УДК 621.391

С.Н. Кириллов, Д.Е. Крысяев

АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СВЕРТОЧНОГО КОДА ПРИ ДЕЙСТВИИ ШИРОКОПОЛОСНОЙ ПОМЕХИ

Разработан оптимальный и предложены квазиоптимальные алгоритмы оценки параметров двоичных сверточных кодов на основе решения системы линейных алгебраических уравнений в поле Галуа 2-го порядка. Проведено имитационное моделирование разработанных алгоритмов при действии широкополосной помехи. Показано, что оптимальный алгоритм позволяет производить оценку параметров сверточных кодов с надежностью более 97,5 % при отношении сигнал-шум в канале не менее -1 дБ.

Введение. Для обеспечения надежной передачи информации, при действии помех в каналах цифровых систем связи, применяется помехоустойчивое кодирование (ПК). В ряде задач радиоконтроля или радиомониторинга факт использования ПК не известен, а в некоторых ситуациях возможно применение нерекомендованных типов ПК. В этом случае необходимо установить факт применения ПК и определить параметры такого кодирования. При этом необходимо произвести оценку параметров ПК по фрагменту демодулированного сигнала. В настоящее время для решения такой задачи применяется подход, заключающийся в тотальном пробном декодировании фрагмента демодулированного цифрового потока каждым из возможных ПК, из числа применяемых в данном диапазоне радиоизлучения [0]. Такой подход требует больших временных затрат. Определение характеристик систем кодирования позволит в значительной степени повысить эффективность алгоритмов классификации типов ПК.

Целью работы является разработка эффективного алгоритма оценки параметров сверточных кодов на основе демодулированной двоичной последовательности.

Параметры сверточного кодирования. Для защиты от ошибок в радиоканалах наиболее часто используется сверточное кодирование, являющееся мощным средством борьбы с одиночными ошибками [2]. Сложность декодирования сверточных кодов по наиболее выгодному, с точки зрения реализации, алгоритму Витерби возрастает экспоненциально с увеличением длины кодового ограничения. В каналах с замираниями необходимо использовать сверточное кодирование совместно с пере-межением. Недостатком такого типа кодирования является эффект размножения ошибок, то есть при ограниченном числе ошибок в канале передачи возникает неограниченное число ошибок декодирования [1]. Появление такого эффекта связано с характеристиками кода, поэтому на практике стараются не использовать коды, склонные к размножению ошибок.

Основными характеристиками сверточного кода является длина кодового ограничения *K*, показывающая, на какое максимальное число выходных символов влияет данный информационный символ и порождающий полином $g(x)=\sum_{i=1}^{K-1} a_i x$, где $a_i = 0,1$, характеризующий правило формирования проверочных символов. Для примера на рисунке 1 представлен алгоритм работы сверточного кодера с порождающим полиномом $g(x)=1+x+x^4+x^6$ (g=[1100101]) и кодовой скоростью r=1/2. В качестве параметров сверточного кода выступают значения коэффициентов a_i.

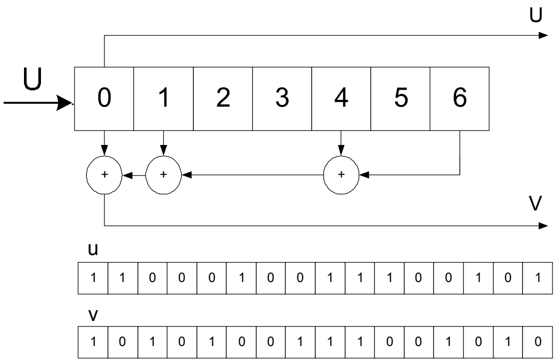

Рисунок 1

Алгоритмы оценки параметров сверточного кода. Для оценки параметров сверточного кода из демодулированной двоичной последовательности необходимо выделить информационную u и проверочную v части. На основе этих частей сформировать систему линейных алгебраических уровней (СЛАУ) в поле Галуа 2-го порядка [3]:

$$Ug=V, \qquad (1)$$

где $U=\{u_{i,j}\}$ - квадратная матрица, сформированная из информационной части, каждая строка которой представляет собой вектор $u_l, l=i..(i+K)$, а $V=\{v_l\}, l=i..(i+K)$ - столбец, сформированный из проверочной части, $g=\{g_i\}$ - порождающий полином, записанный в виде двоичного вектора.

Для оценки параметров сверточного кода необходимо определить коэффициенты порождающего полинома $g(x)$, для чего необходимо решить СЛАУ (1) относительно $g=U^{-1}V$. Решение СЛАУ в поле Галуа 2-го порядка возможно методом исключения Гаусса [4]. Например, для кодера, изображенного на рисунке 1, в СЛАУ в поле Галуа 2-го порядка матрица U имеет вид:

$$U=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

а вектор $V=[1010100]^T$. Решением данного СЛАУ является вектор $g=[1100101]$.

В ходе решения возникают случаи, когда система имеет несколько решений или не имеет решений вовсе, что приводит к увелечению времени обработки за счет удлинения исходной демодулированной последовательности. Для устранения данного недостатка и снижения времени обработки предложено после формирования СЛАУ расчитать определитель матрицы U. Если $\mathrm{mod}(\det U, 2)\neq 1$, то в этом случае необходимо путем приведения матрицы U к треугольному виду выявить линейно зависимые строки. Далее предлагается заменить соответствующие строки СЛАУ на другие, полученные из демодулированной последовательности. Данную операцию следует проводить до тех пор, пока $\mathrm{mod}(\det U, 2)$ не будет равен 1. Если $\mathrm{mod}(\det U, 2)=1$, то требуется решить полученную систему в поле Галуа 2-го порядка любым из известных методов, например методом исключения Гаусса. Затем необходимо рассчитать среднее значение коэффициентов полинома:

$$G_i=\sum_{j=1}^{N} g_{i,j}/N, i=1..K, \qquad (2)$$

где N - количество решенных СЛАУ.

Пример вектора средних значений коэффициентов полинома сверточного кода с g=[1100101], полученного при отношении сигнал-шум (ОСШ) в канале 0 дБ, представлен на рисунке 2.

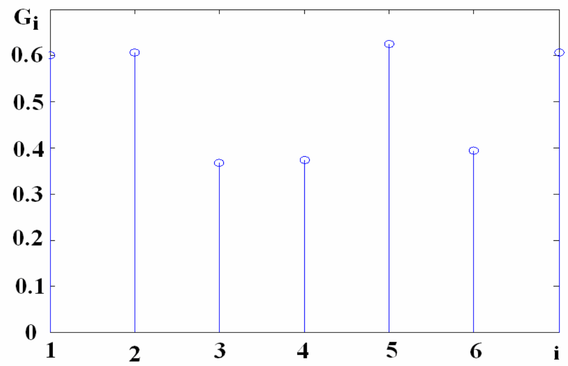

Рисунок 2

Определены зависимости математических ожиданий m_0, m_1 и дисперсии σ_0, σ_1 коэффициентов порождающего полинома от ОСШ в канале при значениях коэффициентов порождающих полиномов 0 и 1 соответственно (рисунок 3).

Исходя из особенностей алгоритма оценки параметров сверточного кода, в дальнейшем необходимо применять схему вероятностных расчетов при многократных испытаниях [5], т.е. проводится N испытаний, в результате каждого испытания событие G_i=1 может появиться с вероятностью p, а G_i=0 – с вероятностью

$q=1-p$. Статистические характеристики G_i при этом описываются законом Бернулли:

$$P_N(k)=C_N^k p^k q^{N-k}. \qquad (3)$$

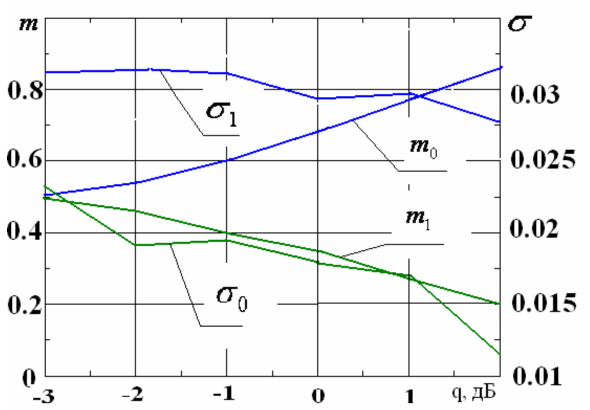

Рисунок 3

Как известно [5], при больших N пользоваться формулой (3) сложно, при помощи формулы Стирлинга ее можно преобразовать к более удобной форме:

$$P_N(k)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(\delta^2/2\sigma^2\right), \qquad (4)$$

где $\sigma=\sqrt{Npq}$, $\delta=k-Np$. Наибольшую точность данная форма обеспечивает при $p=0.5$. Но в связи с тем, что G может иметь значения, близкие к 0 и 1, распределение (4) будет иметь большую ошибку аппроксимации. В ходе экспериментальных исследований показано, что законы распределения коэффициентов порождающего полинома при $p\le 1, q\ge 0$ с наименьшей ошибкой по критерию Колмогорова-Смирнова аппроксимируются законом B-распределения:

$$f(G_i)=\frac{1}{B(\nu,\mu)}G_i^{\nu-1}(1-G_i)^{\mu}, 0<G_i<1. \qquad (5)$$

По критерию минимальной суммарной ошибки принятия решения синтезирован оптимальный и предложены квазиоптимальные алгоритмы оценки коэффициентов порождающего полинома. Гипотеза H_0 заключается в появлении коэффициента полинома $g_i=0$, а гипотеза H_1 - в появлении $g_i=1$.

При известных параметрах закона распределения ν,μ и априорной вероятности появления 0 и 1 в полиноме - P_0,P_1 разработан оптимальный алгоритм оценки коэффициентов порождающего полинома (АОКПП), который имеет вид:

$$(\nu_1-\nu_0)\ln G_i+(\mu_1-\mu_0)\ln(1-G_i)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ln\frac{P_0}{P_1}-\ln B, \qquad (6)$$

где $B=B(\nu_0,\mu_0)/B(\nu_1,\mu_1)$, $B(\nu,\mu)$ - B-функ-ция. В действительности априорная информация о параметрах ν_0,μ_0,ν_1,μ_1 и P_0,P_1 отсутсвует, поэтому были предложены квазиоптимальные АОКПП.

1. Квазиоптимальный алгоритм при отсутствии априорной информации об P_0,P_1:

$$(\nu_1-\nu_0)\ln G_i+(\mu_1-\mu_0)\ln(1-G_i)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}-\ln B+\Delta, \qquad (7)$$

где Δ - константа, определяемая из экспериментальных исследований.

2. Квазиоптимальный алгоритм со значениями ν^*,μ^* для наихудшего случая, например при ОСШ=-3 дБ, и при отсутсвии априорной информации об P_0,P_1:

$$\Delta\nu\ln G_i+\Delta\mu\ln(1-G_i)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ln\frac{B(\nu_0^*,\mu_0^*)}{B(\nu_1^*,\mu_1^*)}, \qquad (8)$$

где $\Delta\nu=\nu_1^*-\nu_0^*, \Delta\mu=\mu_1^*-\mu_0^*$.

3. Квазиоптимальный алгоритм с адаптацией порога, при отсутствии информации об ОСШ в канале:

$$\Delta\nu\ln G_i+\Delta\mu\ln(1-G_i)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\Delta\nu\ln T+\Delta\mu\ln(1-T), \qquad (9)$$

где $T=\frac{M_1+M_0}{2}, M_1=\max(G), M_0=\min(G)$. С учетом преобразований данный алгоритм можно представить в виде:

$$G_i\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}T. \qquad (10)$$

4. Оптимальный и квазиоптимальные алгоритмы с накоплением по n реализациям G

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\left(\nu_1-\nu_0\right)\ln G_{ij}+\left(\mu_1-\mu_0\right)\ln(1-G_{ij})\right)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ln\frac{P_0}{P_1}-n\ln B, \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\Delta\nu\ln G_i+\Delta\mu\ln(1-G_{ij})\right)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} n\left(\Delta\nu\ln T+\Delta\mu\ln(1-T)\right).$$

Экспериментальные исследования. Проводились экспериментальные исследования разработанных алгоритмов для оценки параметров сверточных кодов с $K=5...13$ и различными порождающими полиномами для каждого K. Для примера результаты имитационного моделирования предложенных алгоритмов в виде зависимости вероятности ошибки определения коэффициентов порождающего полинома от ОСШ в канале для сверточного кода с $K=7$ и $g=[1100101]$ представлены на рисунке 4.

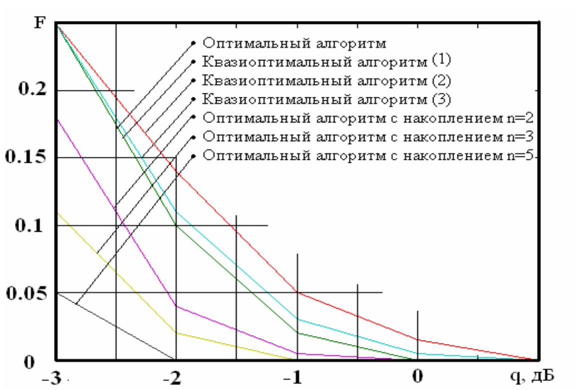

Рисунок 4

Предложенные алгоритмы позволяют определить коэффициенты порождающего полинома сверточного кода с кодовой скоростью $r=1/2$. На практике часто используются сверточные коды с другими кодовым скоростями (3/5, 3/4, 7/8 и т.д.), что требует большего количества формируемых СЛАУ в поле Галуа 2-го порядка.

На основе вышеизложенного предлагается алгоритм обработки последовательности со сверточным кодированием (рисунок 5), входными параметрами которого является кодовая скорость r, сведения о которой можно получить из априорной информации о используемом коде в данном радиодиапазоне, а также информационные U и проверочные V части закодированной последовательности. Необходимо сформировать и решить СЛАУ, количество которых зависит от r. В случае, если определитель матрицы U, сформированной СЛАУ, отличен от 1, то необходимо определить и заменить линейно-зависимые строки (ЛЗС) матрицы U. Затем произвести набор статистики и получить среднее значение коэффициентов порождающего полинома G_1, после чего одним из предложенных АОКПП получить значения коэффициентов g_i.

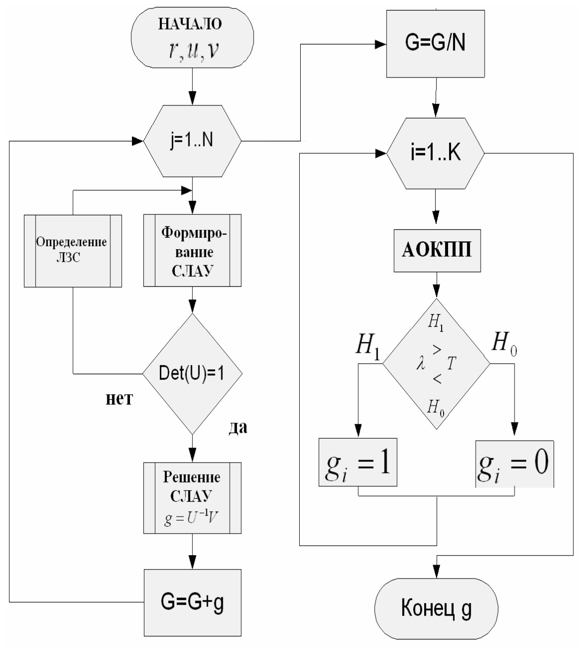

Рисунок 5

Выводы. Таким образом, предложены алгоритмы оценки коэффициентов порождающих полиномов сверточных кодов на основе составления и решения СЛАУ в поле Галуа 2-го порядка. Предлагаемые алгоритмы гарантируют определение коэффициентов порождающих полиномов сверточного кода в канале связи с ОСШ не менее 0 дБ с надежностью 99,99 %. Предложенный квазиоптимальный алгоритм оценки коэффициентов (9) проигрывает оптимальному алгоритму в среднем 0.5 дБ. При этом применение адаптации порога в квазиоптимальном алгоритме (10) позволяет уменьшить проигрыш до 0.05…0.1 дБ. Накопление за счет увеличения вычислительных затрат и времени обработки позволяет получить выигрыш 0.8; 1; 1.6 дБ соответсвенно для n=2; 3; 5; по отношению к оптимальному алгоритму при $n=1$.

Библиографический список

1. *Золотарёв В.В., Овечкин Г.В.* Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: справочник/ под ред. чл.-кор. РАН Ю.Б.Зубарева. - М.: Горячая линия – Телеком, 2004. - 126 с.

2. *Прокис Дж.* Цифровая связь, /пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского - М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.

3. *Кириллов С.Н., Дмитриев В.Т., Крысяев Д.Е.* Алгоритмы оценки параметров сверточного кода //

Материалы 15-й международной научно-технической конференции «Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций». Рязань, 13-15 февраля 2008 г. С.59.

4. *Гусак А.А. и др.* Справочник по высшей математике. – Мн.: ТетраСистемс, 1999. - 640 с.

5. *Заездный А.М.* Основы расчетов по статистической радиотехнике. – М.: Связь, 1969. - 446 с.