векторов и матриц, размеры которых следует увеличить в два раза. Предложенная матричная модель и метод двухэтапного оценивания позволяют значительно уменьшить количество вычислительных операций при формировании и обращении матриц, что может быть использовано в адаптивных системах, требующих пересчета матриц в реальном времени.

Библиографический список

1. *Клочко В.К.* Восстановление радиоизображений на базе многоканальной РЛС // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2007. Вып. 4.С. 51- 61.

2. *Пирогов Ю.А., Тимановский А.Л.* Сверхразрешение в системах пассивного радиовидения миллиметрового диапазона // Радиотехника. 2006 № 3. С. 14 – 19.

3. *Проскурин В.И.* Потенциальная разрешающая способность радиолокационной станции // Радиотехника. 2001. № 5. С. 67 – 70.

4. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию / Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.

5. *Клочко В.К.* Потенциальные возможности восстановления радиоизображений // Вестник РГРТА. Вып. 19. 2006. С. 10 – 18.