

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.398.694

В.Г. Андреев, В.А. Белокуров, В.И. Кошелев**СНИЖЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ
БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ,
ВЫЗВАННОЙ ДРЕЙФОМ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ**

Предложен и исследован метод аппроксимации процесса дрейфа микро-механических гироскопов переопределённой авторегрессионной моделью с большой (50...150) глубиной переопределённости с последующим вычислением коэффициентов модели малого (2...4) порядка. Полученные в результате редукции авторегрессионные коэффициенты включаются в фундаментальную матрицу для решения задачи линейной калмановской фильтрации. Моделирование на примере данных навигационного датчика ADIS16405 показывает, что использование переопределённой модели второго порядка даёт возможность повысить точность определения крена, курса и тангажа на величину от 3° до 10° по сравнению с описанием процесса дрейфа в виде обычно используемой марковской модели первого порядка.

Ключевые слова: дрейф гироскопов, гировертикаль, линейная авторегрессия, моделирование временных рядов, переопределённая система уравнений Юла-Уолкера.

Введение. Сигналы с выходов гироскопических датчиков бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) подвержены искажению паразитным дрейфом, который характерен для большинства гироскопов [1], в частности, для исследуемого ниже микромеханического датчика ADIS16405. Борьба с дрейфом сводится, как правило, к его компенсации на этапе обработки навигационных данных с помощью калмановской фильтрации. Для корректного представления элементов фундаментальной матрицы на этапе начальной выставки БИНС необходимо определять параметры дрейфа гироскопов [1]. Обычно для этого используется линейная авторегрессионная (АР) модель первого ($p = 1$) или второго ($p = 2$) порядка p [1]. Это фактически предполагает аппроксимацию процесса дрейфа гироскопов одно- или двухсвязной марковской моделью [1]. Однако, как показали натурные эксперименты, проведенные с БИНС, построенной на датчике ADIS16405, связность процесса дрейфа, оцененная разными методами, имеет большие значения, достигая величин 10 и более. Так, например, при анализе вектора $[1; a_1; a_2; \dots; a_k; \dots; a_p]$ авторегрессии (нормиро-

ванного к своему верхнему элементу крайнего левого вектора-столбца обратной к корреляционной матрице \mathbf{R} процесса дрейфа) выявилось, что модуль $|a_k|$ коэффициентов авторегрессии не уменьшается с ростом k и продолжает быть сопоставимым с единицей при $k > 10$. Следовательно, используя более точную многосвязную марковскую модель дрейфа гироскопов, можно рассчитывать на повышение точности угловой ориентации бесплатформенной навигационной системы.

Однако рост порядка p аппроксимирующей процесс АР-модели приводит к значительному возрастанию размерности вектора состояния линейного калмановского фильтра. Так, для $p = 2$ размерность вектора состояния возрастает до 9. А её дальнейшее наращивание p приводит к вычислительным затратам, которые проблематично реализовать в реальном масштабе времени.

В статье предлагается альтернативный подход к расчёту коэффициентов a_k авторегрессии, описывающих процесс дрейфа микромеханических гироскопов БИНС, основанный на построении переопределённой АР модели с большой ($c = 50...150$) глубиной c переопределённости с

последующим ее использованием для пересчета в коэффициенты модели небольшого ($p = 2 \dots 4$) порядка.

Отметим, что расчёт коэффициентов a_k переопределённой модели производится однократно на этапе начальной выставки, что в значительной мере снимает ограничения на вычислительные затраты, необходимые для вычисления a_k . Это обусловлено тем, что решение задачи линейной калмановской фильтрации навигационных данных критично лишь к порядку p модели дрейфа гироскопов, а не к значениям её параметров a_k , включаемых в фундаментальную матрицу.

Цель работы – использование переопределённой авторегрессионной модели с большой ($c > 50$) глубиной переопределённости для вычисления коэффициентов АР-модели малого ($p = 2 \dots 4$) порядка в интересах аппроксимации дрейфа микромеханических гироскопов.

Постановка задачи. Определив допустимый порядок p АР-модели по приведенным выше критериям реализуемости линейной калмановской фильтрации навигационных данных в реальном масштабе времени на имеющихся вычислительных средствах, оптимизируем параметры $a_1; a_2; \dots; a_k; \dots; a_p$. Известно [2], что автокорреляционная последовательность r_k процесса на выходе АР-модели связана с ее параметрами a_k нормальным уравнением Юла-Уолкера для АР-процесса:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_{-1} & \dots & r_{-p} \\ r_1 & r_0 & \dots & r_{1-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_p & r_{p-1} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

или в компактной форме:

$$\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \sigma^2 \mathbf{i} \quad (2)$$

где $\mathbf{R}=[r_{i-j}]$ – корреляционная $(p+1) \times (p+1)$ - матрица моделируемого процесса дрейфа, элементами которой, в силу её теплицевости [2], служат автокорреляционные коэффициенты, $\mathbf{a}=[a_j]$ – искомый p -мерный вектор-столбец коэффициентов авторегрессии; $\mathbf{i}=[1; 0; \dots; 0]^T$ – крайний левый $(p+1)$ - мерный вектор единичной матрицы, σ^2 – дисперсия входного возбуждающего процесса u_n , являющегося белым гауссовским шумом.

Искомый вектор \mathbf{a} авторегрессионных коэффициентов из (2) можно выразить как:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \sigma^2 \mathbf{R}^{-1} \mathbf{i}, \quad (3)$$

где σ выбирается так, чтобы компонента a_0 век-

тора-столбца решений оказалась равной единице, поэтому (3) принимает следующий вид [3]:

$$a_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{i}, \quad npus^2 = 1/a_0. \quad (4)$$

Отметим, что полученный на выходе формирующего фильтра комплексный временный ряд y_n может быть в значительной степени чувствительным к точности определения коэффициентов r_k автокорреляции, адекватная оценка r_k которых по ограниченной ($N = \text{const}$) экспериментальной выборке длиной N проблематична.

Ошибки в оценках r_k коэффициентов r_k корреляции приводят к появлению ложных выбросов [4] в спектральной плотности мощности (СПМ) моделируемого процесса y_n на выходе микромеханического гироскопа во время начальной выставки БИНС.

Предлагается для устранения гиперчувствительности искомых АР-параметров a_k к точности оценок r_k вычислять коэффициенты a_{s_k} авторегрессии из переопределённой системы уравнений Юла-Уолкера, которая имеет вид [2]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{r}_0 & \tilde{r}_{-1} & \dots & \tilde{r}_{-p} \\ \tilde{r}_1 & \tilde{r}_0 & \dots & \tilde{r}_{1-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_p & \tilde{r}_{p-1} & \dots & \tilde{r}_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_s & \tilde{r}_{s-1} & \dots & \tilde{r}_{s-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{s_1} \\ \vdots \\ a_{s_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $(s-p)$ – глубина c переопределённости системы уравнений Юла-Уолкера. Предполагается, что $s > p$. В случае нахождения вектора \mathbf{a}_s АР-параметров по переопределённой системе (5) линейных уравнений её удобно представить в следующем виде [2]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{r}_0 & \tilde{r}_{-1} & \dots & \tilde{r}_{1-p} \\ \tilde{r}_1 & \tilde{r}_0 & \dots & \tilde{r}_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_{p-1} & \tilde{r}_{p-2} & \dots & \tilde{r}_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_{s-1} & \tilde{r}_{s-2} & \dots & \tilde{r}_{s-p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{s_1} \\ a_{s_2} \\ \vdots \\ a_{s_p} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_2 \\ \vdots \\ \tilde{r}_s \end{bmatrix} \quad (6)$$

или в более компактной форме:

$$\mathbf{R}_s \mathbf{a}_s = -\mathbf{r}_s, \quad (7)$$

где $\mathbf{a}_s=[a_{s_1}, a_{s_2}, \dots, a_{s_k}, \dots, a_{s_p}]^T$ – вектор-столбец АР-коэффициентов, рассчитанных на основе переопределённой системы (6) уравнений Юла-Уолкера, \mathbf{R}_s – оценка $(s \times p)$ - мерной корреляционной матрицы моделируемого процесса, \mathbf{r}_s – оценка s - мерного вектора-столбца его автокорреляции. Для решения уравнения (7) необхо-

димо преобразовать прямоугольную матрицу \mathbf{R}_s в квадратную домножением системы (7) слева на \mathbf{R}_s^{*T} :

$$\mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{R}_s \mathbf{a}_s = -\mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{r}_s, \quad (8)$$

где $\mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{R}_s$ – квадратная $(p \times p)$ – мерная матрица, $\mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{r}_s$ – p – мерный вектор-столбец.

На основе решения системы (8) нормальных уравнений получим значение для вектора \mathbf{a}_s коэффициентов АР-модели:

$$\mathbf{a}_s = -(\mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{R}_s)^{-1} \mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{r}_s, \quad (9)$$

где $(p \times s)$ – мерная прямоугольная матрица $(\mathbf{R}_s^{*T} \mathbf{R}_s)^{-1} \mathbf{R}_s^{*T}$ имеет смысл квазиобратной к \mathbf{R}_s матрицы [2]. Фактически по критерию наименьших квадратов минимизируются модули коэффициентов ε_k вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R}_s \mathbf{a}_s + \mathbf{r}_s. \quad (10)$$

По (9) находим наилучшее по критерию минимума квадрата длины $\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}$ вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ (10) невязки решение (9) [2, 5].

При синтезе АР-моделей дрейфа микромеханических гироскопов использование рассчитанного по (9) вектора \mathbf{a}_s улучшает качество его компенсации по сравнению с применением вектора \mathbf{a} коэффициентов авторегрессии, найденного по выражениям (3), (4). Покажем это на практическом примере моделирования процесса u_n на выходе микромеханического гироскопа во время начальной выставки БИНС.

Экспериментальные исследования. На рисунке 1 приведен пример параметрических оценок нормированного к своему максимальному значению экспериментального энергетического спектра $P(f)$ центрированного (с удалённой постоянной составляющей) сигнала на выходе одного из гироскопов, полученного с помощью находящегося в состоянии покоя датчика ADIS16405 фирмы «Analog Devices». При этом нормированная к своему максимальному значению мощность P представлена в относительных единицах (отн. ед.), частота f – в Гц, длительность анализируемой выборки составляла одну минуту, интервал Δt дискретизации $\Delta t = 0,0384$ с.

На рисунке 1 обозначены: пунктирной линией 1 – оценка спектральной плотности мощности, полученная с помощью обычной АР-модели $p = 2$ порядка, параметры которой рассчитаны по формуле (3); сплошной жирной линией 2 – оценка спектральной плотности $P(f)$, полученная с помощью переопределённой АР-модели, параметры которой были получены по выражению (9) при $c = 100$ и $p = 2$; сплошной тонкой линией 3 – контрольный спектр [6], построенный с помощью авторегрессионной модели 10-го порядка по формуле (3).

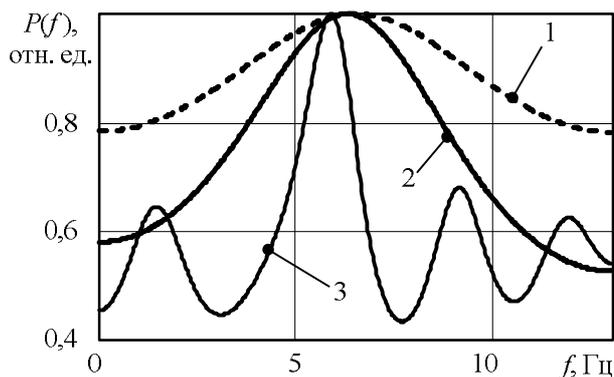


Рисунок 1 – Спектральные характеристики данных гироскопов

Из анализа рисунка 1 видно, что рассмотренные параметрические методы спектрального оценивания выделяют доминантную паразитную гармонику на частоте $f \approx 6$ Гц при $p = 2$, но более близкие к контрольному спектру (сплошная тонкая линия 3) результаты даёт предлагаемая для использования в навигационной системе переопределённая АР-модель (жирная сплошная линия 2).

В данной работе предлагается ввести коэффициенты переопределённой АР-модели в матрицу динамики фильтра Калмана.

При наличии двух измерителей на практике широко применяют инвариантную схему обработки [7], суть которой заключается в формировании разностных измерений, не содержащих искомого вектора и последующего решения задачи оценивания ошибок одного измерителя, результаты которой используются для уточнения показаний одного из измерителей.

В качестве измерителей используются:

- триада гироскопов, по показаниям которой вычисляется кватернион \mathbf{q}_g , определяющий угловую ориентацию связанной с телом системы координат (ССК) относительно географической системы координат (ГСК);

- триада акселерометров и магнитометров, по показаниям которых также вычисляется кватернион \mathbf{q}_{AID} , определяющий угловую ориентацию ССК относительно ГСК.

При использовании инвариантной схемы обработки необходимо определить модель динамики разностных измерений. Разностные измерения получаются в результате определения отличий в двух кватернионах: \mathbf{q}_g и \mathbf{q}_{AID} с помощью операции кватернионного умножения \otimes [1]. В результате получается кватернион ошибки \mathbf{q}_e :

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_g \otimes \mathbf{q}_{\text{AID}}^*$$

где $*$ – знак кватернионного сопряжения [1]; $\mathbf{q}_e = [1 \ \bar{\mathbf{q}}_e]^T$; $\bar{\mathbf{q}}_e$ – вектор, состоящий из трёх

компонент кватерниона при мнимых единицах Гамильтона.

Кватернион \mathbf{q}_{AID} определяется на основе матрицы направляющих косинусов [1].

Дифференциальные уравнения, определяющие модель изменения во времени t векторной части кватерниона \mathbf{q}_e , имеют вид [1]:

$$\frac{d\bar{\mathbf{q}}_e}{dt} \approx -\mathbf{w}_{3 \times 3b} \times \bar{\mathbf{q}}_e - 0,5(\delta\mathbf{b} + \mathbf{n}_g),$$

где \mathbf{n}_g – вектор шумов чувствительных элементов (ЧЭ) по трём осям; $\delta\mathbf{b}$ – дрейф (ЧЭ) датчика по трём осям; $\mathbf{w}_{3 \times 3b}$ – (3×3) -мерная кососимметричная матрица с параметрами, определяемыми угловыми скоростями вращения объекта в ССК.

В инвариантной схеме обработки дрейф ЧЭ датчика моделируется в формирующем фильтре [7] и способ формирования дрейфа включается в матрицу динамики фильтра Калмана.

АР-модель второго порядка определяется выражением:

$$y_n = -a_{s_1}y_{n-1} - a_{s_2}y_{n-2} + \xi_n, \quad (11)$$

где ξ_n – отсчёты шума процесса. Введя следующие обозначения:

$$x_{1n} = y_{n-1}; \quad x_{2n} = y_n,$$

можно преобразовать выражение (11) к виду:

$$x_{1n} = x_{2n-1},$$

$$x_{2n} = -a_{s_1}x_{2n-1} - a_{s_2}x_{1n-1} + \xi_n,$$

или в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} x_{1n} \\ x_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{s_2} & -a_{s_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1n-1} \\ x_{2n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_n \end{bmatrix}.$$

При данном векторе состояния (9×9) - мерная матрица \mathbf{F} динамики имеет вид:

$$\mathbf{F} \approx \mathbf{I}_{9 \times 9} + \begin{bmatrix} -(\mathbf{w}_{3 \times 3b} \times) & -0,5\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -a_{s_1}\mathbf{I}_{3 \times 3} & -a_{s_2}\mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \Delta t,$$

где \mathbf{I} – единичная матрица, $\mathbf{0}$ – нулевая матрица мерностью 3×3 , $\mathbf{w}_{3 \times 3b} \times$ – (3×3) - мерная кососимметричная матрица угловых скоростей [1].

Оценка эффективности. Преимущества предлагаемого подхода к моделированию паразитных сигналов на выходе гироскопов выявлены путём натурального моделирования работы предлагаемого и известного алгоритмов, реализованных в системе обработки сигналов бесплатформенной системы ориентации, созданной на базе навигационного датчика ADIS16405. Результаты натурального моделирования крена показаны на рисунке 2.

Данные для курса и тангажа носят аналогичный характер. На рисунке 2 сплошная кривая

1 соответствует использованию предлагаемого метода моделирования дрейфа ЧЭ, пунктирная линия 2 соответствует моделированию дрейфа ЧЭ односвязным марковским процессом. Символом N обозначены интервалы дискретизации.

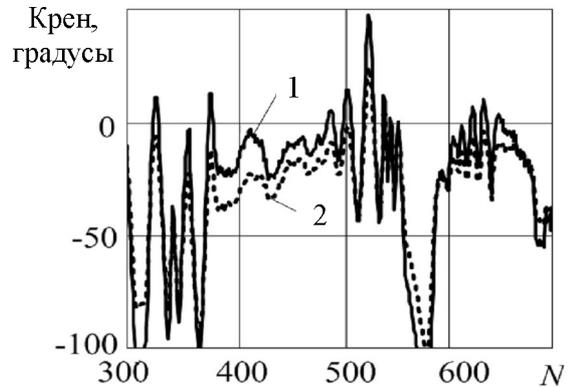


Рисунок 2 – Результаты натурального моделирования

Оценка эффективности предлагаемого подхода производилась по сопоставлению углов ориентации, полученных по показаниям акселерометров, с одной стороны, и углам ориентации, вычисленным в результате работы инвариантного фильтра Калмана с матрицей динамики \mathbf{F} . Эксперименты показали, что в интервалах $N = 400 \dots 500$, когда вектор ускорений с триады акселерометров был равен ускорению свободного падения, сплошная кривая 1 фактически повторяет показатели крена, полученного на основе обработки данных акселерометров, с точностью до 1° . В то же время абсолютная ошибка измерения угла крена известным методом (пунктирная линия 2 на рисунке 2) при использовании односвязной марковской модели для аппроксимации процесса дрейфа гироскопа составляет величину от 3° до 10° .

Выводы. Таким образом, предлагаемый модифицированный метод оценки коэффициентов переопределенной АР-модели навигационных сигналов БИНС на выходе микромеханических гироскопов дает возможность существенно (до десятка раз) повысить точность измерения углов ориентации подвижного объекта по сравнению с известным подходом, основанным на односвязной марковской модели гироскопического дрейфа.

Выигрыши достигаются за счет более точного определения коэффициентов a_{s_k} авторегрессионной модели дрейфа с последующим их введением в матрицу \mathbf{F} динамики фильтра Калмана. Так, например, при $c = 100$, $p = 2$ удастся повысить точность определения углов ориентации в $3 \dots 10$ раз, снизив абсолютную погрешность измерения с $3 \dots 10^\circ$ до 1° .

Библиографический список

1. *Jan Farrell Aided navigation. GPS with high rate sensors.*— Chicago: Mc Graw Hill, 2008.— 553 p.

2. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ.— М.: Мир, 1990.— 584 с.

3. *Андреев В.Г., Нгуен Ш.В.* Параметрическое моделирование коррелированных радиоотражений для анализа эффективности обработки эхо-сигналов // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. Выпуск 18.— Рязань: РГРТА, 2006.— С. 40-45.

4. *Кошелев В.И., Андреев В.Г.* Синтез АРСС—

моделей эхо-сигналов // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1993.— Т.36.— №7.— С. 8-13.

5. *Андреев В.Г.* Оптимизация авторегрессионных моделей радиоотражений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета.— № 1.— Выпуск 35.— Рязань: РГРТУ, 2011.— С. 12-15.

6. *Бакулев П.А., Кошелев В.И., Андреев В.Г.* Оптимизация АРСС—моделирования эхо-сигналов // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1994.— Т. 37.— № 9.— С. 3-8.

7. *Степанов О.А.* Основы теории оценивания с приложением к задачам обработки навигационной информации. Ч.1 Введение в теорию оценивания. — СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2010.— 509 с.

УДК 681.3.06

В.Т. Дмитриев, Д.С. Семин, Э.В. Акопов, П.И. Манзадей

АЛГОРИТМЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ ОБЪЕКТОВ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА ПУТЕМ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Представлен алгоритм повышения точности оценки траектории объектов космического мусора путем комплексирования результатов измерений, полученных от различных источников. Применение представления Хургина – Яковлева при обработке траекторных измерений позволило увеличить точность интерполяции траектории в 1,3 раза по сравнению с алгоритмом интерполяции на базе теоремы В.А. Котельникова.

Ключевые слова: исследование околоземного пространства, интерполяция траекторных измерений, комплексирование данных, представление Хургина – Яковлева.

Введение. Одной из основных проблем современных космических систем является присутствие на орбите большого количества мешающих объектов техногенного происхождения, представляющих опасность для функционирования действующих космических аппаратов. Единственной мерой борьбы с объектами космического мусора (ОКМ) является корректировка орбиты действующих аппаратов. Поэтому в настоящее время создана Международная научная оптическая сеть наблюдений за околоземным космическим пространством с целью обнаружения и измерения параметров траектории движения вредоносных объектов [1...4]. Оценка параметров траектории движения ОКМ связана с наличием погрешностей измерений, связанных как с аппаратурой, так и искажениями, вызванными атмосферой. Другой особенностью проведения измерений является наличие избыточности получаемых данных (при проведении измерений в различных диапазонах или с разных станций наблюде-

ний), что связано с особенностями реальной работы технических средств. Данные особенности позволяют повысить точность траекторных измерений за счет использования алгоритмов математической обработки сигналов, позволяющих осуществить комплексирование данных, полученных из различных источников [5, 6].

В работе для увеличения точности восстановления параметров траектории движения ОКМ предложено использовать алгоритм Хургина – Яковлева, позволяющий комплексировать данные о координате и скорости движения ОКМ, полученные из различных источников.

Цель работы. Разработка алгоритма интерполяции параметров траектории ОКМ по данным о положении и скорости движения, полученным с наземных станций наблюдения.

Представление Хургина – Яковлева. В общем виде представление Хургина - Яковлева позволяет получить разложение функции $f(t)$ с верхней частотой F в виде [7]:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f^{(k)}(Nn\Delta) \times (t - Nn\Delta)^k \frac{(\text{sinc } \alpha)^N}{k!}, \quad (1)$$

где $\text{sinc}(\alpha) = \sin(\alpha) / \alpha$, $\alpha = \pi(t - Nn\Delta) / N\Delta$, $f^{(k)}(Nn\Delta)$ – k -я производная функции, $\Delta \leq 1/2F$ – величина интервала между моментами отсчетов, определенных по теореме В.А. Котельникова.

Так как в задаче интерполяции траектории движения ОКМ известны только координаты f и скорость движения f' , то целесообразно использовать алгоритм Хургина – Яковлева при $N=2$. Подобное представление дает возможность восстановить функцию с финитным спектром, сосредоточенным внутри интервала $(-\pi/\Delta; \pi/\Delta)$, через отсчеты этой функции и ее первой производной, следующие через равные интервалы 2Δ [7]. Интерполированный сигнал может быть восстановлен по формуле:

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t), \quad (2)$$

Где $f_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(2n\Delta) \text{sinc}^2[\pi(t - 2n)/2\Delta]$,

$$f_2(t) = \sum f'(2n\Delta)(t - 2n\Delta) \text{sinc}^2[\pi(t - 2n)/2\Delta].$$

Данная запись может быть интерпретирована как сумма сигналов, полученных с выходов фильтров, со следующими импульсными характеристиками:

$$h_1(t) = \text{sinc}^2(\pi t / 2\Delta), \quad (3)$$

$$h_2(t) = t \text{sinc}^2(\pi t / 2\Delta).$$

Оценка точности вычисления производной сигнала. При проведении траекторных измерений в оптическом и инфракрасных диапазонах наземные станции могут оценивать только координаты ОКМ, поэтому необходимо рассмотреть методы оценки скорости движения исследуемого объекта в различных точках по его координатам. Рассмотрим различные методы оценки производной сигнала:

1) конечно-разностный алгоритм основан на определении производной $f'(t)$ функции $f(t)$ [8] в виде:

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} ((f(t + \Delta t) - f(t)) / \Delta t), \quad (4)$$

при конечном шаге дискретизации Δt из (4) могут быть получены следующие конечно-разностные формулы: разность вперед (правая разность);

2) алгоритм, основанный на полиномиаль-

ной интерполяции, реализуется с помощью многочленов Лагранжа и Стирлинга [6] методом механических квадратур [7]. Метод состоит в построении полинома n -й степени, обладает невысокой точностью при использовании их на частоте В.А. Котельникова, но при увеличении частоты дискретизации точность получения отсчетов производной возрастает и в пределе сходится к истинному значению;

3) алгоритм в частотной области основан на получении оценки производной в точке t_i с использованием прямого и обратного дискретного преобразования Фурье:

$$f'(t_i) = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} (S_{np}(\omega_n) \cdot \exp(j\omega_n \cdot i \cdot \Delta t)), \quad (5)$$

где $S_{np}(\omega_n)$ – дискретное преобразование Фурье-сигнала;

4) алгоритм во временной области, основанный на разложении сигнала в ряд Фурье:

$$f'(t_i) = \sum_{n=1}^{K/2} (b_n \cdot \omega_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t_i) - a_n \cdot \omega_n \cdot \sin(n \cdot \omega_n \cdot t_i)), \quad (6)$$

где

$$a_n = \frac{2}{K} \cdot \sum_{i=0}^{K-1} f(t_i) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{K} \cdot i\right), \quad (7)$$

$$b_n = \frac{2}{K} \cdot \sum_{i=0}^{K-1} f(t_i) \cdot \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{K} \cdot i\right),$$

$\omega_n = n \cdot \frac{2\pi}{K}$, K – интервал обработки.

Алгоритм во временной области по точности определения идентичен алгоритму в частотной области. В пределе при бесконечном количестве отсчетов алгоритмы во временной и частотной области дают сходимость к истинному значению производной.

На рисунке 1 представлены зависимости СКО η восстановления сигнала [9] от нормированной частоты $F_n = F_o / F_K$ (F_o – частота дискретизации, F_K – частота Котельникова) для различных алгоритмов получения отсчетов производной: кривая 1 – при использовании полиномиальной интерполяции многочленом четвертой степени; 2 – в частотной области или 3 – с помощью разложения в ряд Фурье; кривая 4 – при использовании аналитической производной.

Кривая, соответствующая конечно-разностному алгоритму на рисунке 1, не приводится ввиду значения СКО более 3%. Доверительный интервал для данных зависимостей не превышал 0,03% при вероятности 0,99%.

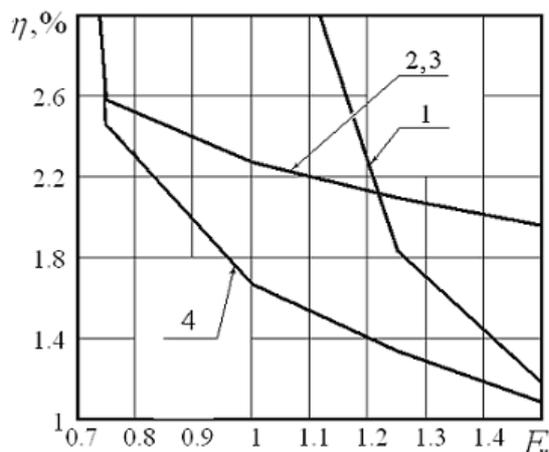


Рисунок 1 – Зависимости СКВ восстановления сигнала от нормированной частоты

Сравнение велось с качеством восстановления при использовании аналитической производной. Исходный сигнал состоял из набора синусоид с различной частотой и амплитудой, обеспечивающих возможность получения производной в аналитическом виде:

$$f(t) = \sum_{n=0}^V a_n \cdot \sin(\omega_n \cdot t + \varphi_n), \quad (8)$$

где V – количество синусоид в сигнале, которое изменялось от 10 до 50. Амплитуда синусоид изменялась случайным образом по равномерному закону. При исследованиях использовалась выборка 500 сигналов, полученных согласно выражению (8), длительностью 256 отсчетов.

Как следует из анализа зависимостей, показанных на рисунке 1, наиболее точные результаты получаются при использовании алгоритма в частотной области или разложении в ряд Фурье. В то же время основная доля ошибки производной, полученной в частотной области, сосредоточена в высокочастотной части спектра, что позволит получить еще более точные оценки производной при использовании сигналов, основная энергия которых сосредоточена в низкочастотной области. Одним из таких сигналов является отраженный от ОКМ сигнал в видимом и инфракрасном диапазонах частот.

Применение полиномиальной интерполяции при высокой частоте дискретизации ($1,3 \dots 1,5 F_n$) дает близкое приближение к аналитической производной, однако при уменьшении частоты дискретизации точность резко уменьшается. Как показали исследования алгоритма, основанного на полиномиальной интерполяции, для получения того же качества восстановления сигнала требуется увеличивать частоту дискретизации в $1,5 \dots 2$ раза. С другой стороны, оценивалось ко-

личество операций, требуемых для получения отсчетов производной тем или иным методом. В таблице сведены формулы вычисления количества операций при получении производной для следующих алгоритмов: 1 – конечно-разностный и при интерполяции квадратичным полиномом (центральная разность); 2 – при интерполяции полиномом четвертой степени; 3 – алгоритма в частотной области; 4 – при разложении в ряд Фурье.

Таблица - Количество операций для вычисления производной

№	Количество операций
1	$2 \cdot K$
2	$6 \cdot K$
3	$K + 2 \cdot K \cdot \log_2 K$
4	$K^2 = 1,5 \cdot K$

Как следует из анализа таблицы, алгоритмы, основанные на полиномиальной интерполяции, не требуют существенных вычислительных затрат, но и не обладают высокой точностью.

Таким образом, показано, что максимальной точностью из рассмотренных обладает алгоритм получения производной в частотной области, а минимальными вычислительными затратами – конечно-разностные алгоритмы. Алгоритмы, основанные на полиномиальной интерполяции, обладают большей точностью по сравнению с конечно-разностными и меньшими вычислительными затратами по сравнению с алгоритмом, основанном на разложении в ряд В.А. Котельникова [9]. На основании данных рассуждений наиболее эффективным является использование алгоритма получения производной в частотной области.

Оценка помехоустойчивости алгоритма интерполяции траекторных измерений. Проанализируем влияние помех на качество интерполированной траектории для сигналов, описывающих положение и скорость движения ОКМ, а также сравним предложенный алгоритм с методом интерполяции по В.А.Котельникову.

Полагаем, что на вход поступает нормальный стационарный процесс длительностью $2 \cdot K$ отсчетов с равномерным в диапазоне $(0, F)$ спектром [10]. При этом предполагается, что помеха является аддитивным белым гауссовским шумом в полосе $0 \dots F$, причем реализация шума $H(2n)$ оказывает одинаковое воздействие на каналы с отсчетами функции и ее производной.

Средняя мощность шума на выходе системы восстановления сигнала при использовании теоремы В.А. Котельникова равна:

$$P_{u.1} = M \left(\frac{\sum_{n=0}^{2K-1} |S_{u.c.}(n)|^2}{2 \cdot K} \right) = P_u. \quad (9)$$

Определим среднюю мощность шума на выходе алгоритма интерполяции на основе представления Хургина – Яковлева в виде:

$$\begin{aligned} P_{u.0} &= M \left(\frac{\sum_{n=0}^{2K-1} |S_{u.c.}(n)|^2}{K} \right) = \\ &= M \left(\frac{1}{K} \cdot \sum_{n=0}^{K-1} \left| 2 \frac{K-n}{K} \right|^2 \times \right. \\ &\times S_u^2 + \frac{1}{K} \cdot \sum_{n=1}^{K-2} \left| \frac{2}{\pi} \right|^2 \cdot \frac{S_u^2(n)}{\alpha} \left. \right) = \\ &= 2(\pi^2 \alpha + 3)P_u / 3\pi^2 \alpha, \end{aligned} \quad (10)$$

где α – отношение средних мощностей интерполируемого сигнала и его производной.

Тогда выигрыш в отношении сигнал-шум алгоритма интерполяции на основе представления Хургина – Яковлева по сравнению с представлением В.А. Котельникова для введенных выше моделей сигнала и шума равен:

$$Q = P_{u.1} / P_{u.0} \cong 3\pi^2 \alpha / (2\pi^2 \alpha + 6). \quad (11)$$

На рисунке 2 показано отношение мощностей шума на выходе алгоритма интерполяции на основе теоремы В.А. Котельникова к мощности шума на выходе алгоритма интерполяции с использованием представления Хургина – Яковлева от коэффициента α . Как следует из анализа этой зависимости, выигрыш в рассматриваемых системах достигается при $\alpha > 0,6$.

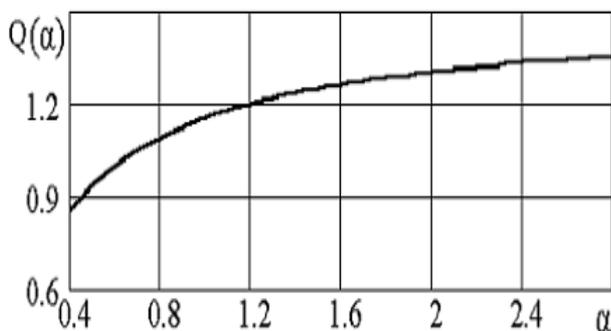


Рисунок 2 - Зависимость выигрыша в отношении сигнал-шум для представления Хургина - Яковлева от отношения средних энергий параметров координат и скорости движения ОКМ α

Выводы. Проведенные исследования показали целесообразность использования представления Хургина – Яковлева в алгоритмах интерполяции траектории ОКМ на основе измерений параметров движения с целью увеличения помехоустойчивости по сравнению с использованием ряда В.А. Котельникова. При этом выигрыш по помехоустойчивости при действии белого гауссовского шума может достигать 1,3 раз.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента № 14.132.21.1439 от 19 октября 2012 г., Соглашения о предоставлении гранта № 14.В37.21.1830, № 14.В37.21.1876, № 14.В37.21.0466, № 14.В37.21.0413.

Библиографический список

1. Агапов В., Молотов И. Международная научная оптическая сеть наблюдений за околосемным космическим пространством – результаты первых лет работы и перспективы. [Режим доступа:] http://fvn.astronomer.ru/report/0000029/index_ru.htm.
2. Покровский П.С. Нефизическая модель для устойчивого предсказания траектории движения КО // 15-я Всероссийская научно-техническая конференция «Новые информационные технологии в научных исследованиях и образовании (НИТ-2010)». Рязань, 2010. – С. 135-136.
3. Кириллов С.Н., Покровский П.С. Устойчивый алгоритм прогнозирования траектории космического объекта на основе модифицированного метода группового учета аргументов // Вестник РГРТУ, №1, выпуск 35, 2011. – С. 31-35.
4. Попов С.В., Ежов С.А., Ватутин В.М., Кириллов С.Н., Покровский П.С. Устойчивый алгоритм предсказания траектории движения космического объекта на основе нефизической модели // Ракетно-космическое приборостроение и информационные технологии. 2010. Труды III ВНТК «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий» (1-3 июня 2010 г.) / под ред. Ю.М. Урличича, А.А. Романова. – М.: Радиотехника, 2011. – 624 с.
5. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов.-М., 2004. – 544 с.
6. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. -М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 832 с.
7. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Фinitные функции в физике и технике. -М.: Наука, 1971. – 408 с.
8. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: ГИТТЛ, 1967. – 784 с.
9. Бахурин С.А., Дмитриев В.Т. Исследование точности алгоритмов оценки отсчетов производной в радиотехнических устройствах/ Вестник РГРТА. – Вып. № 13. – 2004. – С. 32 – 35.
10. Кириллов С.Н., Дмитриев В.Т. Реализационные возможности и помехоустойчивость процедуры восстановления сигналов на основе алгоритма Хургина – Яковлева // Радиотехника. – 2003. – № 1. – С. 73-75.

УДК 621.396.933

Е.В. Герман, А.А. Логинов, М.Б. Никифоров

КЛАССИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕР ИНФОРМАТИВНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ В КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Предлагаются классификация и сравнение мер информативности в целях корреляционно-экстремальной привязки изображений подстилающей поверхности в навигационных системах. Производится выбор мер, наилучшим образом отвечающих задаче корреляционно-экстремальных навигационных систем. Показано, что наиболее подходящими для решения поставленной задачи являются энтропия и отношение «объект/фон» изображения.

Ключевые слова: информативность, корреляционно-экстремальная навигационная система, энтропия.

Введение. Определение местоположения летательного аппарата (ЛА) – задача, занимающая в современной авионике первостепенную позицию. Традиционно роль навигационной системы выполняла инерциальная навигационная система (ИНС) на основе гироскопических элементов. Наиболее перспективными и динамично развивающимися в данной области в настоящее время являются спутниковые навигационные системы (СНС) и корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС). Определение местоположения ЛА с помощью СНС основано на определении дальности до некоторого количества спутников с заранее известным местоположением. Такой способ достаточно точен, но имеет ряд недостатков (дороговизна, невозможность работы на участках с неустойчивой пеленгацией спутников, проблемы, связанные с использованием во время военных действий и др.). Принцип работы КЭНС основан на сравнении заранее известного (эталонного) изображения с информацией о поле подстилающей поверхности, полученной от датчиков, и определении их взаимного положения корреляционно-экстремальными методами.

Одним из факторов, влияющих на вероятность и точность корреляционной привязки, является характер текущего и эталонного изображения, что приводит к необходимости оценки навигационной информативности как эталонного (ЭИ), так и текущего (ТИ) изображений. Кроме того, знание информативности эталонного изображения необходимо для корректного заполнения бортовой базы данных, содержащей картографическую информацию о местности или цифровую карту местности (ЦКМ).

Создание единой классификации информационных признаков изображений является одной из задач некоторых разделов теории распознавания образов, теории вероятности, теории алгоритмов, классической теории информации и др. С другой стороны, мерам информативности изображений посвящено достаточное количество работ, в которых данная задача решается с учетом конкретной предметной области. Так, в [1] в качестве мер информативности многоспектральных проекционных изображений используются аналоги энтропии для произвольной совокупности многоградационных изображений, каждое из которых получено в определенном спектральном диапазоне. В работе [2] предлагается метод разбиения изображения на информативные и неинформативные участки на основе вычисления разности между локальной энергией участка и ее непредсказуемостью. Такая мера не требует априорных знаний о характере изображения. Однако в задаче корреляционно-экстремальной навигации требуется получить оценку не каких-либо участков, а всего изображения целиком, причем данная задача ставится, прежде всего, для телевизионных, тепловизионных и радиолокационных изображений.

Цель работы – разработка классификации мер информативности эталонного изображения подстилающей поверхности и проведение сравнительного анализа применимости данных мер к задачам корреляционно-экстремальной навигации.

Классификация мер информативности. Различные определения количественной меры картографической информации и информативности изображения в настоящее время базиру-

ются либо на результатах статистического анализа структуры цифрового изображения, обусловленной его дискретной природой, либо на результатах анализа разнообразия, повторяемости и структуры геометрических форм, присутствующих в изображении [3]. Таким образом, можно провести классификацию мер информативности, исходя из методов ее определения.

В общем случае классификация есть способ выделения подмножеств объектов – классов, таких, что объекты, принадлежащие к одному классу, более сходны друг с другом или подобны друг другу относительно объектов, принадлежащих другим классам. В случае классификации мер информативности целесообразно выделять подмножества мер на основе метода выделения и анализа структур в изображении. При этом под структурами изображения могут пониматься как «семантические» объекты изображения (контуры, текстуры и др.), так и дискретные единицы изображения (например, пиксели).

В зависимости от типов структур изображения все меры информативности могут быть разделены на 3 класса. Классификация приведена на рисунке 1.

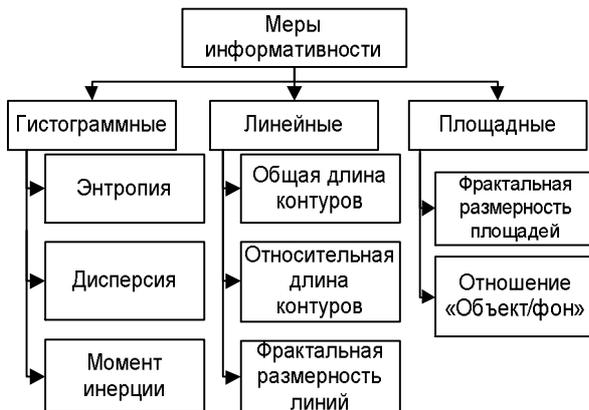


Рисунок 1 – Классификация мер информативности

Гистограммные меры основываются на распределении вероятностей значений яркости изображения. В этом случае понятие информативности изображения наиболее приближено к классическому, в котором данная мера оперирует обозначенной информацией, не выражающей смыслового отношения к объекту. Очевидно, что данные признаки подходят только для наиболее грубой оценки информативности изображения, так как не оперируют его смысловым содержанием.

Количество информации на синтаксическом уровне определяется через понятие энтропии системы, которая является гистограммным признаком первого порядка.

К линейным мерам можно отнести меры, основанные на количественной оценке разнообразия линейных объектов (контуров) изображения. К таким мерам можно отнести общую длину контуров изображения, относительную длину границ между объектами, а также фрактальную размерность линейных объектов изображения.

К мерам информативности, основанным на количественной оценке разнообразия изображения, относятся меры, в качестве которых могут быть рассмотрены отношение объект/площадь и коэффициент самоподобия (фрактальности) изображения. Данные меры вычисляются по отношению к изображению как к площадному объекту, поэтому являются наиболее точными.

Рассмотрим подробнее каждую из предложенных мер.

1. Гистограммные меры информативности

Форма гистограммы распределения частот несет много сведений о свойствах изображения. Например, узкая гистограмма указывает на низкий контраст.

Распределение частот первого порядка описывается простым выражением:

$$p_i = N_i / M, \quad (1)$$

где N_i – число элементов, имеющих i уровень, M – общее число элементов.

Среднее значение определяется как:

$$\bar{i} = \sum_i i * p_i, \quad (2)$$

где i – уровень квантования.

Среди всего многообразия гистограммных характеристик изображения в качестве мер информативности могут быть выделены следующие признаки.

1.1. Энтропия изображения

$$H = - \sum_i p_i * \log_2(p_i). \quad (3)$$

Оценка энтропии К. Шеннона может быть вычислена для любого полутонового изображения. С другой стороны, важное значение при измерении энтропии имеет разделение изображения на фоновую и информативную части, так как необходимо измерять энтропию только информативной части изображения.

1.2. Дисперсия

$$\sigma_i^2 = \sum_i (i - \bar{i})^2 * p_i, \quad (4)$$

где i – уровень квантования.

Дисперсия случайной величины характеризует меру разброса случайной величины около ее математического ожидания. Для полутонового изображения вычисляется оценка дисперсии

распределения вероятностей оттенков серого.

1.3. Момент инерции

$$B = \sum_a \sum_b (a - b)^2 * P(a, b), \quad (5)$$

где a, b – уровни оттенков серого, $P(a, b)$ – совместное распределение значений яркости.

Расчет данного показателя производится по матрице совместной встречаемости уровней серого тона, которая представляет собой оценку плотности распределения вероятности второго порядка, полученную по одному изображению в предположении, что плотность вероятности зависит лишь от взаимного расположения двух пикселей. Поскольку число таких матриц может быть очень большим и зависит лишь от выбора взаимного расположения пикселей, то необходимо дальнейшее упрощение, например усреднение некоторого набора матриц.

2. Линейные меры информативности

Резкие изменения яркости являются важнейшими признаками, так как они часто определяют очертания изображенных объектов.

Традиционное понимание геометрической формы в значительной мере теряет смысл применительно к многотонным изображениям (с количеством уровней яркости, большим двух), в которых носителем информации является распределение уровней яркости по плоскости изображения, так как при этом может возникнуть неоднозначность в определении границ контура. Следовательно, перед вычислением значений линейных мер информативности необходимо проводить предварительную обработку изображения для преобразования его из полутонового в бинарное (изображение с 2 уровнями яркости).

Можно выделить следующие признаки.

2.1. Общая длина контуров N_b .

Методы поиска границ хорошо разработаны для полутоновых изображений.

Исходное изображение подвергается линейной или нелинейной обработке, с тем чтобы выделить перепады яркости. В результате этой операции формируется изображение, функция яркости которого существенно отличается от нуля только в областях резких изменений яркости исходного изображения. Правильный выбор порога на втором этапе должен производиться из следующих соображений. При слишком высоком пороге могут появиться разрывы контуров, а слабые перепады яркости не будут обнаружены. При слишком низком пороге из-за шумов и неоднородности областей могут появиться ложные контуры.

Далее на преобразованном изображении подсчитывается количество пикселей, принадлежащих границам.

2.2. Относительная длина контуров

$$B = N_b / (M - N_b) \quad (6)$$

Относительная длина контуров – более показательный коэффициент, чем общая длина контуров. Границы изображения в расчетах не учитываются, и из двух граничащих пикселей в расчеты включается только один. Этот показатель полезен при выделении максимально однородных изображений, для которых он минимален. Изображение, содержащее максимально разнородные участки, характеризуется большим значением показателя.

2.3. Фрактальность линий

Фрактал – это множества точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность либо метрическую размерность, строго большую топологической. Пример фрактала приведен на рисунке 2.

Для любой линии можно определить ее метрическую (фрактальную) размерность (коэффициент самоподобия):

$$d = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(N(r))}{\log(1/r)}, \quad (7)$$

где N – количество частей, на которые разбита линия; r – шаг.

Фрактальная размерность линий является обобщением обычной размерности и несет информацию о самоподобии кривой. В отличие от топологической фрактальная размерность может быть нецелочисленной.

3. Меры информативности на основе оценки разнообразия

Полутоновое изображение подстилающей поверхности можно рассматривать как закономерное сочетание мозаик элементарных единиц территорий. В связи с этим необходимо проводить оценку информативности как каждой из данных элементарных единиц, так и всей их совокупности.

На данный момент разработано множество видов сегментации изображения, позволяющих выделить на нем однородные участки, что позволяет провести оценку повторяемости всей совокупности сегментов.

Мерой оценки информативности изображения с точки зрения оценки разнообразия могут служить следующие.

3.1. Фрактальность площадей

Анализ изображения требует оценки фрактальной размерности для двухмерного случая. Здесь применимы те же методы измерения фрактальной размерности, что и для одномерного случая. В целом фрактальная размерность хорошо выделяет наиболее однородные территории. Изображение с большей фрактальной размер-

ностью является более информативным, как и в случае оценки фрактальности линейного объекта.



Рисунок 2 – Фрагмент радиолокационного изображения. Фрактальная размерность площадных объектов 1,38

3.2. Отношение «объект/фон»

$$O = M_b / M \quad (8)$$

При расчете данного показателя с целью недопущения ситуации деления на ноль в знаменателе берется общая площадь изображения, а не только ее фоновая составляющая.

Сравнение выбранных мер информативности. Для сравнения различных мер информативности изображений была разработана и использована следующая методика.

1. Проводится серия экспериментальных совмещений ЭИ и ТИ соответствующего объема. Выборка текущих изображений составляла 1000 сюжетов. Для каждого текущего был получен набор эталонных изображений как фрагментов ТИ, равных 25 % площади. Объем каждого из наборов ЭИ составлял 500 изображений.

2. Корреляционно-экстремальное совмещение ТИ и ЭИ реализуется с помощью численных методов поиска глобального экстремума корреляционной функции, которые имеют настраиваемый параметр, позволяющий регулировать качественные характеристики метода: вероятность совмещения и временную сложность алгоритма.

3. Для каждого ЭИ производится вычисление значений различных мер информативности.

4. Весь массив ТИ разбивается на группы по значению данного критерия.

5. Для каждой группы вычисляется вероятность совмещения. Проводится регрессионный анализ между мерой информативности и вероятностью совмещения, в результате чего получаем зависимость между вероятностью совмещения и значением меры информативности для данного ТИ.

6. Для каждой из мер информативности производится определение вида и степени зависи-

мости между вероятностью истинного совмещения и значением критерия информативности.

Для сравнения различных мер информативности была использована максимальная вероятность совмещения, как один из важнейших показателей качества работы системы корреляционно-экстремальной навигации. Под событием удачного совмещения понимается отклонение расчетных координат левого верхнего угла ЭИ от истинных не более чем на 1/100 величины стороны ТИ по вертикали и горизонтали.

В качестве метода поиска экстремума корреляционной функции были взяты мультистартовый метод деформированного многогранника (МДМ), модифицированный метод деформированного многогранника (ММДМ), генетический алгоритм поиска (ГА) [4, 5, 6]. Выбор данных методов поиска экстремумов обусловлен высокой степенью их сходимости к глобальному экстремуму, и в то же время степень их сходимости существенно ниже 100 %, что позволяет сравнить выбранные меры информативности по показателю максимальной вероятности совмещения.

Идея метода деформированного многогранника состоит в сравнении значений критериальной функции в вершинах многогранника и перемещении в направлении оптимальной точки с помощью следующей итерационной процедуры.

Модифицированный алгоритм поиска локального экстремума, основанный на методе деформируемого многогранника, позволяет избавиться от эвристических значений коэффициентов отражения сжатия, растяжения за счет более точного определения направления линии деформации многогранника и анализа поведения критериальной функции на данной линии.

ГА работает с некоторым случайным набором исходных решений, называемых популяцией особей, в хромосоме (генотип) каждой из которых закодировано возможное решение задачи (фенотип).

В данном случае популяция – это случайным образом сгенерированные координаты взаимного положения ТИ и ЭИ. Параметрами решения рассматриваемой задачи являются координаты взаимного положения ТИ и ЭИ, в которых целевая принимает максимальное значение.

Каждый из данных методов имеет ряд характеристик, изменение значений которых приводит к увеличению или уменьшению вероятности совмещения ЭИ и ТИ, например количество стартов в МДМ, размер популяции, количество поколений, вид кроссовера и селекции в ГА, количество вершин многогранника в ММДМ. При

проведении исследования настройки методов задавались таким образом, чтобы получить как можно больший диапазон значений вероятности совмещения.

Одним из показателей качества меры информативности является максимальная вероятность совмещения, которая достигается при проведении эксперимента для каждой из мер при одних и тех же настройках метода.

Результаты эксперимента приведены в таблице 1.

При использовании различных методов поиска экстремума корреляционной функции полученные зависимости существенно различаются, однако для всех методов была достигнута вероятность совмещения более 0,9 при достаточно низкой общей вероятности совмещения. Для других мер информативности изображений данный показатель был существенно ниже, что видно из таблицы 1.

Таблица 1 – Значения максимальной вероятности совмещения от мер информативности

Мера информативности	Максимальная вероятность совмещения		
	МДМ, вероятность совмещения 0,64	ММДМ, вероятность совмещения 0,76	ГА, вероятность совмещения 0,61
Энтропия	1	0,97	1
Дисперсия	0,78	1	0,79
Длина границ	0,79	0,79	1
Относительная длина границ	1	0,85	0,79
Фр. размерность границ	1	1	0,8
Фр. размерность площадей	0,69	0,78	0,64
Отношение «Объект/фон»	1	0,96	1
Момент инерции	0,96	1	0,97

Графики зависимостей вероятности совмещения от данных мер приведены на рисунках 3-5.

Недостатком момента инерции изображения по сравнению с энтропией и отношением «объект/фон» является невозможность нормирования этой величины.

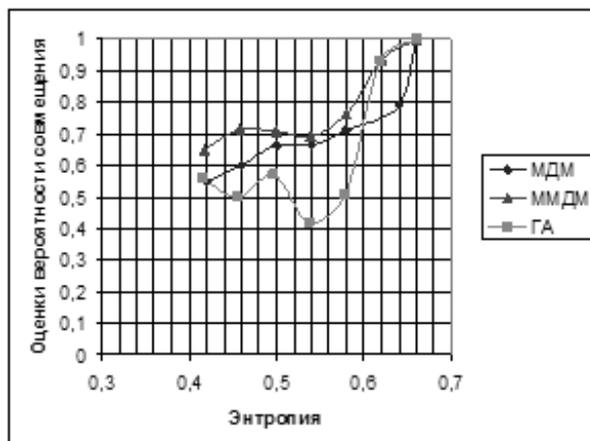


Рисунок 3 – Зависимости оценки вероятности совмещения и энтропии изображения

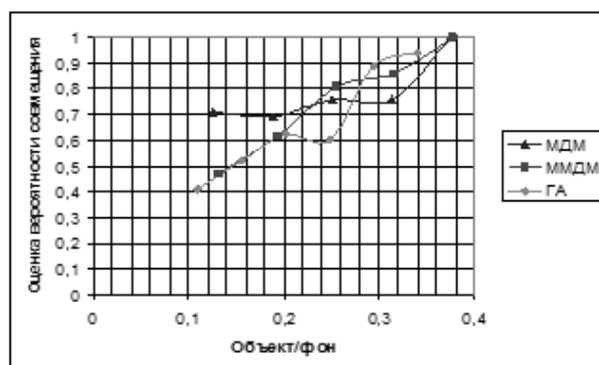


Рисунок 4 – Зависимости оценки вероятности совмещения и отношения «объект/фон» изображения

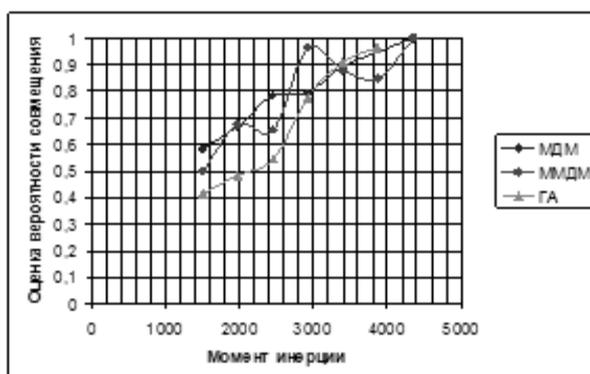


Рисунок 5 – Зависимости оценки вероятности совмещения и момента инерции изображения

Распределения данных характеристик инерции изображения подчиняются нормальному закону, соответственно интервал значений данных показателей целесообразно ограничить интервалом $\pm 3\sigma$. Интервалы вероятностей совмещения в таком случае примут вид (таблица 2).

Для выбранных мер были проведены исследования влияния геометрических искажений (поворот и масштабирование).

Таблица 2 – Значения интервалов вероятностей совмещения

Мера информативности	Интервал вероятностей совмещения		
	МДМ, вероятность совмещения 0,77	ММДМ, вероятность совмещения 0,72	ГА, вероятность совмещения 0,68
Энтропия	0,7÷0,9	0,54÷0,98	0,54÷0,88
Отношение «Объект/фон»	0,67÷0,93	0,67÷0,94	0,6÷0,94
Момент инерции	0,66÷0,94	0,55÷0,95	0,6÷0,91

Энтропия и отношение «объект/фон» инвариантны к повороту и масштабированию с коэффициентом масштабирования более единицы, момент инерции инвариантен к повороту. Рост коэффициента масштабирования приводит к уменьшению момента инерции изображения, что связано с неравномерным увеличением однотонных областей и границ областей с перепадом яркостей изображения при его масштабировании.

Выводы. В данной работе были проведены классификация и сравнение информационных признаков изображений подстилающей поверхности. Для задачи оценивания эталонного изо-

бражения подстилающей поверхности в КЭНС наилучшим образом подходят энтропия изображения и отношение «объект/фон», так как они имеют максимальную вероятность совмещения, которая достигается при проведении эксперимента для каждой из мер при одних и тех же настройках методов совмещения.

Данные меры инвариантны к вращению и масштабированию, что позволяет добиться устойчивости к геометрическим преобразованиям при их использовании.

Библиографический список

1. Корчинский В.М. Информативность многоспектральных проекционных изображений // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. - 2005. - № 1. С. 52-55.
2. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. В 2-х томах. Кн. 2: пер. с англ. - М.: Мир, 1982. - 480 с.
3. Еремеев О.И., Пономаренко Н.Н., Мера информативности участков изображений // Авиационно-космическая техника и технология. - 2008. - № 6 (53). - С. 105-108.
4. Бабаев С.И., Елесина С.И., Костров Б.В. Сравнение модифицированного поискового и генетического алгоритмов нахождения глобального экстремума в системах навигации // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ОТ, 2010, июль, вып.1. С. 145-152.
5. Елесина С.И., Логинов А.А. Модифицированный метод деформируемого многогранника // Вестник РГРТУ. 2009. № 4 (вып. 30). С. 100-103.
6. Елесина С.И., Никифоров М.Б. Повышение эффективности генетического алгоритма // Информационные технологии: теоретический и прикладной научно-технический журнал. 2012. № 3. С.49-54.

УДК 531.717.81, 621.373.8

А.В. Молчанов, А.Е. Серебряков, М. В. Чиркин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА ВЕЙВЛЕТ-ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ СВЕРХГЛАДКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ РАДОНА

Выполнен анализ особенностей рельефа сверхгладких поверхностей с помощью вейвлет-фильтрации образов в пространстве Радона для сканов, зарегистрированных с помощью атомно-силового микроскопа. Обнаружены искажения линейно структурированных дефектов и спектральной плотности флуктуаций высоты остаточного хаотического рельефа, обусловленные ошибками при разделении компонентов вейвлет-разложения. Исследовано влияние порога фильтрации на контрастность Фурье-образов следов обработки и корреляцию разделенных изображений линейно структурированных дефектов и остаточного хаотического рельефа. Обсуждается значение полученных результатов с точки зрения комплексной оценки качества полирования диэлектрических подложек, предназначенных для зеркал кольцевых лазеров.

Ключевые слова: вейвлет-фильтрация, преобразование Радона, линейно структурированные дефекты, порог фильтрации, AFM-скан, спектральная плотность.

Введение. В работах [1, 2] для разделения составляющих рельефа полированных диэлектрических подложек и зеркал, обладающих сверхслабым рассеянием, применен способ [3], основанный на вейвлет-фильтрации трехмерных изображений их поверхностей в пространстве Радона. В результате удается получить два изображения одного и того же участка, одно из которых содержит линейно структурированные дефекты, являющиеся результатом обработки поверхности, а другое – изотропный хаотический рельеф. Предложенный подход создает возможность повысить достоверность определения амплитудного коэффициента обратного рассеяния, величина которого определяет целесообразность использования зеркала в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа [2, 4]. Однако критерий фильтрации, использованный в [1], является слишком жестким, что создает предпосылку для ошибочной идентификации слагаемых вейвлет-разложения. Цель настоящей работы – уменьшение искажений на синтезированных изображениях при разделении образа поверхности в пространстве Радона и поиск условия для определения порога фильтрации.

Преобразование Радона сводится к интегрированию зависимости высоты z точки поверхности от ее координат x, y вдоль прямой $y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha + s$. Координатными осями пространства Радона являются угол наклона α , сдвиг прямой s и величина соответствующего им интеграла $R(s, \alpha)$. Отрицательный выброс на поверхности $R(s, \alpha)$ получается в случае совпадения прямой $y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha + s$ с царапиной. Выбросы в пространстве Радона зашумлены из-за наличия на поверхности хаотического рельефа. Получить изображение, содержащее лишь выступы, дает возможность разложение образа Радона по вейвлетам Добеши [5]. Соответствующие хаотическому рельефу коэффициенты разложения для первого уровня декомпозиции (т.е. при вейвлет-функциях, наиболее «сжатых» в пространстве) характеризуются распределением с плотностью вероятности $F(w)$, близкой к экспоненциальной функции [1, 2]:

$$F(w) \approx F_0 \exp\left(-\frac{w}{W}\right), \quad (1)$$

где w – величина коэффициента разложения, W – параметр, определяемый из условия наилучшей аппроксимации реальной зависимости.

Распределение (1) позволяет рассчитать вероятность P_M превышения пороговой величины

$w_i = \tau W$ не более чем M коэффициентами вейвлет-разложения хаотического рельефа:

$$P_M = e^{-pN} \sum_{m=0}^M \frac{p^m N!}{(1-p)^m (N-m)! m!}, \quad p = e^{-\tau}, \quad (2)$$

где N – количество слагаемых в разложении. Кривая 1 на рисунке 1 иллюстрирует зависимость от нормированного порога фильтрации τ максимального количества M коэффициентов, оказавшихся выше порога с вероятностью $P_M = 0,99$; в данном случае $N = 2^{18}$.

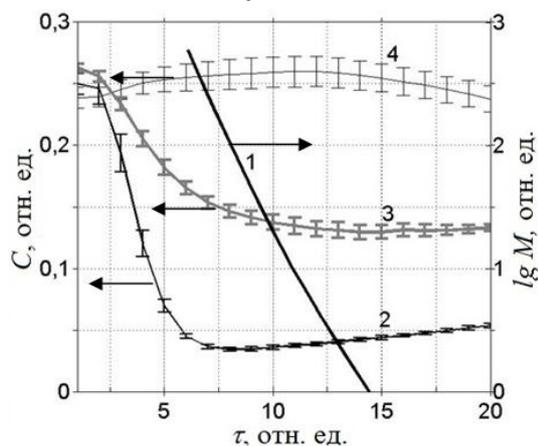


Рисунок 1 – Максимальное количество исключенных слагаемых из вейвлет-разложения хаотического рельефа - 1; коэффициент корреляции линейно структурированных дефектов и изотропного рельефа для модели шероховатой поверхности - 2; коэффициенты корреляции линейно структурированных дефектов и изотропного рельефа для АСМ-сканов: подложка № 1 – 3, подложка № 2 – 4

Малая вероятность выбросов позволяет, выбрав величину порога, исключить ошибочное включение слагаемого, соответствующего «шуму», в образ Радона линейно структурированных дефектов. Однако завышение порога сопровождается проникновением в отфильтрованный «шум» составляющих вейвлет-разложения линейно структурированных дефектов. Чтобы исследовать влияние порога фильтрации на качество разделения характерных особенностей рельефа, проанализированы изображения следующих поверхностей:

– модель шероховатой поверхности, включающей царапину длиной 27,5 мкм, глубиной 1 нм и шириной 0,35 мкм на фоне изотропного хаотического рельефа со среднеквадратичной шероховатостью $\sigma_r = 0,23$ нм и экспоненциально затухающей автокорреляционной функцией (радиус корреляции $\rho = 44$ нм);

– зарегистрированные AFM-сканы семи участков поверхности двух полированных диэлектрических подложек из ситалла СО-115М со среднеквадратичной шероховатостью 0,40 нм (подложка № 1) и 0,76 нм (подложка № 2).

Площадь всех исходных изображений в реальном пространстве составляет 30×30 мкм², шаг выборки 58,7 нм. При каждом переходе к следующему уровню декомпозиции масштаб вейвлетов увеличивается вдвое, а порог фильтрации – в $\sqrt{2}$ раз.

Фильтрация характерных особенностей для модели шероховатой поверхности с царапиной. На рисунке 2 приведены инвертированные образ Радона модели царапины на фоне изотропного хаотического рельефа и результат восстановления царапины для порога $\tau = 18$, при котором «просачивание» шума в образ царапины практически исключено. Широкий пьедестал, окружающий выброс, соответствует прямому, пересекающему царапину под углами от -15° до $+15^\circ$. В результате фильтрации пьедестал искажается, особенно на периферии, что отражается на поперечных сечениях царапины, восстановленной в реальном пространстве (см. рисунок 3). Двукратное снижение порога фильтрации повышает качество воспроизводства дефекта.

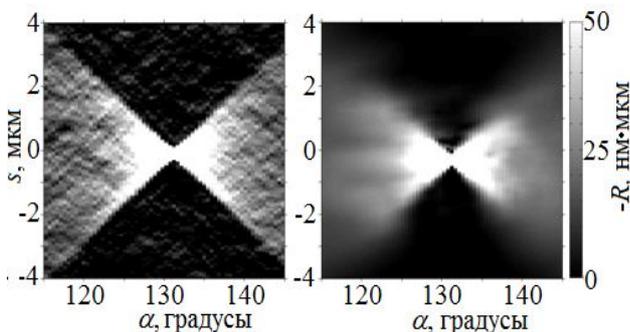


Рисунок 2 - Инвертированные изображения модели шероховатой поверхности в пространстве Радона: слева – царапина на фоне изотропного хаотического рельефа, справа – отфильтрованный образ царапины ($\tau = 18$)

Кривая 2 на рисунке 1 отражает зависимость коэффициента корреляции C между изображениями линейно структурированных дефектов и изотропного хаотического рельефа, полученными после вейвлет-фильтрации и вычисления обратного преобразования Радона:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^N z_{s,i} z_{r,i}}{\sigma_s \sigma_r}, \quad (3)$$

где z_s, z_r – высоты точек на изображениях линейно структурированных дефектов и остаточного рельефа, σ_s, σ_r – среднеквадратичные шерохова-

тости. Рост корреляции при $\tau > 10$ обусловлен проникновением элементов царапины в хаотический рельеф. В области низких порогов $\tau < 7$ увеличение корреляции связано с противоположным эффектом: хаотический рельеф частично остается на изображении царапины.

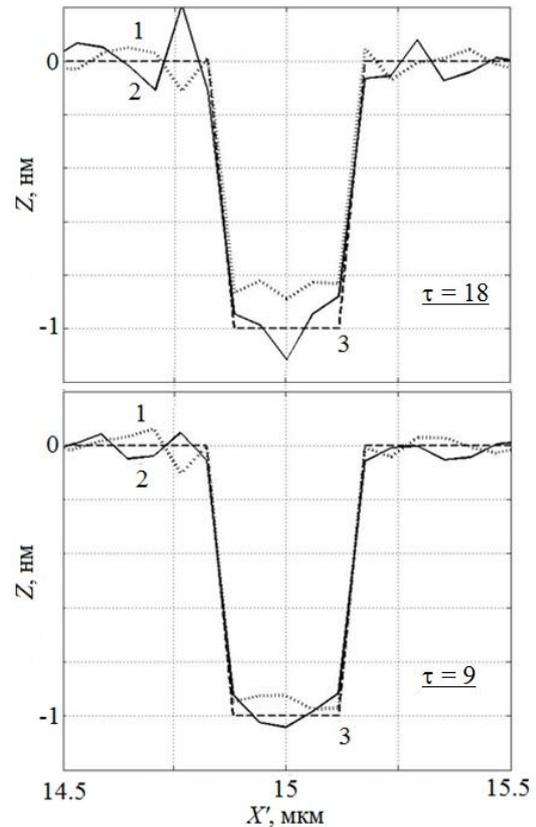


Рисунок 3 – Поперечные сечения периферии (кривая 1) и центра (кривая 2) отфильтрованной царапины в реальном пространстве. Штриховая линия 3 – заданный профиль царапины

Рисунок 4 иллюстрирует зависимость от модуля пространственной частоты f спектральной плотности флуктуации высоты (PSD-функции), определяющей индикатрису рассеяния поверхностью оптического излучения [2, 6, 7].

В идеальной ситуации PSD-функция отфильтрованного «шума» должна совпасть со спектральной плотностью флуктуаций высоты $PSD_g(f)$ заданного рельефа (кривая 1):

$$PSD_g(f) = \frac{2\pi\sigma_r^2\rho^2}{(1 + 4\pi^2 f^2 \rho^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

Сопоставление результатов, приведенных на рисунках 2-4, показывает, что порог $\tau = 18$ завышен: элементы изображения царапины остаются в отфильтрованном «шуме». В рассмотренном случае достижение минимума зависимости $C(\tau)$ (кривой 2 на рисунке 1) соответствует оптимальной фильтрации при отделении одной царапины от изотропного хаотического рельефа.

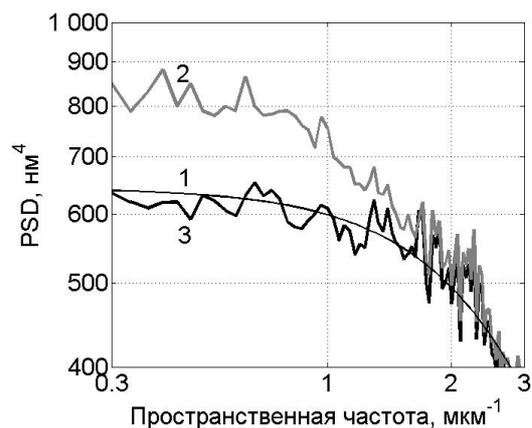


Рисунок 4 – Спектральные плотности флуктуаций высоты изотропного хаотического рельефа: 1 – заданный рельеф (4), 2 – результат фильтрации при $\tau = 18$, 3 – результат фильтрации при $\tau = 9$

Характерные особенности рельефа на AFM-сканах ситалловых подложек. Зарегистрированные AFM-сканы полированных поверхностей подложек были подвергнуты цифровой обработке с последовательностью операций «преобразование Радона – вейвлет-фильтрация – обратное преобразование Радона» [3], в результате которой для каждого скана синтезированы отдельные изображения линейно структурированных особенностей и остаточного хаотического рельефа. Влияние порога фильтрации на коэффициенты корреляции пар изображений, усредненные по семи сканам разных участков поверхности, отражают кривые 3 и 4 на рисунке 1; около каждой точки указан интервал среднеквадратичного разброса результатов расчета с помощью (3).

Для подложки № 1 $C \leq 0,15$ при порогах фильтрации $\tau > 8$. Столь слабая корреляция позволяет рассматривать синтезированные изображения как статистически независимые и складывать угловые распределения интенсивностей оптического излучения, рассеянного изотропным рельефом и линейно структурированными особенностями, пренебрегая интерференцией. Минимум зависимости $C(\tau)$ расположен около порога $\tau = 15$, для которого вейвлет-фильтрация образа Радона сопровождается проникновением элементов царапин в хаотический рельеф, что иллюстрирует рисунок 5. На рисунке под изображением царапин приведен срез хаотического рельефа, выполненный на 0,5 нм ниже среднего уровня.

В случае подложки № 2 зависимость $C(\tau)$ имеет максимум около порога $\tau = 12$. Изображения линейно структурированных дефектов в реальном пространстве (рисунок 6, а, б) свидетельствуют о сильной исцарапанности обработанной

поверхности; размытие изображений царапин при $\tau = 9$ значительно слабее, чем при $\tau = 12$.

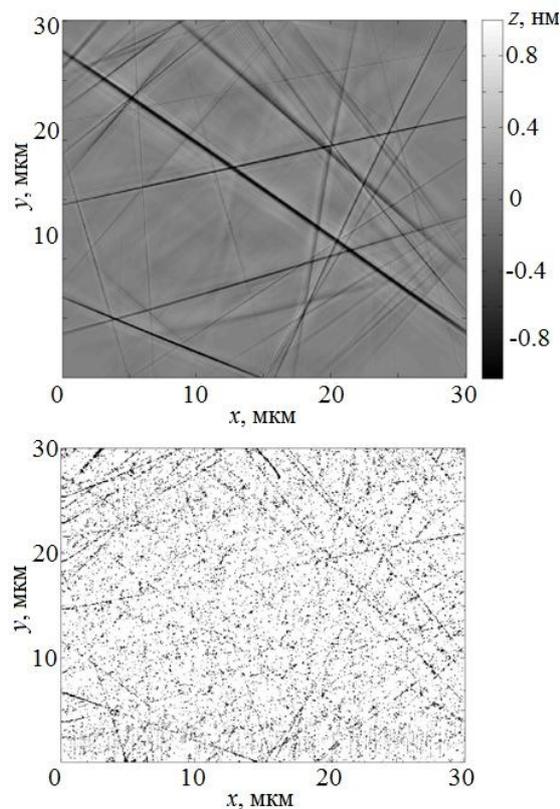


Рисунок 5 – Отфильтрованное изображение царапин на AFM-скане участка поверхности подложки № 1 (вверху) и срез изображения хаотического рельефа того же участка на уровне 0,5 нм ниже среднего (внизу). Порог вейвлет-фильтрации $\tau = 15$ соответствует минимальному коэффициенту корреляции

На рисунке 6, в представлен срез хаотического рельефа этого же участка поверхности, выполненный на 1 нм ниже среднего уровня. Короткие царапины длиной в несколько микрон в данном случае попадают в изображения как линейно структурированных дефектов, так и хаотического рельефа, что объясняет их повышенную корреляцию. Полученные результаты показывают, что при вейвлет-фильтрации в пространстве Радона сканов участков поверхности, зарегистрированных с помощью атомно-силового микроскопа выбирать порог фильтрации исходя из минимальной корреляции синтезированных изображений нецелесообразно или даже невозможно. Более информативны изображения, сформированные при пороге фильтрации $\tau = 9$.

На рисунке 7 приведены зависимости от модуля пространственной частоты PSD-функций для изображений остаточного хаотического рельефа ситалловых подложек, полученных при разных порогах фильтрации. Спектральные плотности вычислены путем усреднения квадра-

тов модулей Фурье-образов хаотического рельефа по углу и по исследованным семи участкам поверхности [4].

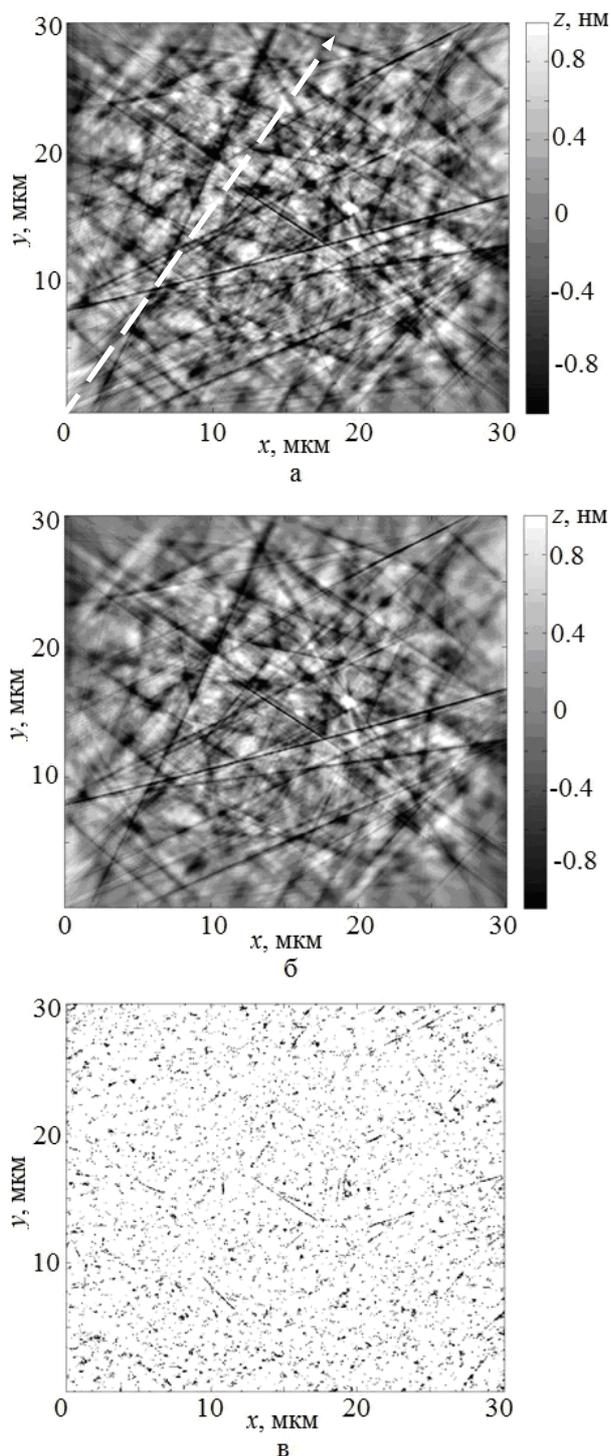


Рисунок 6 - Отфильтрованное изображение царапин на AFM-скане участка подложки № 2: $\tau = 9$ (а), $\tau = 12$ (б) и срез изображения хаотического рельефа (в), выполненный на 1 нм ниже среднего уровня для порога $\tau = 12$

Угловое распределение спектральной плотности флуктуаций высоты линейно структуриро-

ванных особенностей подложки № 2 приведено на рисунке 8 для разных порогов фильтрации. Отсчет угла β осуществляется от оси $0x$, в качестве положительного выбрано направление по часовой стрелке. Максимуму PSD-функции в окрестности угла -60° соответствует направление, выделенное белой штриховой линией на рисунке 6, а.

Сопоставление полученных зависимостей с кривыми на рисунке 7 показывает, что рост PSD-функции остаточного хаотического рельефа с увеличением порога фильтрации обусловлен ошибочной идентификацией слагаемых вейвлет-разложения, соответствующих линейно структурированным дефектам. По мере снижения порога разложение хаотического рельефа по пространственным частотам приближается к изотропному.

Основная задача полирования подложки заключается в формировании рельефа, обеспечивающего сверхслабое рассеяние, характеристики которого устойчивы к азимутальным поворотам оптической поверхности при сборке кольцевого резонатора. Содержащиеся в работах [2, 6, 7] соотношения позволяют использовать результаты анализа топографии поверхности для расчета углового распределения рассеянного оптического излучения. Для заданных направления падающего луча и его поляризации угловое распределение определяется спектральной плотностью флуктуаций высоты поверхности. В частности, сильная анизотропия PSD-функции, такая как на рисунке 8, сопровождается высокой чувствительностью к положению зеркала характеристик, наиболее важных для кольцевых лазеров: амплитудного коэффициента обратного рассеяния и полного интегрального рассеяния [2]. Взаимное проникновение элементов изотропной составляющей рельефа и следов полирования в их синтезированные изображения сопровождается уменьшением контрастности пиков на угловом распределении PSD-функции для линейно структурированных особенностей поверхности, определяющих анизотропную составляющую рассеяния.

Для количественного описания контрастности на рисунке 9 использовано отношение максимальной высоты пика к среднему значению PSD-функции. Зависимость величины отношения $PSD_{max}/\langle PSD \rangle$ от порога τ вейвлет-фильтрации изображений в пространстве Радона содержит локальный максимум в диапазоне $10 < \tau_{opt} < 11$, что позволяет использовать обнаруженный результат для поиска условия оптимальной фильтрации AFM-сканов.

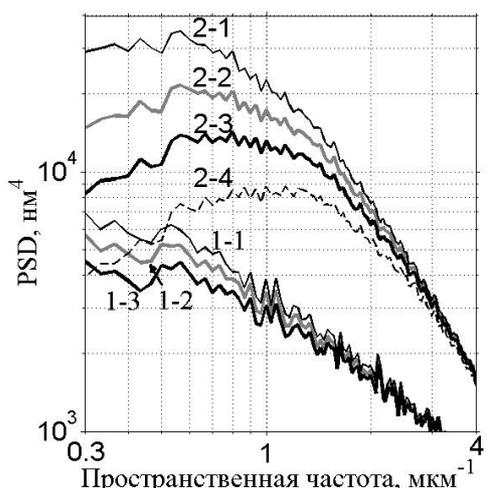


Рисунок 7 – Спектральные плотности флуктуаций высоты остаточного хаотического рельефа, выделенного из AFM-сканов полированной поверхности подложек. Порог фильтрации τ , отн. ед.: 1-1, 2-1 – 15; 1-2, 2-2 – 12, 1-3, 2-3 – 10, 2-4 – 8. Первая цифра номера кривой соответствует номеру подложки

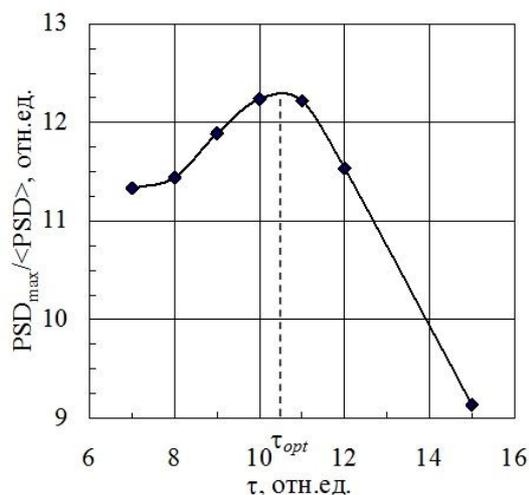


Рисунок 9 – Контрастность пика на угловой зависимости спектральной плотности флуктуаций высоты для синтезированного изображения линейно структурированных особенностей подложки № 2

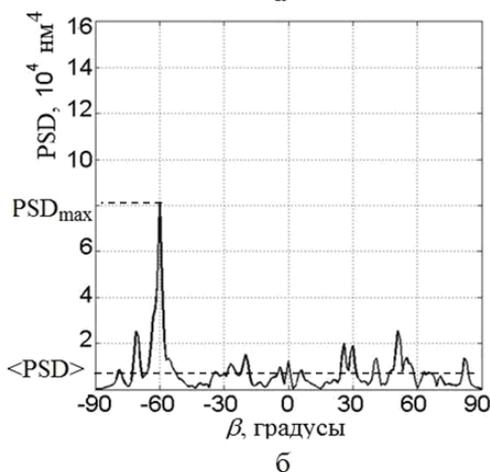
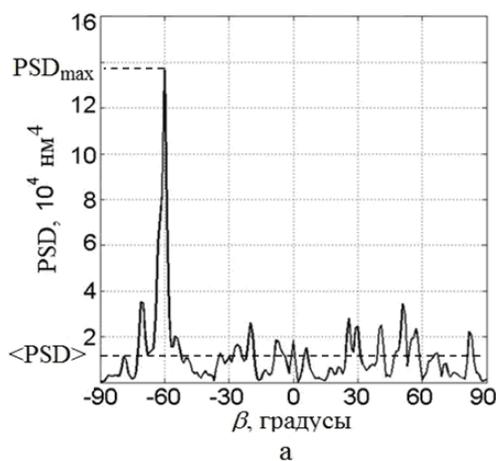


Рисунок 8 – Угловое распределение спектральной плотности флуктуаций высоты для рельефа, соответствующего линейно структурированным особенностям подложки № 2, $f = 1 \text{ мкм}^{-1}$. Порог фильтрации τ : 9 (а), - 12 (б)

Заключение. Результаты исследований влияния порога фильтрации на синтезированные изображения характерных особенностей рельефа сверхгладких диэлектрических подложек приводят к следующим выводам.

Выделение линейно структурированных особенностей AFM-сканов полированных диэлектрических подложек и зеркал обеспечивает выбор порога фильтрации w_i для коэффициентов вейвлет-разложения образа Радона в соответствии с уравнением:

$$\int_{w_i}^{\infty} F(w)dw = \exp(-\tau_{opt}) \int_0^{\infty} F(w)dw, \quad (5)$$

где $F(w)$ – экспоненциальная аппроксимация функции распределения коэффициентов, τ_{opt} – нормированный порог, соответствующий максимальной контрастности пиков на угловой зависимости PSD-функции линейно структурированных особенностей поверхности.

Условие (5) более мягкое по сравнению с требованием, использованным в работах [1, 2], что уменьшает искажения изображений.

Короткие царапины на поверхности подложки, длина которых на порядок меньше линейного размера AFM-скана, повышают корреляцию между линейно структурированными особенностями и остаточным хаотическим рельефом. Поэтому требование минимальной корреляции изображений одного и того же участка, соответствующих разделенным дефектам разного происхождения, невозможно использовать в качестве критерия оптимальной фильтрации применительно к экспериментально зарегистрированным AFM-сканам.

Работа выполнена с использованием оборудования Регионального центра зондовой микроскопии коллективного пользования (РЦЗМкп) РГРТУ и при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.

Библиографический список

1. Chirkin M.V., Molchanov A.V., Serebryakov A.E. Monitoring of superpolished surfaces in laser mirror technology // Proceedings of 5-th International Conference on Optical Measurement Techniques for Structures & Systems. Antwerp, Belgium, 4-5 April, 2012. – P. 93–102.

2. Молчанов А.В., Серебряков А.Е., Чиркин М.В. Анизотропия рассеивающих свойств сверхгладких подложек зеркал для прецизионных лазерных гироскопов // Вестник РГРТУ. 2012. - № 4 (42), часть 2. – С. 42-48.

3. Патент № 2471146 РФ, МПК G 01 B 5/28. Спо-

соб выделения линейно структурированной особенности поверхности / А.В. Молчанов, А.Е. Серебряков, М.В. Чиркин. – 3 с.

4. Молчанов А.В., Степанов А.Ю., Чиркин М.В. Статистические характеристики подложек зеркал и случайная погрешность лазерного гироскопа // Авиакосмическое приборостроение. 2008. - № 3. – С. 9-16.

5. Mallat S. A wavelet tour of signal processing. - Academic Press, 2008. - 805 P.

6. Gomes-Rosas G., Malacara-Hernandes D., Wang H. The dynamic angle-limited integrated scattering (DALIS) method for measuring scattering of light from optical surface with random roughness // Optical and Quantum Electronics. 2000. – V. 32. – P. 63-75.

7. Азарова В.В., Дмитриев В.Г., Лохов Ю.Н., Малицкий К.Н. Теория дифференциального и интегрального рассеяния лазерного излучения прецизионной поверхностью диэлектрика // Квантовая электроника. 2000. – Т. 30, № 4. – С. 360-364.

УДК 621.396

Д.Н. Кривченков

СУММИРОВАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ ПО ТРЕУГОЛЬНИКУ ПАСКАЛЯ

Предложен метод обработки дополнительных сигналов, уменьшающий влияние доплеровского эффекта на суммарный уровень боковых лепестков. Получены обобщенные выражения взвешенной суммы дополнительных сигналов и суммарного уровня боковых лепестков.

Ключевые слова: автокорреляционная функция, боковые лепестки, весовая обработка, дополнительные сигналы, треугольник Паскаля, фазовый сдвиг, эффект Доплера.

Введение. Использование сигналов с большой базой в радиолокации позволяет улучшить распознавание отраженного сигнала от цели на фоне помех. Часто в качестве зондирующих сигналов используются дискретные сигналы с фазовой кодовой манипуляцией [1].

В общем случае задача обнаружения, разрешения и измерения параметров сигналов в заданном дальностно-доплеровском диапазоне решается путем их согласованной обработки. При этом отраженный сигнал в приемном тракте РЛС проходит через согласованный фильтр, где подвергается сжатию. Отклик согласованного фильтра повторяет автокорреляционную функцию (АКФ) фазового кода и состоит из основного пика и боковых лепестков. Основной пик используется для дальнейшей обработки, а боковые лепестки – помехи, которые могут быть приняты за ложные цели.

Использование пары дополнительных сигналов [2, 3] с разделением во времени позволяет

получать радиолокационное изображение, свободное от боковых лепестков, при обзоре земной поверхности.

Отличительной особенностью пары дополнительных сигналов является то, что результаты их сжатия имеют равные основные пики и равные по модулю, но противоположные по знаку боковые лепестки.

Для пары дополнительных сигналов, излучаемых последовательно в разных периодах излучения, согласованная обработка должна быть независимой, с использованием своего согласованного фильтра для каждого периода излучения. Сжатые сигналы сохраняются в памяти и впоследствии суммируются в соответствии с их взаимным временным положением [4, 7].

При использовании дополнительных сигналов с разделением во времени на результат суммирования сжатых сигналов будут влиять различные факторы, основным из которых является эффект Доплера. Так, при наблюдении подвиж-

ных объектов влияние доплеровского эффекта будет приводить к фазовому рассогласованию отраженных сигналов. Вследствие этого уровень боковых лепестков (УБЛ) суммы двух сжатых дополнительных сигналов будет зависеть от радиальной составляющей скорости цели. Данное обстоятельство является главным ограничением области применения дополнительных сигналов [5-7].

Цель данной статьи: поиск метода суммарной обработки дополнительных сигналов, разделенных во времени, позволяющего уменьшить зависимость уровня боковых лепестков от доплеровского эффекта.

Описание сжатых сигналов. Следует отметить одно условие: РЛС, использующая дополнительные зондирующие сигналы, работает в соответствии с тактовыми интервалами (ТИ). За длительность одного ТИ РЛС совершает известное число зондирований с периодом (T_n), при этом зондирующий сигнал изменяется с чередованием от периода к периоду, повторяя один из пары дополнительных сигналов. Длительность ТИ много больше T_n , например в режиме «обзор земной поверхности», «маловысотный полет» и т.д. В общем случае можно считать, что число зондирований за один ТИ больше двух. Следовательно, в суммарной обработке можно использовать не просто пару сигналов, а семейство отраженных сигналов, закон модуляции которых изменяется, чередуясь от периода к периоду зондирования T_n . Так как цель обладает радиальной составляющей скорости, то сигналы, принятые в соседних периодах зондирования, будут сдвинуты друг относительно друга на угол $\Delta\varphi$, обусловленный влиянием эффекта Доплера. При этом произведение периода зондирования T_n , доплеровского смещения f_d и константы 2π определяет фазовое смещение $\Delta\varphi$ отраженных сигналов, принятых в двух соседних периодах зондирования [8].

Учитывая вышесказанное, можно записать выражение для сигнала на выходе согласованного фильтра $R_k(\tau)$ в k -м периоде зондирования T_n :

$$R_k(\tau) = r^\pm(\tau - \tau_0) \cdot e^{j(k-1)\Delta\varphi}, \quad (1)$$

где $r^\pm(\tau)$ – комплексный задержанный на τ_0 сжатый сигнал, с точностью до постоянного множителя повторяющий АКФ сигнала, излученного в k -м периоде зондирования. Индекс « \pm » указывает на то, что дополнительные сигналы излучаются, чередуясь во времени от периода к периоду. Если рассматривается основной пик $\tau = \tau_0$, то во всех периодах зондирования k значения $r^\pm(\tau_0)$ будут равны. Иначе, если анализируется боковой лепесток $\tau \neq \tau_0$, то значения сжатого сигнала $r^\pm(\tau)$

будет изменять свой знак от периода к периоду зондирования, тогда условно можно принять: для нечетных значений k комплексные величины $r^\pm(\tau) = r^+(\tau)$ – «положительные», а для четных k $r^\pm(\tau) = r^-(\tau)$ – «отрицательные». Это является следствием свойств АКФ пары дополнительных сигналов [2, 3, 5, 6]. Второй множитель в (1) определяет вызванное доплеровским эффектом фазовое смещение сжатых сигналов $r^\pm(\tau)$, полученных в разных периодах зондирования k .

Используя выражение (1) для одного ТИ, можно представить отсчеты сжатых сигналов, взятые в фиксированные моменты времени τ внутри каждого периода зондирования T_n , как лежащие на окружности с радиусом $|r^\pm(\tau)|$ и шагом $\Delta\varphi$ точки. Данные отсчеты соответствуют одной и той же задержке сигналов τ , принятых во всех периодах зондирования, и образуют срез данных, полученных за ТИ в N периодах зондирования по заданной задержке. Следует учитывать, что комплексные значения $r^\pm(\tau)$ для четных и нечетных периодов зондирования в общем случае не равны, поскольку неизвестно, что находится в рассматриваемом элементе дальности (основной пик или боковой лепесток).

Наличие фазового сдвига $\Delta\varphi$ между отсчетами сжатых сигналов, принятых в соседних периодах зондирования T_n , приводит к рассогласованию суммарного результата обработки пары дополнительных сигналов. В [7] показано, что уровень бокового лепестка УБЛ $_{\Sigma}$ как отношение амплитуд максимального бокового лепестка и основного пика при суммировании двух сжатых дополнительных сигналов описывается выражением:

$$УБЛ_{\Sigma} = УБЛ_{исх} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right), \quad (2)$$

где УБЛ $_{исх}$ – УБЛ самих сигналов.

Так как РЛС осуществляет большее чем два зондирования за ТИ, то для получения суммарного результата обработки может быть использовано большее число отраженных сигналов $k = 1, 2, 3, \dots, N$, где N – количество зондирований. Используя большее число зондирований, удастся уменьшить влияние фазовой разности на результат суммарной обработки дополнительных сигналов. В результате ослабевает зависимость УБЛ $_{\Sigma}$ от доплеровского эффекта.

Суммирование сжатых отсчетов при взвешивании коэффициентами из строк треугольника Паскаля. Для уменьшения расстояния между двумя суммируемыми отсчетами на комплексной плоскости рассмотрим обработку, использующую результаты сжатия, полученные в трех периодах зондирования $N = 3$. При этом в

первом и третьем периодах зондирования излучается первый дополнительный сигнал, а во втором периоде – второй сигнал, так как сигналы чередуются от периода к периоду зондирования. Выражения (3) описывают полученные в трех периодах зондирования результаты сжатия $R_1(\tau)$, $R_2(\tau)$ и $R_3(\tau)$, сдвинутые друг относительно друга на величину $\Delta\varphi$, φ_0 – фазовый центр:

$$\begin{aligned} R_1(\tau) &= r^+(\tau - \tau_0) \cdot e^{j(\varphi_0 - \Delta\varphi)}, \\ R_2(\tau) &= r^-(\tau - \tau_0) \cdot e^{j\varphi_0}, \\ R_3(\tau) &= r^+(\tau - \tau_0) \cdot e^{j(\varphi_0 + \Delta\varphi)}. \end{aligned} \quad (3)$$

На рисунке 1 точками изображены отсчеты, описанные выражением (3), для фиксированного момента времени τ в каждом T_n . Поэтому в обозначениях точек на рисунке отсутствует аргумент τ . Из рисунка можно видеть, что точка $R_2^*(\tau)$, являющаяся серединой отрезка $R_1(\tau)R_3(\tau)$, лежит ближе, чем точки $R_1(\tau)$ или $R_3(\tau)$, к точке $R_2(\tau)$ при $\Delta\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Отрезок $R_2^*(\tau)R_2(\tau)$ короче $R_1(\tau)R_2(\tau)$. Поэтому, суммируя сигналы $R_2(\tau)$ и $R_2^*(\tau)$, можно уменьшить ошибку суммирования, а следовательно, и уменьшить УБЛ $_{\Sigma}$.

Сигнал $R_2^*(\tau)$ может быть получен из $R_1(\tau)$ и $R_3(\tau)$ и будет пропорционален АКФ сигналов используемых в нечетных периодах излучения:

$$\begin{aligned} R_2^*(\tau) &= \frac{R_1(\tau) + R_3(\tau)}{2} = \\ &= r^+(\tau - \tau_0) \cdot \cos(\Delta\varphi) e^{j\varphi_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

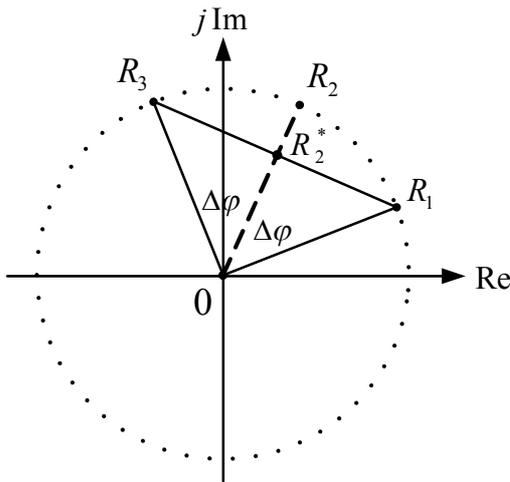


Рисунок 1 - Взаимное расположение отсчетов сжатых сигналов и вспомогательных точек на комплексной плоскости при $N = 3$

Суммарный результат обработки R_{Σ} с учетом (4) имеет вид:

$$\begin{aligned} R_{\Sigma}(\tau) &= \frac{R_2(\tau) + R_2^*(\tau)}{2} = \\ &= \frac{r^-(\tau - \tau_0) \cos(\Delta\varphi) + r^-(\tau - \tau_0)}{2} e^{j\varphi_0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение (5) может быть использовано для получения выражения УБЛ $_{\Sigma}$.

Для получения выражения амплитуды максимального бокового лепестка $R_{\Sigma \max \text{ б\`ол}}$ и основного пика $R_{\Sigma \text{ on}}$ необходимо в выражении (5) принять $r^+(\tau) = (-1) \cdot r^-(\tau) = r_{\max \text{ б\`ол}}$ для боковых лепестков и $r^+(\tau_0) = r^-(\tau_0) = r_{\text{on}}$ для основного пика. Проведя подстановку и преобразования, получим:

$$\begin{aligned} R_{\Sigma \max \text{ б\`ол}} &= r_{\max \text{ б\`ол}} \left| \sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right|, \\ R_{\Sigma \text{ on}} &= r_{\text{on}} \left| \cos^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right|. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя (6), выражение УБЛ $_{\Sigma}$ можно записать как

$$УБЛ_{\Sigma} = \frac{R_{\Sigma \text{ б\`ол}}}{R_{\Sigma \text{ on}}} = УБЛ_{\text{исх}} \cdot \text{tg}^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right). \quad (7)$$

Сравнивая выражения (2) и (7), можно сделать вывод, что в ограниченном диапазоне фазовых смещений $\Delta\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, используя три зондирования дополнительных сигналов, можно уменьшить зависимость уровня боковых лепестков от доплеровского эффекта.

Используя выражения (4) и (5), получаем выражение результата обработки $R_{\Sigma}(\tau)$ в виде суммы откликов оптимальных фильтров, сформированных в трех периодах зондирования:

$$R_{\Sigma}(\tau) = \frac{1}{4} [R_1(\tau) + 2R_2(\tau) + R_3(\tau)]. \quad (8)$$

Выражение (8) может быть использовано для реализации обработки дополнительных сигналов, уменьшающей УБЛ $_{\Sigma}$. В правой части выражения сжатые задержанные сигналы умножаются на весовые коэффициенты и суммируются. Множитель перед суммой является нормировочным и приводит уровень суммарного сигнала к уровню суммируемых сигналов. Данная обработка может быть реализована в виде цифрового фильтра подавления боковых лепестков.

Рассмотрим аналогичный подход при использовании в качестве начальных данных сжатые дополнительные сигналы $R_1(\tau)$, $R_2(\tau)$, $R_3(\tau)$ и $R_4(\tau)$, получаемые в четырех периодах зондирования $N = 4$:

$$\begin{aligned}
 R_1(\tau) &= r^+(\tau - \tau_0) \cdot e^{j\left(\varphi_0 - \frac{3\Delta\varphi}{2}\right)}, \\
 R_2(\tau) &= r^-(\tau - \tau_0) \cdot e^{j\left(\varphi_0 - \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}, \\
 R_3(\tau) &= r^+(\tau - \tau_0) \cdot e^{j\left(\varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}, \\
 R_4(\tau) &= r^-(\tau - \tau_0) \cdot e^{j\left(\varphi_0 + \frac{3\Delta\varphi}{2}\right)}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

На рисунке 2 изображены отсчеты сжатых сигналов $R_1(\tau)$, $R_2(\tau)$, $R_3(\tau)$ и $R_4(\tau)$. Вспомогательные точки $R_2^*(\tau)$ и $R_3^*(\tau)$ являются серединами отрезков $R_1(\tau)R_3(\tau)$ и $R_2(\tau)R_4(\tau)$ соответственно. Точки $R_2^{**}(\tau)$ и $R_3^{**}(\tau)$ являются серединами отрезков $R_3^*(\tau)R_2(\tau)$ и $R_2^*(\tau)R_3(\tau)$. При этом $R_2^*(\tau)$ и $R_3^{**}(\tau)$ пропорциональны АКФ сигналов, используемых в нечетных периодах излучения, так как построены с использованием только сигналов $R_1(\tau)$ и $R_3(\tau)$, а $R_3^*(\tau)$ и $R_2^*(\tau)$ пропорциональны АКФ сигналов, использованных в четных периодах зондирования.

Новые построенные точки $R_2^{**}(\tau)$ и $R_3^{**}(\tau)$ расположены ближе друг к другу по сравнению с суммируемыми точками в случаях $k=2$ и $k=3$, следовательно, при суммировании $R_2^*(\tau)$ и $R_3^{**}(\tau)$ боковые лепестки результата обработки будут меньше.

Выражения (10) и (11) описывают вспомогательные точки, используемые в рассматриваемой обработке:

$$\begin{aligned}
 R_2^*(\tau) &= \frac{R_1(\tau) + R_3(\tau)}{2} = \\
 &= r^+(\tau - \tau_0) \cos(\Delta\varphi) e^{j\left(\varphi_0 - \frac{\Delta\varphi}{2}\right)},
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 R_3^*(\tau) &= \frac{R_2(\tau) + R_4(\tau)}{2} = \\
 &= r^-(\tau - \tau_0) \cos(\Delta\varphi) e^{j\left(\varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2^{**}(\tau) &= \frac{R_2(\tau) + R_3^*(\tau)}{2} = \\
 &= r^-(\tau - \tau_0) \frac{e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} + \cos(\Delta\varphi) e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}}}{2} e^{j\varphi_0},
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 R_3^{**}(\tau) &= \frac{R_3(\tau) + R_2^*(\tau)}{2} = \\
 &= r^+(\tau - \tau_0) \frac{e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} + \cos(\Delta\varphi) e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}}}{2} e^{j\varphi_0}.
 \end{aligned}$$

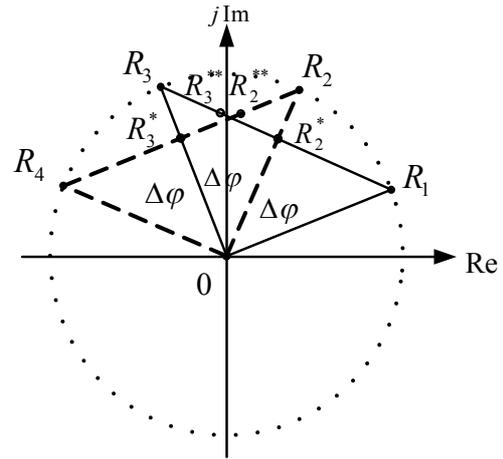


Рисунок 2 – Взаимное расположение отсчетов сжатых сигналов и вспомогательных точек на комплексной плоскости при $N = 4$

При этом суммарный результат обработки описывается выражением (12):

$$\begin{aligned}
 R_\Sigma(\tau) &= \frac{R_2^{**}(\tau) + R_3^{**}(\tau)}{2} = \\
 &= \frac{1}{4} \left(r^-(\tau - \tau_0) \left(e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} + \cos(\Delta\varphi) e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + r^+(\tau - \tau_0) \left(e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} + \cos(\Delta\varphi) e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} \right) \right) e^{j\varphi_0}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Используя (12), находим, что амплитуда максимального бокового лепестка $R_{\Sigma \max \delta l}$ и основного пика $R_{\Sigma on}$ описываются выражениями:

$$\begin{aligned}
 R_{\Sigma \max \delta l} &= r_{\max \delta l} \left| \sin^3 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right|, \\
 R_{\Sigma on} &= r_{on} \left| \cos^3 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right|.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Тогда УБЛ $_\Sigma$ можно записать как

$$\text{УБЛ}_\Sigma = \frac{|R_{\Sigma \delta l}|}{|R_{\Sigma on}|} = \text{УБЛ}_{\text{исх}} \cdot \text{tg}^3 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right).
 \tag{14}$$

Подставляя (10) в (11) и (11) в (12), получаем выражение результата обработки R_Σ в виде суммы сжатых сигналов, получаемых в четырех периодах зондирования:

$$R_\Sigma(\tau) = \frac{1}{8} [R_1(\tau) + 3R_2(\tau) + 3R_3(\tau) + R_4(\tau)].
 \tag{15}$$

Выражение (15) может быть использовано для реализации обработки дополнительных сигналов, уменьшающей УБЛ $_\Sigma$. Множитель перед суммой также является нормировочным.

Построения с использованием вспомогательных точек, вычисляемых как середины отрезка, были выполнены до $N = 7$. При этом в каждом случае УБЛ $_\Sigma$ определяется как

$$УБЛ_{\Sigma} = УБЛ_{\text{исх}} \cdot \text{tg}^{N-1} \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right). \quad (16)$$

Выражение результатов обработки R_{Σ} в виде суммы сжатых сигналов, получаемых в N периодах зондирования, сведены в таблицу, где N – количество зондирований, M – нормировочный множитель в выражении результата обработки R_{Σ} . Нормировочный множитель вынесен в отдельную колонку, а значения R_{Σ} содержат только сумму (для упрощения записи R_{Σ} в таблице не нормирован).

Таблица

N	M	Ненормированный R_{Σ}
3	4^{-1}	$R_1(\tau) + 2R_2(\tau) + R_3(\tau)$
4	8^{-1}	$R_1(\tau) + 3R_2(\tau) + 3R_3(\tau) + R_4(\tau)$
5	16^{-1}	$R_1(\tau) + 4R_2(\tau) + 6R_3(\tau) + 4R_4(\tau) + R_5(\tau)$
6	32^{-1}	$R_1(\tau) + 5R_2(\tau) + 10R_3(\tau) + 10R_4(\tau) + 5R_5(\tau) + R_6(\tau)$
7	64^{-1}	$R_1(\tau) + 6R_2(\tau) + 15R_3(\tau) + 20R_4(\tau) + 15R_5(\tau) + 6R_6(\tau) + R_7(\tau)$

Анализируя таблицу, можно заметить, что коэффициенты в выражениях R_{Σ} повторяют элементы N -й строки треугольника Паскаля, а нормировочный множитель $M = 1/2^{N-1}$ является обратной величиной к сумме элементов N -й строки треугольника Паскаля.

В результате было сделано предположение, что при использовании N зондирований дополнительных сигналов с чередованием во времени можно произвести суммирование результатов сжатия, помноженных на весовые коэффициенты $p_{N,k}$, являющиеся элементами N -й строки треугольника Паскаля [9]:

$$R_{\Sigma}(\tau) = \frac{1}{2^{N-1}} \sum_{k=1}^N p_{N,k} \cdot R_k(\tau), \quad (17)$$

при этом $УБЛ_{\Sigma}$ определяется в соответствии с выражением (16).

Данное предположение было проверено использованием вычислительного эксперимента. В результате таблица может быть расширена вверх $N = 2$, $N = 1$ и вниз $N > 7$.

Для $N = 2$ обработка сводится к простому суммированию двух сжатых дополнительных сигналов и нормировке (деление на два) [7]. Для $N = 1$ – согласованная обработка одного сигнала.

Выражение (17) обобщает суммарную обработку дополнительных сигналов, излучаемых с чередованием во времени, и позволяет, используя большее число зондирований, уменьшать зависимость уровня боковых лепестков результата обработки от доплеровского эффекта. Описанный метод не позволяет расширить диапазон допустимых фазовых смещений. Он, как и при простом суммировании пары сжатых дополни-

тельных сигналов, ограничен $\Delta\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Графики зависимости $УБЛ_{\Sigma}$ в дБ от $\Delta\varphi$ при $N = 1, 2, \dots, 6$ представлены на рисунке 3. Описанный метод позволяет существенно уменьшить $УБЛ_{\Sigma}$ при использовании дополнительных сигналов с разделением во времени.

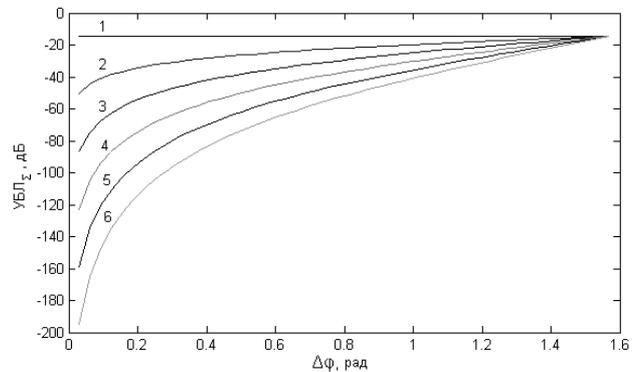


Рисунок 3 – Зависимость УБЛ результата обработки от фазовой разности между принятыми сигналами при $N=1, \dots, 6$

Например, при использовании пары дополнительных сигналов в восьмимиллиметровой РЛС обзора земной поверхности (максимальная дальность до 5 км) сумма двух сигналов, отраженных от подвижной цели (радиальная составляющая скорости 60 км/ч), позволяет достичь $УБЛ_{\Sigma} = -22$ дБ. Использование большего числа зондирований $N = 3, 4, 5, 6$ и описанного метода суммирования сигналов с весовыми коэффициентами позволяет обеспечить меньшие значения $УБЛ_{\Sigma}$ для данной цели -28, -34, -41, -47 дБ соответственно.

Заключение. Для уменьшения влияния доплеровского эффекта на результат обработки дополнительных сигналов, излучаемых с разделением во времени, можно использовать весовую обработку, при этом в качестве весовых коэффициентов предлагается использовать элементы строк треугольника Паскаля. Установлена связь между длиной фильтра и зависимостью уровня боковых лепестков от разности фаз между отраженными от цели сигналами. Возможность использования фильтров различного порядка позволяет осуществлять выбор между сложностью реализации фильтра и степенью подавления боковых лепестков. Данная обработка не устраняет влияние доплеровского эффекта полностью, но

позволяет в области $\Delta\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ ослабить влияние доплеровского эффекта на результат суммарной обработки дополнительных сигналов, разделенных во времени.

Библиографический список

1. Справочник по радиолокации. под ред. М. Скольникова. Нью-Йорк, 1970: пер. с англ. (в четырех томах) / под общ. ред. К.Н. Трофимова; 3. Радиолокационные устройства и системы / под ред. А.С. Винницкого. – М.: Сов. Радио, 1978. 528 с.
2. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
3. *Варакин Л.Е.* Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970. – 367 с.
4. *Кривченков Д.Н.* Методы повышения разрешающей способности по дальности вертолетной РЛС // Радиолокационные системы специального и гражданского назначения. 2010-2012 / под ред. Ю.И. Белого. – М.: Радиотехника, 2011. С. 395-402.
5. *Кривченков Д.Н.* Методы построения дополнительных сигналов // Труды РНТОРЭС им. Попова, серия: Научная сессия, посвященная Дню радио, Вып. LXVII, 2012. – С.416-419.
6. *Кривченков Д.Н.* Дополнительные сигналы с низким собственным уровнем боковых лепестков // Сборник докладов конференции «RLNC 2012», т. 1, 2012. - С. 15-22.
7. *Кривченков Д.Н.* Использование зондирующих сигналов с фазовой кодовой манипуляцией в соответствии с дополнительными последовательностями // Методы и устройства обработки сигналов в радиотехнических системах: межвуз. сб. науч. тр., вып. 6. – Рязань: РГРТУ, 2012. - С.52-59.
8. *Козлов Д.Н.* Обнаружение малоподвижных целей на фоне подстилающей поверхности с использованием ускорения в качестве информационного признака // Методы и устройства формирования и обработки сигналов в информационных системах: межвуз. сб. науч. тр./ под ред. Ю.Н. Паршина. – Рязань: РГРТУ, 2013. - С.121-125.
9. *Андерсон Джеймс А.* Дискретная математика и комбинаторика: пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. - 960 с.