

ПЕРЕДАЧА И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 681.325.3

С.Н. Кириллов, В.А. Ревуцкий

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ТИПА И ПАРАМЕТРОВ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ НА ОСНОВЕ СХЕМЫ ДЕКОДЕР – КОДЕР

Обоснован алгоритм оценки типа и параметров блочных и сверточных помехоустойчивых кодов (ПК), применяемых в системах спутниковой связи (ССпС), на основе схемы декодер-кодер. Показано, что предложенный алгоритм обеспечивает вероятность правильных решений о типе и параметрах ПК не менее 0,8 при значениях вероятности битовой ошибки в анализируемой двоичной последовательности (АДП) не более $2 \cdot 10^{-3}$.

Ключевые слова: помехоустойчивый код, сверточный код, анализируемая двоичная последовательность, система спутниковой связи, кодовая скорость.

Введение. На сегодняшний день в современных ССпС широкое распространение получили ПК различного типа и параметров [1, 2].

При этом возможны ситуации, когда необходимо организовать сеанс спутниковой радиосвязи, не имея полной информации о параметрах системы ПК. Подобная неопределенность может также иметь место при решении задач радиомониторинга ССпС в случае известного ансамбля типов и параметров ПК. Этими обстоятельствами обусловлена актуальность разработки алгоритма оценки типа и параметров ПК на основе схемы декодер – кодер.

С учетом зашумленности спутниковых радиоканалов передачи информации важно, чтобы предлагаемый алгоритм обладал устойчивостью к битовым ошибкам в АДП.

Целью работы является обоснование устойчивого к ошибкам в канале спутниковой связи алгоритма оценки типа и параметров ПК различного вида на основе последовательных процедур декодирования и кодирования.

Исходные условия. В качестве исходных условий принимается, что ПК, который может быть представлен в АДП, принадлежит конечному априорному ансамблю кодов $A_{ПК}$ с заданными параметрами.

Одними из наиболее часто применяемых в ССпС являются блочные коды (БК) – БЧХ или

Рида – Соломона (РС), сверточные коды (СК), а также их комбинации.

Также имеет место допущение, что при оценке параметров ПК через декодирование и последующее кодирование достигнута синхронизация истинного кодера и гипотетического декодера.

При этом важно, чтобы была задана таблица соответствия параметров БК $\{n, k\}_{БЧХ}$, $\{n, k\}_{РС}$ и СК $\{m, n, k\}_{СК}$ с порождающими элементами (ПЭ) G_{ij} каждого из кодов:

$$\{n_1, k_1; n_2, k_2; \dots; n_a, k_a\}_{БЧХ} \leftrightarrow \{G_{11}, G_{12}, \dots, G_{1a}\};$$

$$\{n_1, k_1; n_2, k_2; \dots; n_b, k_b\}_{РС} \leftrightarrow \{G_{21}, G_{22}, \dots, G_{2b}\};$$

$$\{m_1, n_1, k_1; \dots; m_c, n_c, k_c\}_{СК} \leftrightarrow \{G_{31}, G_{32}, \dots, G_{3b}\},$$

где в случае БК n_o – длина кодового слова и k_o – длина информационного слова, а в случае СК m_c – максимальная длина регистров сдвига в составе кодера, n_c – длина выходного и k_c – длина входного кадров. При этом на одну конфигурацию параметров ПК приходится единственный ПЭ.

Требуется определить, какой код из известного ансамбля ПК – $A_{ПК}$ наиболее вероятно представлен в АДП с учетом того, что задана вероятность битовой ошибки в АДП – $P_{ош.б}$.

Обоснование алгоритма оценки типа и параметров ПК. В случае известного ансамбля ПК для оценки типа и параметров кода, представленного в АДП, можно использовать алгоритм на основе декодирования принимаемого потока $C(t)$ с последующим кодированием. Проведем обоснование структуры данного алгоритма.

На приемной стороне, где фактически применяется алгоритм оценки типа и параметров ПК, отсутствует возможность использовать структуру первичного потока $I(t)$. При этом данный поток содержится в закодированной последовательности $C(t)$. Следовательно, применяя на приемной стороне гипотетический декодер $[D_{зун}]$, выполняющий преобразования, обратные преобразования в кодере $[K_{усм}]$, можно получить оценку первичной последовательности $\hat{I}(t)$.

В другом случае, когда ошибки в АДП отсутствуют, декодирование через проверочную матрицу H_1 кодовых слов, полученных посредством ПЭ G_2 , приведет к выявлению несоответствия информационных символов проверочным и исправлению правильных информационных бит в определенном проценте случаев. Такой процент случаев будет определять средний коэффициент взаимных ошибок между $C(t)$ и $\hat{C}(t)$:

$$K_{ош} (C(t), \hat{C}(t)) = \sum_{i=1}^N (C(i) \oplus_{\text{mod}2} \hat{C}(i)) / N. \quad (1)$$

Таким образом, при отсутствии ошибок в АДП $C(t)$ коэффициент $K_{ош} (C(t), \hat{C}(t))$ достигает минимума при полном соответствии $[K_{усм}] \sim [D_{зун}]$ и $[G] \sim [H]$. При этом, чем большее число столбцов матрицы $[G_i]$, отличных от столбцов $[G_j]$, тем чаще проявляется разница контрольных сумм, заключенных соответственно в $C_i(t)$ и $C_j(t)$, что увеличивает коэффициент взаимных ошибок $K_{ош} (C(t), \hat{C}(t))$.

При повторном кодировании разница между $I(t)$ и $\hat{I}(t)$, вызванная различиями декодеров $[D_{усм}]$ и $[D_{зун}]$, только усиливается разницей кодеров $[K_{усм}]$ и $[K_{зун}]$, так как имеется взаимнооднозначная связь $[K_{усм}] \Leftrightarrow [D_{усм}]$.

С другой стороны, при вероятности битовой ошибки $P_{ош.б} = 0$ и $[K_{зун}] = [K_{усм}]$, $[D_{зун}] = [D_{усм}]$ значение коэффициента взаимных ошибок $K_{ош}$

является минимальным среди всех вариантов сочетаний истинных и гипотетических ПК $[K_{усм}]_i \leftrightarrow [K_{зун}]_j, i = \overline{1, l}, j = \overline{1, l}$ из заданного ансамбля $A_{ПК}$ объемом l кодов.

В случае наличия битовых ошибок, т.е. при вероятности $P_{ош.б} > 0$, значение коэффициента $K_{ош}$ будет определяться числом ошибок декодирования потока $C(t)$, которые затем проявятся в потоке $\hat{C}(t)$. Далее необходимо осуществить сравнение коэффициентов $K_{ош}$ для всех декодеров из ансамбля $A_{ПК}$.

Таким образом, схема сравнения истинного и гипотетического кодов из заданного ансамбля $A_{ПК}$ через декодирование с последующим кодированием имеет вид, показанный на рисунке 1.

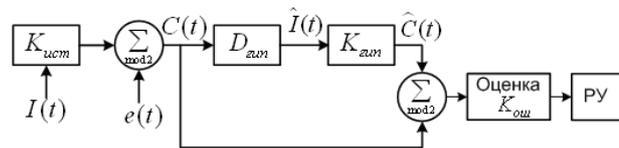


Рисунок 1 – Схема сравнения истинного и гипотетического кодов на основе декодирования

Здесь $e(t)$ – вектор битовых ошибок в АДП $I(t)$, возникающих по причине наличия шумов в радиоканалах ССПС. В блоке решающего устройства (РУ) на основе оценки $K_{ош}$ принимается решение о соответствии или несоответствии гипотетического ПК истинному.

При этом в случае $P_{ош.б} > 0$ значение коэффициента $K_{ош}$ зависит не только от соответствия или несоответствия ПЭ истинного и гипотетических ПК, но и от интенсивности вектора ошибок $e(t)$, что может повлиять на правильность решений о типе и параметрах ПК.

Для выяснения влияния ошибок в АДП на поведение коэффициента $K_{ош}$ были проведены предварительные эксперименты, в результате которых получены зависимости $K_{ош}(P_{ош.б})$ для случаев различного сочетания типа и параметров истинного $[K_{усм}]$ и гипотетического $[K_{зун}]$ кодеров.

В качестве ансамбля ПК использовались СК с параметрами из списка $A_{СК} = \{3.3.1; 5.3.1; 8.3.1; 3.2.1; 5.2.1; 7.2.1; 2.4.3; 4.8.7\}$, а также блочные коды БЧХ и Рида – Соломона с параметрами из списков $A_{БЧХ} = \{31,11; 31,16; 31,26; 63,24; 63,36; 63,45; 127,43; 127,64; 127,43\}$ и $A_{РС} = \{31,11; 31,15; 31,23; 63,23; 63,31; 63,43; 255,95; 255,135; 255,223; 255,239; 247,231;$

247,215} соответственно. Здесь параметры РС кодов указаны для расширенных полей Галуа [3]. Также в качестве АДП использовалась случайная двоичная последовательность (СДП) с равновероятными символами.

Наиболее характерные зависимости $K_{ош}(P_{ош.б})$ в случае совпадения истинного и гипотетического кодов показаны на рисунке 2, где зависимости 1,2,3 получены для кодов РС с параметрами (255,135), (255,239), (247,231), зависимости 4, 5 – для СК (5,2,1) и СК (5,3,1), а 6, 7, 8 – для кодов БЧХ с параметрами (63,45), (63,36) и (63,24) соответственно.

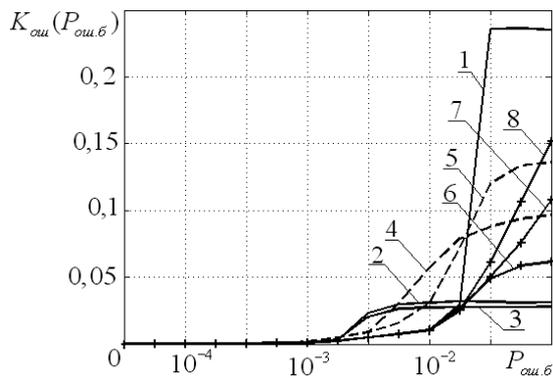


Рисунок 2 – Зависимости $K_{ош}(P_{ош.б})$ в случае совпадения истинного и гипотетического ПК

Из анализа данного рисунка следует, что значение уровня насыщения, к которому приходит каждая зависимость $K_{ош}(P_{ош.б})$ для различных ПК, пропорционально значению $(1 - R_{гип})$, где $R_{гип}$ – кодовая скорость гипотетического кода.

В таком случае при сравнении $K_{ош}$ для различных гипотез о типе и параметрах ПК целесообразно проводить нормировку значения данного коэффициента с учетом кодовой скорости, чтобы выполнялось условие его минимума при $[K_{гип}] = [K_{ист}]$.

Характерные зависимости коэффициента ошибок для случая несовпадения параметров истинного и гипотетического ПК показаны на рисунке 3, здесь 1 – соответствует случаю, когда истинным является код РС (255,135), а гипотетическим – СК (5,2,1), 2 – истинный код БЧХ (63,36), а гипотетический код РС (255,135), 3, 4, 5 – гипотетическим является код РС (255,135) в случаях наличия в АДП кодов БЧХ (63,36), РС (31,15) и РС (255, 239) соответственно.

В случае, когда АДП представляет собой СДП, а гипотетическим является код РС (255,135), имеет место зависимость 6.

При этом в случае вероятности битовой ошибки в АДП не более $2 \cdot 10^{-3}$ и выполнения

условия $[K_{гип}] = [K_{ист}]$ коэффициент $K_{ош}$ является минимальным по сравнению со всеми остальными сочетаниями истинного и гипотетического ПК.

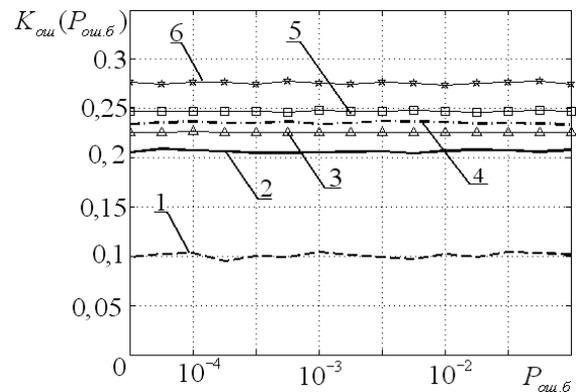


Рисунок 3 – Зависимости $K_{ош}(P_{ош.б})$ в случае несовпадения истинного и гипотетического ПК

С учетом выводов, полученных из анализа рисунков 2, 3, структура алгоритма оценки типа и параметров ПК имеет вид, представленный на рисунке 4.

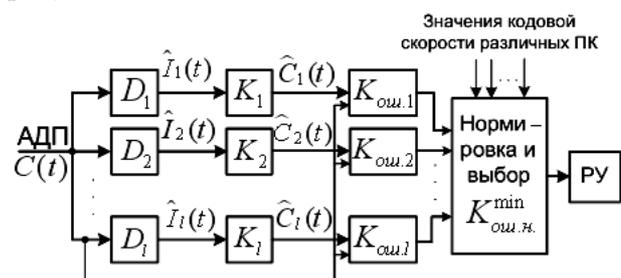


Рисунок 4 – Схема алгоритма оценки типа и параметров ПК на основе декодирования и кодирования

Здесь для сравнения коэффициентов ошибок $K_{ош.i}, i = \overline{1, l}$ в различных ветвях алгоритма выполняется нормировка, определяемая из кодовой скорости каждого гипотетического ПК $R_{гип.i}$, в соответствии с выражением:

$$K_{ош.n.i} = K_{ош.i} / (1 - R_{гип.i}), i = \overline{1, l}, \quad (2)$$

где l – количество элементов в ансамбле $A_{ПК}$.

Решающее устройство (РУ) на рисунке 4 осуществляет сравнение минимального коэффициента взаимных ошибок в i – й ветви – $K_{ош.n}$ с порогом $K_{ош.n}$ и принимает решение о том, можно ли соответствующий ПК считать истинным.

Так как решение принимается для ветви алгоритма с минимальным коэффициентом $K_{ош}$, то значение порога должно исключать случаи, когда $K_{ош}$ в ветви ложного ПК меньше, чем в

ветви для истинного ПК. Причем это должно выполняться при наличии в АДП любого ПК из ансамбля $A_{ПК}$. В свою очередь, оценка $K_{ош}$ является случайной величиной, так как кодовые слова ПК, представленного в АДП, распределяются случайно и вектор ошибок $e(t)$ также представляет собой случайный процесс.

Выбор значения порога $K_{ош.п.}$ производился экспериментально, исходя из ансамбля ПК – $A_{ПК}$, по критерию Неймана – Пирсона [4] при $P_{ош.б} = 2 \cdot 10^{-3}$ для ПК с наименьшей исправляющей способностью (РС с параметрами 247,231) при $[K_{зун}] = [K_{уст}]$ и наименьшей зависимости в случае $[K_{зун}] \neq [K_{уст}]$ [гипотетическим является СК (5,2,1)].

Экспериментальная часть. Проведены экспериментальные исследования надежности предложенного алгоритма оценки типа и параметров ПК (рисунок 4).

Так, для каждого ПК из ансамбля $A_{ПК} = A_{РС} \cup A_{БЧХ} \cup A_{СК}$ многократно (100 раз) проводилась процедура оценки типа и параметров кодов. Далее на основе полученных данных как процент соответствующих случаев в потоке экспериментов оценивались вероятность правильных решений P_D и вероятность ложной тревоги P_F . При этом такая совокупность экспериментов проводилась для различных значений вероятности битовой ошибки в АДП: $P_{ош.б} = 0, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$.

В результате получены зависимости $\hat{P}_D(P_{ош.б})$, наиболее характерные из которых для ПК различного типа приведены на рисунке 5.

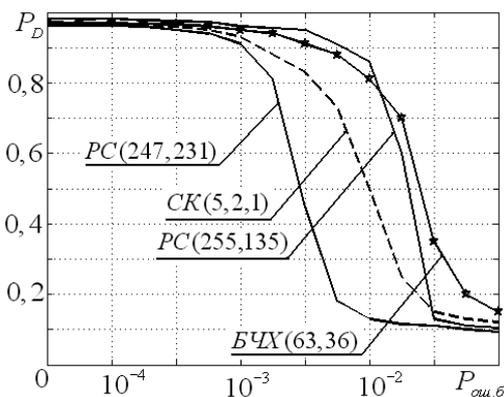


Рисунок 5 – Зависимость вероятности правильного решения от вероятности битовой ошибки для ПК различного типа

Также получена общая для всех ПК из ансамбля $A_{ПК}$ зависимость $\hat{P}_F(P_{ош.б})$, которая имеет вид, приведенный на рисунке 6.

Из анализа зависимостей следует, что с возрастанием вероятности битовой ошибки вероятность правильного решения о типе и параметрах ПК монотонно убывает.

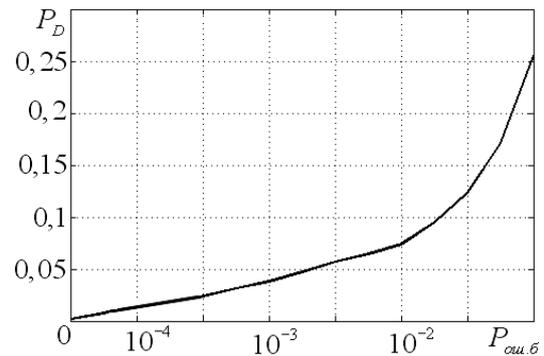


Рисунок 6 – Зависимость вероятности ложного обнаружения от вероятности битовой ошибки для ПК различного типа

При этом вероятность правильного решения прямо пропорциональна исправляющей способности обнаруживаемого ПК.

В свою очередь, вероятность ложной тревоги монотонно возрастает с увеличением вероятности битовой ошибки в АДП.

Вывод. Обоснован алгоритм оценки типа и параметров ПК на основе декодирования и последующего кодирования. Показано, что данный алгоритм в среднем для всех исследуемых ПК обеспечивает вероятность правильных решений $P_D \geq 0,8$ и вероятность ложного обнаружения $P_F \leq 0,05$ при вероятности битовой ошибки в АДП $P_{ош.б} < 2 \cdot 10^{-3}$.

Работа выполнена в рамках реализации федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (Соглашения № 14.В37.21.0466, № 14.В37.21.0413, № 14.В37.21.1830, № 14.В37.21.1876) и при поддержке гранта Президента РФ МК 2775.2011.8 (договор № 16.120.11.2775-МК).

Библиографический список

1. Proximity-1 Space Link Protocol—Coding and Synchronization Sublayer. Blue Book. Issue April 2003. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://public.ccsds.org/publications/SLS.aspx>.
2. TC Synchronization and Channel Coding. Blue Book. Issue 1. September 2003. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://public.ccsds.org/publications/SLS.aspx>.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции/ пер. с англ. под ред. В.И. Тихонова. – М.: Советское радио, 1972. – 744 с.

УДК 009.932

С.С. Садыков, Е.А. Захарова, Ю.А. Буланова

ТЕХНОЛОГИЯ ВЫДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТИ КИСТЫ НА МАММОГРАММЕ

В статье описывается технология компьютерной обработки малококонтрастных маммографических снимков. Проанализированы известные алгоритмы гистограммных преобразований изображений. Предложен алгоритм выделения области кисты на маммограмме. Приведены результаты экспериментальных данных применения предложенного алгоритма выделения области кисты на маммографических снимках.

Ключевые слова: маммограмма, киста, предварительная обработка, гистограммные преобразования, средний контраст, текстурная сегментация, выделение области новообразования, выделение контуров.

Введение. Заболевания молочной железы находятся на первом месте в списке заболеваний женщины [1, 2]. За последние годы показатель впервые выявленных злокачественных заболеваний молочной железы возрос с 68,8 (на 100 000 человек женского населения) в 2008 г., 71,2 – в 2009 по 75,0 – в 2010 году [2]. Это угрожающие цифры, так как злокачественные заболевания протекают бессимптомно, следовательно, они выявляются уже на поздних стадиях, когда единственным вариантом лечения выступает операционное вмешательство.

Одним из самых распространенных доброкачественных заболеваний является киста молочной железы [3]. Киста молочной железы – это полостное образование, заполненное жидкостью, которое появляется в результате уничтожения просвета в молочных ходах из-за избыточного разрастания соединительной ткани [4].

Основной, самой первой и самой действенной процедурой обследования молочных желез является маммография – рентгенологический метод исследования молочной железы [5]. Данный метод исследования применяется более 30 лет. Он позволяет не только определить наличие изменений в тканях молочной железы, но и оценить их размеры, характер, распространенность. Метод маммографии используется в качестве скрининга, то есть метода быстрого обследования больших групп пациенток. Причем он позволяет выявить патологические изменения на ранних стадиях. Однако выявление патологий затрудняется строением молочной железы.

Молочная железа состоит из трех типов ткани, видимых на маммограмме: фиброзной, железистой и жировой. Фиброзная и железистая ткани имеют примерно одинаковую радиографическую плотность и их нельзя адекватно различить

на маммограмме. Жировая ткань лучше пропускает рентгеновские лучи, что приводит к увеличению контраста изображений. Поскольку мягкие ткани слабо различаются по коэффициентам поглощения рентгеновских лучей, изображение имеет слабый контраст, следовательно, обнаружение незначительных изменений в тканях на ранних стадиях болезни и выявление опухолей малых размеров являются затруднительными. При проецировании изображения молочной железы на рентгенограмме различные участки тканей накладываются друг на друга, что также искажает общую картину происходящих в тканях изменений.

На маммограмме киста дает однородную тень, по плотности сходную с железистой тканью молочной железы, округлой или овальной формы. На маммографическом снимке вокруг кисты в большинстве случаев образуется частичный или полный ободок просветления [4, 5]. Несмотря на то, что кисты не представляют опасности для здоровья женщины, они могут доставлять дискомфорт и боль в молочной железе, а также являются признаком возникновения злокачественных заболеваний, поэтому важным и актуальным является своевременная диагностика кисты и ее лечение. В последнее время увеличились случаи диагностики рака молочной железы в кисте, что также свидетельствует о важности выявления кисты, особенно потому, что на маммографическом снимке она трудно различима. Для решения этой задачи следует использовать современные методы обработки и анализа изображений, а также средства информационных технологий.

Цель работы – исследование алгоритмов предварительной обработки малококонтрастных маммографических снимков, исследование алго-

ритма выделения области кисты на маммограмме.

Основные принципы технологии. В работе использованы маммографические снимки, полученные из маммографического кабинета НУЗ Отделенческой больницы на станции Муром, ОАО «РЖД». Больница оснащена аналоговым маммографом Маммодиагност (Philips).

Поскольку маммограммы, полученные с помощью аналоговых маммографов, не удовлетворяют требованиям, выдвигаемым к качеству изображений (помехи маммографа влияют на снимок, что вызывает зашумленность изображения молочной железы) жесткие требования выдвигаются и к используемым пленкам, кассетам, экранам, так как от них напрямую зависит качество маммографического снимка. Поэтому использование напрямую широко известных алгоритмов предварительной обработки, текстурной сегментации, выделения контуров на изображениях не дает желаемых результатов.

Алгоритм выделения области кисты на маммограмме состоит из следующих шагов: 1) исходный маммографический снимок; 2) блок гистограммных преобразований снимка; 3) блок фильтрации; 4) блок выделения области кисты на маммограмме; 5) блок выделения контуров на маммограмме; 6) блок определения геометрических характеристик.

Рассмотрим характерные особенности каждого из блоков.

1. Обозначим исходный маммографический снимок $f(x,y)$, имеющий размер $m \times n$ пикселей. Градации яркостей точек на снимке распределены в диапазоне $[0, 255]$.

2. Блок преобразования гистограммы снимка включает несколько известных алгоритмов изменения значений яркости точек снимка, позволяющих получить выходные снимки с линейным, экспоненциальным, гиперболическим и другими распределениями гистограмм [6, 7]. Такие преобразования обычно позволяют осуществить перераспределение количества точек в различных диапазонах яркости и тем самым визуализировать часто явно невидимые объекты (области) на снимке.

Исследования показали, что известные алгоритмы гистограммного преобразования плохо работают на малоконтрастных снимках, каковыми являются маммограммы, поскольку они в основном оперируют максимальными и минимальными значениями яркости.

Нами предлагается использовать в гистограммном преобразовании так называемый средний контраст снимка. Средний контраст определяется следующим образом:

$$k = \frac{f_{\max}(x,y)}{f_{\text{cp}}},$$

где k – средний коэффициент контрастности изображения, $f_{\max}(x,y)$, f_{cp} – максимальное и среднее значения яркости исходного снимка, соответственно.

Гистограммное преобразование, учитывающее средний контраст, имеет следующий вид:

$$g(x,y) = k * t[f(x,y)] - \frac{t[f(x,y)]}{m \times n - t[0]},$$

где $g(x,y)$ – выходное изображение, k – средний коэффициент контрастности исходного снимка, $f(x,y)$ – текущее значение яркости исходного снимка,

$$t[i] = \sum_{j=0}^{255} \frac{\nu[j]}{m \times n} \forall i \in [0, 255],$$

где i – значение градации яркости точки обработанного снимка ($i=0..255$), j – значение градации яркости точки исходного снимка ($j=0..255, j \leq i$), $\nu[j]$ – значение элемента гистограммы исходного снимка при яркости j , T – область изменения элементов гистограммы выходного изображения $g(x,y)$, $t[i]$ – значение элемента гистограммы обработанного изображения при яркости i ($t[i] \in T$), $t[0]=t[f(x,y)=0]$ – значение элемента гистограммы обработанного изображения при яркости точки, равной 0, $m \times n$ – размер изображения.

3. Блок фильтрации изображения.

Обычно преобразование гистограммы вызывает некоторое дополнительное зашумление изображения, поэтому изображение $g(x,y)$ подвергается медианной фильтрации маской 3×3 [8].

$$d(x,y) = M[g(x,y)],$$

где $d(x,y)$ – выходное изображение, M – оператор медианной фильтрации.

4. Блок выделения области кисты осуществляет текстурную сегментацию.

Для сегментации снимка использован текстурный алгоритм из [9].

$$e(x,y) = S[d(x,y)],$$

где $e(x,y)$ – выходное изображение, S – оператор текстурной сегментации.

5. Блок выделения контуров на изображении.

Контурные преобразования осуществляются с помощью алгоритма из [9].

$$r(x,y) = L[e(x,y)],$$

где $r(x,y)$ – выходное изображение, L – оператор выделения контуров.

6. Блок определения характеристик осуществляет вычисление:

– площади области кисты S_k (число точек области);
 – периметра области P – приближенно равен количеству точек контура области;

– коэффициента формы: $K_\phi = \frac{P^2}{S_k}$

и другие геометрические характеристики кисты.

Результаты. При исследовании работы предлагаемого алгоритма ставились следующие задачи:

1) сравнительный анализ предлагаемого и известных алгоритмов гистограммного преобразования изображений;

2) определение возможностей формирования алгоритма выделения области кисты.

На рисунке 1 представлены исходное мало-контрастное изображение кисты на маммограмме и его гистограмма. Традиционно врач-рентгенолог диагностирует новообразования визуально. При анализе снимка рисунка 1,а выявлено округлое слабоконтрастное образование. Образование на рисунке 1,а можно интерпретировать как доброкачественное объемное образование, а также как кистозное образование. При рутинном анализе обзорной маммограммы образование на рисунке 1,а может быть «пропущено» рентгенологом из-за слабой контрастности обра-

зования.

Для уточнения диагноза следует осуществить более контрастную визуализацию снимков, поэтому используются несколько известных гистограммных преобразований и предлагаемое в данной работе гистограммное преобразование.

Гистограмма снимка указывает, что распределение яркостей находится в малом диапазоне [$v_{\min}=103$, $v_{\max}=163$] с небольшим разбросом от средних величин $v_{\text{ср}}=135$.

В экспериментах по гистограммным преобразованиям были использованы и определены такие характеристики, как:

v_{\min} – минимальное значение гистограммы исходного изображения;

v_{\max} – максимальное значение гистограммы исходного изображения;

$v_{\text{ср}}$ – среднее значение гистограммы исходного изображения;

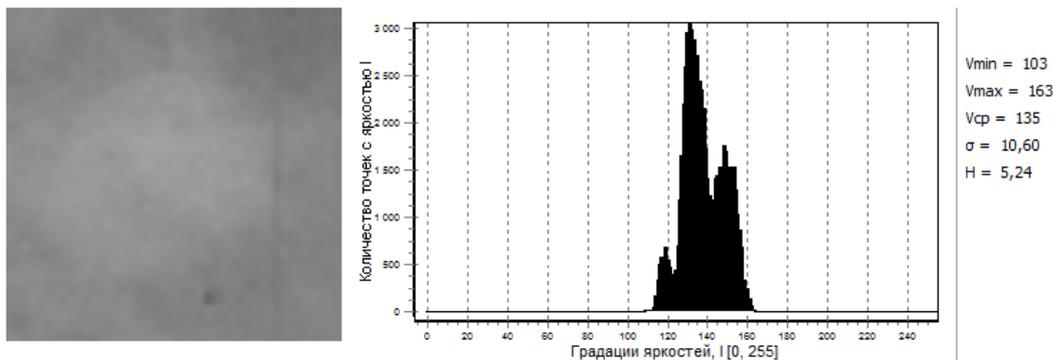
w_{\min} – минимальное значение гистограммы обработанного изображения;

w_{\max} – максимальное значение гистограммы обработанного изображения;

$w_{\text{ср}}$ – среднее значение гистограммы обработанного изображения;

σ – СКО изображения;

H – энтропия изображения.



а **б**
Рисунок 1: а – исходное изображение кисты на маммограмме;
б – гистограмма изображения и ее характеристики

При преобразовании гистограммы этого снимка с помощью линейного метода [7] получаем изображение, которому соответствует гистограмма рисунка 2 с соответствующими характеристиками. Видно, что существенных изменений снимков и их характеристик не произошло. Аналогичные результаты дало использование экспоненциального распределения и распределения Рэлея.

Несмотря на небольшое растяжение гистограммы на рисунке 2, растяжение происходит в области серого, что незначительно улучшает

изображение. Контрастность снимков практически не изменилась. Распределение яркостей от среднего значения $\sigma=13,30$ изменилось незначительно. Увеличилось значение энтропии обработанного снимка H , что показывает увеличение неравномерности распределения яркостных характеристик изображения. Следовательно, можно сказать, что применение распространенных алгоритмов преобразования гистограмм изображений не подходит для данного вида снимков.

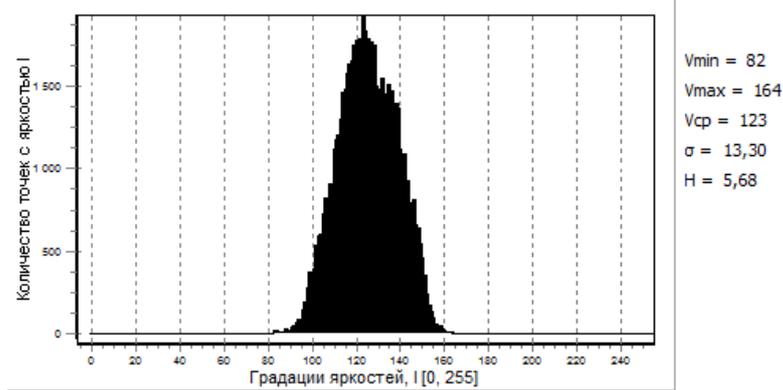


Рисунок 2 – Результаты линейного преобразования гистограмм

На рисунке 3 показан результат обработки исходного снимка предложенным алгоритмом гистограммного преобразования на основе среднего коэффициента контрастности. Видно, что произошло растяжение гистограммы как в темной, так и в светлой области, хотя максимальное значение изменилось незначительно. Увеличилось значение СКО σ для снимка, что характеризует увеличение разброса значений яркости от среднего как в сторону темных, так и

в сторону светлых областей. Существенно изменилось значение энтропии H , что характеризует уменьшение неравномерности распределения яркостей изображения.

При анализе снимка рисунка 3 выявлено округлое образование средней плотности, относительно однородное, контур четкий. Наиболее вероятен диагноз внутрипротоковой кисты молочной железы.

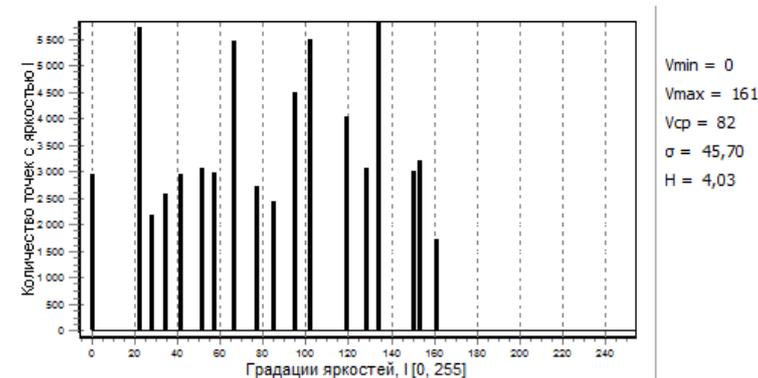


Рисунок 3 – Результаты гистограммного преобразования с использованием среднего коэффициента контраста

С помощью предложенного и известных гистограммных преобразований обработаны более 50 маммографических снимков с областью кисты. Известные гистограммные преобразования (линейный метод, экспоненциальное распределение и распределение Рэлея) не дали удовлетворительных результатов, в то время как предложенные гистограммные преобразования на основе среднего коэффициента контрастности дали во всех снимках удовлетворяющие врачей-рентгенологов результаты.

Дальнейшие исследования были связаны с локализацией области кисты и определением требуемых геометрических характеристик.

Наложение контура на снимок позволяет более точно оценить форму и размер образования, оценить связь новообразования с сосудистым компонентом, протоками молочной железы (если таковая имеется).

Расчет геометрических характеристик необходим для определения точных размеров образования. Характеристики выделенного новообразования: $S=16337$, $P=413$, $K_{\phi}=39,56$.

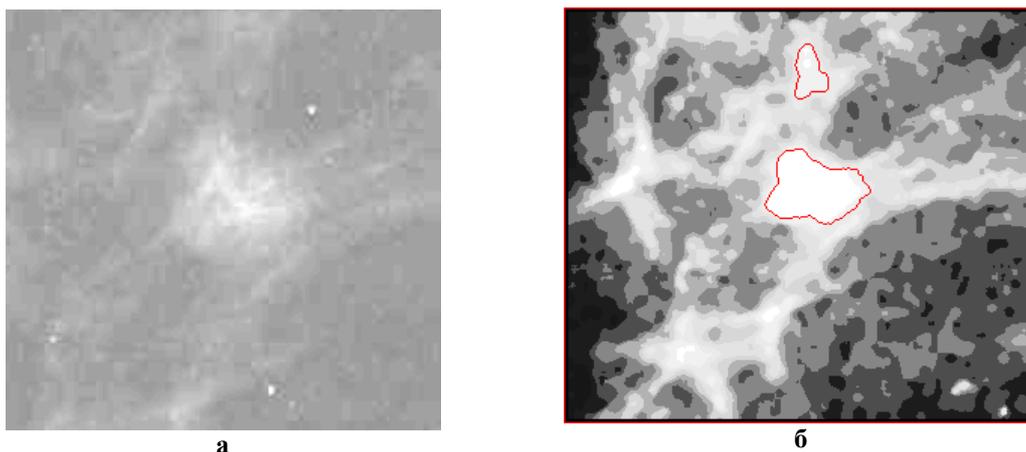


Рисунок 4: а – исходная область интереса; б – результат работы алгоритма выделения области кисты

На рисунке 4 представлены результаты обработки достаточно сложного для визуального анализа снимка молочной железы.

При оценке консилиумом врачей-рентгенологов рентгенограммы на рисунке 4,а возникли определенные сложности, так как при отсутствии жалоб со стороны пациентки на фоне жировой инволюции молочной железы выявлено очаговое образование неправильной округлой формы, визуально с нечеткими контурами. Принимая во внимание возраст пациентки (65 лет) и рентгенологическую картину, врачи-рентгенологи подозревали наличие злокачественного новообразования молочной железы.

При цифровой обработке рентгенограммы с использованием предложенного метода с наложением и без наложения контура определяются два идентичных округлых однородных образования с четкими ровными контурами диаметром 7 мм и 4 мм соответственно, одно из которых связано с протоком молочной железы (проток в ортогональном срезе). Дано заключение «кисты молочной железы». Женщина взята под амбулаторное наблюдение. Таким образом, удалось избежать дополнительного обследования пациентки (УЗИ) и биопсии молочной железы.

Заключение. Результаты исследований 50 маммографических снимков с областью кисты показали:

1) качество большинства маммографических снимков затрудняет визуальное выявление новообразований;

2) широко распространенные гистограммные преобразования не дают удовлетворительных результатов обработки малококонтрастных маммографических снимков;

3) предложенное преобразование гистограммы маммографического снимка на основе среднего коэффициента контраста обеспечивает хорошее улучшение характеристик

малококонтрастных изображений, так как распределяет градации яркости по всему диапазону яркостей, уменьшая тем самым энтропию изображения;

4) совокупность гистограммного преобразования на основе среднего контраста, медианной фильтрации, текстурной сегментации представляет собой алгоритм выделения области кисты на малококонтрастных маммографических снимках, который отвечает достаточно жестким требованиям врачей по локализации участков кисты;

5) использование предложенного алгоритма обработки маммограммы дает возможность выделения области кисты для последующего распознавания новообразований в молочной железе.

Библиографический список

1. Садыков С.С., Буланова Ю.А., Захарова Е.А. Диалоговая система анализа маммографических снимков // Алгоритмы, методы и системы обработки данных. Выпуск 1(19), 2012. С. 155–187.
2. Социально значимые заболевания населения России в 2010 году (Статистические материалы) / Департамент организации медицинской профилактики, медицинской помощи и развития здравоохранения ФГУ «Центральный научно-исследовательский институт организации и информатизации здравоохранения и Росздрава», М., 2011. – 66 с.
3. Захарова Е.А., Буланова Ю.А. Обзор медицинской системы КМИС и формирование статистики заболеваемости молочных желез // Алгоритмы, методы и системы обработки данных, Выпуск 1(19). 2012. С. 54–61.
4. Корженкова Г.П. Комплексная рентгено-сонографическая диагностика заболеваний молочной железы. 1-е изд. – М.: ООО «Фирма СТРОМ», 2004. – 128 с., ил.
5. Рожкова Н. И. Скрининг рака молочной железы // Уральский медицинский журнал. 2008. № 11. С. 46–50.

6. P.Ravi Sankar, B.K.N Srinivasa Rao Parallel Architecture for Implementation of Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization, International Journal of Advanced Engineering sciences and Technologies (IAEST), Vol №10, Issue №1, pp. 047–051.

7. Rajesh Kumar Rai, Puran Gour, Balvant Singh Underwater Image Segmentation using CLAHE Enhancement and Thresholding, International Journal of

Emerging Technology and Advanced Engineering, Volume 2, Issue 1, January 2012, pp. 118–123.

8. Прэнтт У. Цифровая обработка изображений: пер.с англ. – М: Мир,1982, кн.1. –312 с.; кн. 2. – 493 с.

9. Nguyen et al. Watersnakes: Energy-Driven Watershed Segmentation, IEEE Transactions on Pattern Analysis And Machine Intelligence, VOL. 25, No. 3, March 2003, pp.330–342.

УДК 621.391.83

К.А. Батенков

ДИСКРЕТНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ МОДЕЛИ НЕПРЕРЫВНОГО КАНАЛА СВЯЗИ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО РЯДА ФУРЬЕ

Получен общий вид отображения непрерывного канала связи в дискретный. Он представляет собой разложения в обобщенный ряд Фурье, коэффициенты которых вычисляются согласно линейной функциональной зависимости. При этом осуществляется переход от канала связи с непрерывными входом и выходом к каналу с дискретным входом и выходом. Получены также выражения для базисных функций разложений как на входе канала связи, так и его выходе, позволяющие вычислять данные функции на основе рекуррентных операторных преобразований.

Ключевые слова: дискретное отображение непрерывного канала связи, обобщенный ряд Фурье, коэффициенты разложения, базисные функции, разложение Пугачева, разложение Карунена–Лоэва.

Введение. При синтезе систем связи одним из этапов является формирование канала дискретного времени, предполагающее исследование конечномерных пространств и их преобразований в бесконечномерные и обратно, что является следствием не только необходимости практической реализации систем передачи, но и требований к моделированию с позиций теории вероятности на основе вероятностных мер [1].

Целью работы является рассмотрение дискретных отображений непрерывного канала связи на основе разложений непрерывных сигналов в обобщенный ряд Фурье.

Общий вид оператора преобразования в канале связи. В настоящее время с целью анализа динамических систем широко применяется бесконечный обобщенный ряд Фурье. Так, отображение непрерывного канала связи в дискретный, по сути, заключается в сопоставлении сигналов на входе непрерывного канала связи $x(t, \mathbf{r})$ и его выходе $z(t', \mathbf{r}')$ некоторым числовым векторам бесконечной размерности [2], являющихся сигналами на входе x_i и выходе z_i дискретного канала соответственно:

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i \varphi_i(t, \mathbf{r}), \quad (1)$$

$$z(t', \mathbf{r}') = \sum_{i=0}^{\infty} z_i \varphi'_i(t', \mathbf{r}'), \quad (2)$$

где $\varphi_i(t, \mathbf{r})$, $\varphi'_i(t', \mathbf{r}')$ – входные и выходные базисные функции разложения соответственно.

При этом выбор входных и выходных базисов достаточно произволен и может быть продиктован как условиями решаемой задачи, так и являться ее решением.

Например, входным базисным функциям можно взаимнооднозначно сопоставить выходные в виде реакций канала связи на первые из них:

$$\varphi'_i(t', \mathbf{r}') = H' \{ \varphi_i(t, \mathbf{r}) \}. \quad (3)$$

Тогда выходной сигнал представим в виде ряда, в котором базисом выступает реакция (3), а коэффициентами разложения – входные коэффициенты разложения сигнала, то есть $z_i = x_i$:

$$z(t', \mathbf{r}') = \sum_{i=0}^{\infty} x_i H' \{ \varphi_i(t, \mathbf{r}) \}. \quad (4)$$

Выбор базисов произволен, поэтому не обязательно входные и выходные базисные функции должны быть идентичны (ситуация смешанных базисов). Следовательно в общем случае разложения в ряд оператор преобразования в канале связи имеет матричный вид [3]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}, \quad (5)$$

где $\mathbf{z} = (z_0, z_1, \dots, z_\infty)^T$, $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_\infty)^T$ – бесконечномерные векторы коэффициентов разложения на выходе и входе соответственно; а элементы матрицы преобразования в канале связи $\mathbf{K} = \{K_{i,j}\}$, $i, j = 0, \infty$, по сути, являющейся системной характеристикой канала, задаются выражениями:

$$K_{i,j} = \iint_{t, \mathbf{r}} \varphi_i^{-1}(t', \mathbf{r}') \mathbf{H}' \{ \varphi_j(t, \mathbf{r}) \} dt' d\mathbf{r}', \quad (6)$$

определяемыми на основе сопряженных выходных базисных функций $\varphi_i^{-1}(t, \mathbf{r})$, удовлетворяющих условию ортогональности:

$$\iint_{t, \mathbf{r}} \varphi_i^{-1}(t, \mathbf{r}) \varphi_j^{-1}(t, \mathbf{r}) dt d\mathbf{r} = \delta_{i,j}, \quad (7)$$

где $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера.

Таким образом, представления как сигналов, так и преобразований в канале связи могут быть различными и задаются в первую очередь базисами метрических пространств, в рамках которых рассматриваются исследуемые каналы связи. Однако сравнение выражений (4) и (5) позволяет сделать вывод о возможности представления сигнала на выходе линейного канала связи как в виде линейной комбинации системной характеристики канала и коэффициентов разложения входного сигнала, так и в виде дискретной свертки матричной системной характеристики и коэффициентов разложения входного сигнала, вне зависимости от выбора формы базисов. В результате выходной сигнал можно рассматривать в виде дискретного разложения в базисе дискретной системной характеристики.

Таким образом, при использовании обобщенного разложения в ряд любой нестационарный канал связи, в том числе и стохастический, описывается в виде матричной системной характеристики (в общем случае бесконечномерной), в литературе [4] называемой спектральной, или проекционной. Данное обстоятельство устанавливает наличие алгебраической связи между коэффициентами разложения входных и выходных сигналов. В результате исходное уравнение для канала связи с интегральными или дифференциальными операторами заменяется системой алгебраических уравнений, поиск решения которых значительно проще [4]. Алгебраические операции над числовыми значениями легко могут быть реализованы на современной электронно-вычислительной базе, что позволяет синтезировать работоспособные в реальном масштабе времени алгоритмы расчета и проектирования систем связи. Кроме того, алгебраические операции значительно проще описываются на уровне вероятностных мер по сравнению с рассмот-

рением непосредственно операций дифференцирования и интегрирования, что позволяет формально выводить вероятностные и усредненные показатели качества синтезируемых систем как некоторые функции или функционалы, зависящие от параметров элементов этих систем и передаваемых пространственно-временных сигналов.

Базисные функции разложения на входе канала связи. В качестве базисных функций может использоваться произвольный ряд линейно независимых функций, причем не обязательно ортогональных [3]. Поэтому спектральные характеристики как системные, так и сигнальные трактуются как некоторые коэффициенты разложения их исходных непрерывных аналогов относительно выбранной системы линейно независимых функций, или базиса. Таковым базисом в зависимости от исходных данных решаемой задачи может быть и система тригонометрических функций (Фурье), и система экспоненциальных функций с тригонометрическим заполнением (Лапласа), и система функций Уолша, а также ряд других функций. Следует отметить, что дискретные во времени и пространстве сигналы в данном контексте могут рассматриваться в виде спектральных разложений в базисе дискретных дельта-функций.

Однако более общим случаем является понятие канонического разложения случайной функции (процесса), называемого также разложением Пугачева [5]. При этом основным отличием от ранее описанных базисных функций является их хотя и детерминированный, но не структурированный характер, поскольку форма функций вычисляется исходя из требуемых свойств коэффициентов разложения (спектрального состава). Таким образом, отправной точкой в данном разложении служит не форма базиса, а свойства результирующего (дискретного) случайного процесса.

В данном разложении стохастический пространственно-временной сигнал представляется в виде линейной комбинации некоррелированных случайных величин, имеющих равные нулю математические ожидания, то есть коэффициентами данного разложения служит дискретный некоррелированный шум (в общем случае белого неоднородного как по пространству, так и по времени [6, 7]):

$$M\{\mathbf{x}\} = 0, \quad M\{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T\} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{d}_x, \quad (8)$$

где $M\{\mathbf{x}\}$ – математическое ожидание \mathbf{x} ; \mathbf{E} – единичная (бесконечномерная) матрица; $\mathbf{d}_x = (d_{x_0}, d_{x_1}, \dots, d_{x_\infty})$ – вектор дисперсий дис-

кретного нестационарного белого шума (коэффициентов разложения x).

Вид разложения соответствует формулам (1) и (2), в которых выбор входных и выходных базисных функций разложения (координатных функций канонического разложения) осуществляется в соответствии с требованиями (8) и подразумевается центрированность исходного пространственно-временного сигнала. В случае невыполнения этого условия всегда можно свести нецентрированный процесс к центрированному путем вычитания из первого функции его математического ожидания. В результате каноническое разложение будет включать еще одно детерминированное слагаемое – функцию математического ожидания.

Нахождение в явном виде базисных функций разложения сопряжено с рядом часто непреодолимых трудностей [8]. Однако вследствие представления пространственно-временного сигнала в каждой точке области анализа в виде суммы случайных величин значительно упрощаются процедуры нахождения его характеристик [7]. Зависимость же от временных и пространственных координат целиком заключена именно в базисных функциях разложения, являющихся детерминированными функциями времени. В результате осуществление преобразований случайных процессов и полей, в том числе и нелинейных, значительно упрощаются по сравнению с исходным описанием.

Необходимыми условиями осуществимости канонического представления являются коррелированность пространственно-временного сигнала и коэффициентов разложения, а также конечность их дисперсий, что выражается в виде функциональной зависимости для функций разложения [9]:

$$\varphi_i(t, \mathbf{r}) = \frac{M\{x_i \cdot x(t, \mathbf{r})\}}{d_{x_i}}. \quad (9)$$

Данное соотношение совместно с (1) или (2) позволяет формально определить стохастический пространственно-временной сигнал в виде суммы элементарных случайных составляющих, представляющих собой произведение некоторой детерминированной функции и случайного коэффициента. Однако практические способы выбора коэффициентов разложения и вычисления соответствующих базисных (координатных) функций оказываются достаточно произвольными. Кроме того, сходимость рядов (1) или (2) также задается в некотором смысле, а поэтому также должна быть жестко определена.

В случае использования простейшей зависимости между коэффициентами разложения и

исходным сигналом в виде скалярного произведения его самого на соответствующую базисную функцию:

$$x_i = \int \int_{t, \mathbf{r}} x(t, \mathbf{r}) \varphi_i(t, \mathbf{r}) dt d\mathbf{r}, \quad (10)$$

условие некоррелированности (8) приводит к уравнению, которому должны удовлетворять базисные функции:

$$\int \int_{t, \mathbf{r}} \varphi_i(t, \mathbf{r}) \int \int_{t', \mathbf{r}'} K_x(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}') \varphi_j(t', \mathbf{r}') dt' d\mathbf{r}' dt d\mathbf{r} = d_{x_i} \delta_{i,j}, \quad (11)$$

где $K_x(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}') = M\{x(t, \mathbf{r})x(t', \mathbf{r}')\}$ – корреляционная функция пространственно-временного сигнала.

Наложение условия ортонормированности базисных функций:

$$\int \int_{t, \mathbf{r}} \varphi_i(t, \mathbf{r}) \varphi_j(t, \mathbf{r}) dt d\mathbf{r} = \delta_{i,j} \quad (12)$$

сводит задачу к поиску решений однородного интегрального уравнения Фредгольма второго рода [10]:

$$d_{x_i} \varphi_i(t, \mathbf{r}) = \int \int_{t', \mathbf{r}'} K_x(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}') \varphi_i(t', \mathbf{r}') dt' d\mathbf{r}', \quad (13)$$

которое приводит к разложению Карунена-Лоэва [8, 11]. Таким образом, данное разложение делает возможным описание стохастического пространственно-временного сигнала на уровне его вторых моментов и его представление в виде некоррелированных случайных величин в бесконечномерном пространстве детерминированных базисных функций, определенных на некотором ограниченном интервале анализа. Данное обстоятельство одновременно является и достоинством и недостатком подобного представления. С одной стороны, оно позволяет достаточно просто проводить преобразования в линейных и нелинейных системах посредством матричных операций со случайными векторами коэффициентов разложения. С другой же стороны, за исключением гауссовских процессов, в общем случае не обеспечивает независимость коэффициентов разложения, поскольку в данном случае коррелированность не влечет за собой независимости [12]. К тому же следует еще раз подчеркнуть, что разложение Карунена-Лоэва является частным случаем канонического разложения и отличается от последнего наложением условия ортонормированности функций разложения (12) и заданием коэффициентов разложения в форме скалярного произведения исходного сигнала и базисных функций (10). Для самого же канонического разложения помимо условий (8) никаких дополнительных ограничений не накладывается.

В [13] показывается, что подобное представление является оптимальным как с точки зрения минимизации среднеквадратической ошибки аппроксимации пространственно-временного

сигнала конечным числом членов ряда (1) или (2), так и с позиции минимизации энтропии дискретного набора дисперсий коэффициентов разложения при условии соблюдения нормировки сигнала для класса ортонормированных функций разложения [14].

Для более обширных классов функций, описываемых каноническим разложением, в [9] доказывается лишь оптимальность с позиции минимума среднеквадратической ошибки аппроксимации конечным числом членов ряда. Вопрос о минимизации энтропии остается открытым, однако разумно предположить, что подобное представление все же существует, поскольку каноническое разложение не требует задания коэффициентов разложения в виде скалярного произведения (10).

В наиболее общем случае для представления стохастического пространственно-временного сигнала в виде ряда элементарных случайных функций при выполнении условия некоррелированности коэффициентов разложения (8) необходимо обобщить частный случай линейного преобразования в виде скалярного произведения (10) путем рассмотрения произвольных линейных функционалов:

$$x_i = \phi_i \{x(t, \mathbf{r})\}. \quad (14)$$

Другими частными случаями данных функционалов являются линейные комбинации значений стохастического сигнала в дискретном наборе точек:

$$\phi_i \{x(t, \mathbf{r})\} = \sum_{j, j'} a_{i, j, j'} x(t_j, \mathbf{r}_{j'}), \quad (15)$$

являющиеся частным случаем линейных комбинаций значений сигнала и его производных до заданного порядка в дискретном наборе точек:

$$\phi_i \{x(t, \mathbf{r})\} = \sum_{k_0, \dots, k_n, j, j'} a_{i, k_0, \dots, k_n, j, j'} \left. \frac{\partial^{k_0} x(t, \mathbf{r})}{\partial t^{k_0} \prod_{k=1}^n \partial r_k^{k_i}} \right|_{t=t_j, \mathbf{r}=\mathbf{r}_{j'}}, \quad (16)$$

являющиеся в свою очередь частным случаем более общего скалярного произведения:

$$\phi_i \{x(t, \mathbf{r})\} = \iint_{t, \mathbf{r}} x(t, \mathbf{r}) \phi_i(t, \mathbf{r}) dt d\mathbf{r}, \quad (17)$$

в котором произвольные функции $\phi_i(t, \mathbf{r})$ содержат линейные комбинации дельта-функций до соответствующего порядка. Кроме того, возможны еще более общие случаи линейных функционалов ϕ_i .

В результате условие некоррелированности коэффициентов разложения (8) приводит к уравнениям, которым должны удовлетворять линейные функционалы:

$$\phi_{i, t, \mathbf{r}} \left[\phi_{j, t', \mathbf{r}'} \{K_x(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}')\} \right] = d_{x_i} \delta_{i, j}, \quad (18)$$

где нижние индексы t, \mathbf{r} в функционале ϕ означают применение этого функционала к функции по данным аргументам t, \mathbf{r} (остальные аргументы рассматриваются при фиксированных значениях).

Данное уравнение по своей форме сходно с условиями, которым должны соответствовать базисные функции в разложении Карунена-Лоэва (11), однако в отличие от него уравнение (18) не содержит в явном виде выражения для базисных функций, что делает их форму более произвольной, поскольку не налагается дополнительное ограничение на их ортогональность. Вид же базисных функций определяется оператором Фредгольма путем постановки (17) в (9):

$$\phi_i(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{d_{x_i}} \phi_{i, t', \mathbf{r}'} \{K_x(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}')\}. \quad (19)$$

С учетом данной формулы на основании требований ортогональности линейных функционалов (18) в [9] выводится необходимое и достаточное условие некоррелированности коэффициентов разложения в виде условий биоортогональности линейных функционалов базисных функций:

$$\phi_i \{ \phi_j(t, \mathbf{r}) \} = \delta_{i, j}. \quad (20)$$

В результате возможна реализация последовательной процедуры нахождения требуемых линейных функционалов ϕ_i на основе произвольно выбранной последовательности линейных функционалов γ_i . Данная процедура такова [9]. Первоначально определяют линейный функционал ϕ_0 произвольным образом, то есть:

$$\phi_0 = \gamma_0. \quad (21)$$

После этого согласно (18) вычисляют дисперсии коэффициентов разложения (при условии $i=j$), а по формуле (19) определяют базисную функцию разложения $\phi_0(t, \mathbf{r})$. На ее основе вычисляют линейный функционал ϕ_1 в соответствии с рекуррентной формулой:

$$\phi_i = \gamma_i - \sum_{j=0}^{i-1} \gamma_i \{ \phi_j(t, \mathbf{r}) \} \phi_j, \quad i = \overline{1, \infty}. \quad (22)$$

Далее производится расчет базисной функции по выражению (19). Процедура продолжается до вычисления необходимого числа членов ряда канонического разложения. Очевидно, вследствие произвольности выбора функционалов начального приближения γ_i существует бесчисленное множество канонических разложений стохастического пространственно-временного сигнала, в отличие от единственного разложения Карунена-Лоэва. Получить каноническое разло-

жение из разложения Карунена-Лоэва и наоборот возможно путем поворота осей координат [5], однако каноническое разложение не связывает линейные функционалы ϕ_i с характеристиками случайного процесса, в то время как ортогональное предполагает строгий вид этих функционалов, подынтегральной функцией в котором является базисная функция, то есть $\phi_i(t, \mathbf{r}) = \varphi_i(t, \mathbf{r})$. В результате возможно варьирование вида линейных функционалов ϕ_i для достижения определенной цели канонического разложения – минимума некоторой ошибки аппроксимации, энтропии и т. п. В том числе возможно наложение дополнительных условий в виде независимости коэффициентов разложения или, по крайней мере, равенства нулю некоторых их центральных моментов, что позволяет применять данное разложение в случае негауссовских процессов.

Данные разложения позволяют описывать преобразования в канале путем матричных операций вида (5), причем естественно, что на выходе детерминированной линейной системы свойства канонических разложений сохраняются [7], то есть коэффициенты разложения остаются некоррелированными случайными величинами, имеющими характер белого шума. Однако в случае прохождения сигналов через стохастические системы, в том числе определяемые детерминированной системной характеристикой и шумом, подобное свойство может не сохраняться. В результате требуется отыскание статистических характеристик на выходе канала связи, причем канонические разложения в этом случае приходится выполнять и над случайным процессом на выходе.

Таким образом, можно заключить, что выбор базиса в данном контексте счетного, пусть и бесконечного, числа функций, целиком определяется условиями решаемой задачи исходя из удобства представления и целей синтеза. При этом выбор базиса оказывается также достаточно произвольным.

Базисные функции разложения на выходе канала связи. Следует отметить еще одно немаловажное обстоятельство. В практических целях стохастический сигнал как на входе канала, так и на выходе описывается в виде конечномерного случайного вектора, обычно получающегося путем учета в разложениях (1) и (2) конечного числа членов ряда. Причем выбор этого числа определяется в основном эвристически, например первых столько-то, либо на основании максимальных значений некоторого параметра соответствующих им базисных функций. В результа-

те с точки зрения описания как самих сигналов, так и канала связи неизбежна ошибка аппроксимации, величина которой зависит не только от типа канала связи и используемых сигналов, но и от формы базисных функций. Таким образом, чрезмерная вольность выбора формы базиса или свойств результирующих коэффициентов разложения приводит к недостаточному полному учету требований построения системы связи с точки зрения близости к практически нереализуемым бесконечномерным системам.

Именно поэтому при разложении следует учитывать не только свойства системной характеристики канала связи, но и характер неизбежно присутствующей в любом канале связи аддитивной помехи, которая как указывалось ранее может оказывать существенное влияние на статистические взаимосвязи коэффициентов разложения, в том числе и канонического.

При описании аддитивных помех следует учитывать два немаловажных обстоятельства. Во-первых, модели аддитивных помех достаточно разнообразны и в общем случае должны характеризоваться довольно сложными многомерными законами распределения своих параметров, в том числе и мгновенных значений. Во-вторых, складываясь с полезным сигналом, подобные помехи изменяют статистическую структуру передаваемых данных. В результате принципиально важным фактом оказывается внесение неопределенности в передаваемые сообщения (даже при детерминированном характере канала связи), что приводит к невозможности безошибочной передачи исходных сообщений и необратимости преобразований в результирующем канале.

Следствием данных обстоятельств оказывается дополнительное накопление ошибки аппроксимации при синтезе систем на основе конечного набора базисных функций рядов (1) и (2). Так, в отсутствие аддитивной помехи и детерминированности системной характеристики канала связи N пространственно-временной сигнал на выходе канале связи однозначно определяется выражением (4) с той лишь разницей, что число членов ряда является конечным. При данных условиях корреляционная функция выходного сигнала получается путем двукратного преобразования корреляционной функции исходного входного сигнала оператором системной характеристики H' [9]. Поскольку он является детерминированным, то в выражении для нахождения базисных функций (19) его можно поменять местами с оператором Фредгольма ϕ_i , что приводит к подобной достаточно простой операторной взаимосвязи базисных функций на входе

и на выходе в виде (3). Однако даже в этом случае наилучшее приближение трактуется в смысле минимально возможной величины среднеквадратического отклонения усеченного ряда относительно исходного сигнала [9, 13]. При синтезе же систем связи данный критерий оказывается не всегда допустимым, в результате применение аппроксимации в виде даже наиболее общего случая канонического разложения является довольно грубым и требующим дополнительных исследований влияния конечности числа членов ряда разложения на получаемые оптимальные решения.

В общем же случае стохастичности оператора преобразования канала связи H' , обусловленной наличием аддитивной помехи и/или случайностью его системной характеристики H , каноническое разложение определяется на основе математического ожидания и корреляционной функции выходного пространственно-временного сигнала согласно выражениям (19), (21) и (22), а выходные базисные функции не имеют операторной зависимости (3) от входных. В общем виде второй начальный момент выходного сигнала определяется как усреднение соответствующих случайных функций [7]:

$$M(x'x') = M([H'\{x\} + n][H'\{x\} + n]). \quad (23)$$

Для устранения громоздкости описания в данной и последующих формулах, если не оговорено дополнительно, аргументы при случайных функциях опущены, а при записи произведения двух функций подразумевается, что они зависят от различных аргументов, например $x'x' = x'(t, \mathbf{r})x'(t', \mathbf{r}')$. Корреляционная функция же вычисляется как разность между вторым начальным моментом и произведением математических ожиданий:

$$K_{x'} = M(x'x') - M(x')M(x'). \quad (24)$$

Применение теорем сложения и умножения математических ожиданий [7], а также использование леммы о существовании оператора математического ожидания $M_{H'}$ случайного оператора системной характеристики H' [15] и его линейности и независимости от передаваемого сигнала [16] приводит к выражению:

$$M(x') = M_{H'}\{M(x)\} + M(n). \quad (25)$$

Следует отметить, что в отличие от оператора системной характеристики H' оператор математического ожидания $M_{H'}$ имеет строго детерминированный характер и трактуется как усреднение ядра интегрального оператора, либо коэффициентов дифференциального уравнения. Так, в случае интегральных преобразований и независимости импульсной характеристики от передаваемого пространственно-временного

сигнала оператор математического ожидания имеет вид:

$$M_{H'}\{M(x)\} = \iint_{t, \mathbf{r}} M\{x(t, \mathbf{r})\} M\{h(t', \mathbf{r}', t, \mathbf{r})\} dt d\mathbf{r}. \quad (26)$$

Все последующие выражения для нахождения высших моментов случайных операторов имеют подобную же трактовку с той лишь разницей, что используется понятие оператора математического ожидания произведения случайных операторов [15].

Раскрытие скобок в (23) и применение теоремы сложения математических ожиданий, а также учет линейности оператора системной характеристики преобразует данное выражение к виду:

$$M(x'x') = M(H'[H'\{x\}]) + M(H'\{x\}n) + M(nH'\{x\}) + M(nn). \quad (27)$$

Использование свойства независимости случайного оператора системной характеристики, аддитивной помехи и передаваемого сигнала в совокупности с теоремой умножения математических ожиданий и леммы о существовании оператора математического ожидания произведения случайных операторов $M_{H'H}$, а также равенства (24) к второму начальному моменту аддитивной помехи видоизменяет уравнение (27) следующим образом:

$$M(x'x') = M_{H'H}\{M(xx)\} + M_{H'}\{M(x)\}M(n) + M(n)M_{H'}\{M(x)\} + K_n + M(n)M(n), \quad (28)$$

где K_n – корреляционная функция аддитивной помехи.

Очевидно, что сумма второго, третьего и пятого слагаемых в левой части данной формулы представляет собой разность между произведением математических ожиданий выходного сигнала (25) и произведением операторов математических ожиданий системной характеристики $M_{H'}\{M(x)\}$. Следовательно, вычитание из (28) произведения (25) на самого себя, но с зависимостями от других переменных, приводит к выражению для корреляционной функции выходного сигнала:

$$K_{x'} = M_{H'H}\{M(xx)\} + K_n - M_{H'}\{M(x)\}M_{H'}\{M(x)\}. \quad (29)$$

Применение (24) к операторам математического ожидания произведения случайных операторов системной характеристики и второго начального момента входного сигнала, а также приведение подобных слагаемых преобразует данное выражение к виду:

$$K_{x'} = K_{H'}\{K_x + M(x)M(x)\} + M_{H'}\{M_{H'}[K_x]\} + K_n, \quad (30)$$

где $K_{H'}$ – корреляционная функция случайного оператора системной характеристики H' .

Частный случай данной формулы для преобразований линейных интегральных случайных операторов без учета воздействующей в канале аддитивной помехи описан В. С. Пугачевым в [9], а для случая равенства нулю математических ожиданий в работах М. Лозва. Кроме того, в случае отсутствия преобразований в канале связи следствием данной формулы оказывается хорошо известное выражение для корреляционной функции суммы двух независимых случайных процессов [7].

Выражение (30) иллюстрирует, что вид корреляционных связей выходного пространственно-временного сигнала существенно отличается от входного. В результате зависимость выходных от входных базисных функций отличается от выражения (3). Применение в качестве начального приближения γ'_i при каноническом разложении выходных базисных функций ϕ'_i последовательности функционалов ϕ_i , определяющих случайные коэффициенты разложения входного сигнала, то есть предположение, что $\gamma'_i = \phi_i$, а также выражений (30), (19), (21), (22), в которых используются линейные функционалы для канонического разложения выходных базисных функций (функционалы ϕ_i , γ_i и базисные функции ϕ_i на входе в данных формулах заменены на соответствующие функционалы ϕ'_i , γ'_i и базисные функции ϕ'_i на выходе) и свойства линейности операторов математического ожидания M_H , корреляционной функции K_H и функционалов канонического разложения ϕ'_i делает возможным представление выходных базисных функций в виде рекуррентного операторного преобразования входных:

$$\begin{aligned} \phi'_i = & \frac{1}{d_{x'_i}} \left\{ \phi_i [K_H \{K_x + M(x)M(x)\}] + \right. \\ & + \phi_i [M_H \{M_H(K_x)\}] + \\ & \left. + \phi_i(K_n) - \sum_{j=0}^{i-1} \phi_i(\phi'_j) d_{x'_j} \phi'_j \right\}. \end{aligned} \quad (31)$$

Первое и второе слагаемые в данном выражении предполагают необходимость осуществления функционального преобразования над операторами корреляционной функции K_H и математического ожидания системной характеристики M_H . Следует отметить, что линейный функционал ϕ_i применяется непосредственно лишь к данным операторам, не затрагивая составляющие, находящиеся в фигурных скобках, то есть сумму корреляционной функции входного сигнала и произведения его математических ожиданий, а также оператора математического

ожидания системной характеристики от корреляционной функции входного сигнала.

При этом первое слагаемое существует только в случае стохастичности системной характеристики, а второе – ее нецентрированности. Причем в отличие от первого детерминированность системной характеристики приводит во втором слагаемом лишь к некоторому упрощению формы оператора математического ожидания, преобразующегося в детерминированный оператор системной характеристики H' .

Третье слагаемое задается корреляционными свойствами аддитивной помехи, а соответственно отлично от нуля при условии ее учета. Требование биортогональности выходных базисных функций (20) предопределяет существование четвертого слагаемого независимо от свойств исследуемого канала связи.

Таким образом, найденная для общего случая стохастического канала связи корреляционная функция пространственно-временного сигнала на его выходе (30) позволяет рекуррентно вычислять выходные базисные функции на основе (31). Следует отметить бесчисленное количество их возможных форм, поскольку даже в случае строго задания начального приближения γ'_i последовательностью функционалов ϕ_i , определяющих случайные коэффициенты разложения входного сигнала, начальные приближения для входного канонического разложения γ_i являются произвольными. С одной стороны, это оказывается достоинством при синтезе систем связи, так как делает возможным варьирование вида базисных функций для достижения предполагаемого оптимума согласно некоторого критерия. С другой такая неопределенность может приводить к значительным различиям в получаемых решениях при условии их реализации в разнесенных системах, например на приеме и передаче, поскольку выбор начальных приближений может также включать элемент стохастичности. В результате вероятно наличие систематических ошибок передаваемой информации, обусловленных именно различием в форме используемых базисных функций.

Достоинства и недостатки полученных отображений. Возможность представления входного и выходных пространственно-временных сигналов в виде бесконечного ряда некоррелированных случайных функций не позволяет точно описывать процессы в канале связи, поскольку практическая реализация осуществима лишь для конечного числа слагаемых. Однако в большинстве случаев полезный сигнал изменяется существенно медленнее, чем помеха, либо имеет какую-либо локализацию, выра-

жающуюся в различиях их статистических свойств. В результате в каноническом разложении пространственно-временного сигнала на выходе канала связи можно ограничиться некоторым числом членов ряда, дающих с определенной степенью точности описание входного сигнала. При этом либо число, либо последовательность коэффициентов разложения входного сигнала и выходного, искаженного стохастическим каналом связи, оказываются несогласованными в смысле точности их аппроксимации, что приводит к необходимости одновременного учета ошибок приближения как на входе, так и на выходе канала связи. Очевидно, что с точки зрения среднеквадратической ошибки аппроксимации пространственно-временных сигналов на входе и выходе канала связи конечным рядом ответом на данный вопрос служит какая-нибудь форма канонического представления [9]. Однако при синтезе систем связи критерии в основном направлены на точность воспроизведения передаваемого сигнала, то есть задачи синтеза трактуются как задачи принятия статистических решений, показателями качества которых являются те или иные степени схожести переданного сообщения и вынесенного решения [8]. Следовательно, разложение в ряд должно рассматриваться с позиции точного воспроизведения передаваемых сигналов на приемной стороне, а не с точки зрения точности аппроксимации передаваемых и принимаемых сигналов. Произвольность выбора базисных функций в ограниченном каноническом разложении позволяет подбирать их таким образом, чтобы обеспечить в некотором смысле точность приема сигнала. Другие же способы конечномерного представления входных и выходных сигналов (например разложение Карунена-Лоэва, различного рода системы ортогональных функций) делают возможным лишь выбор наиболее лучших представителей из заданного класса функций.

В целом же достаточность корреляционных свойств выходного пространственно-временного сигнала для его представления в виде канонического разложения скрывает в себе и серьезный недостаток. В данном случае фиксируется класс функций, передающих коэффициентом соответствующего разложения свойство некоррелированности, что с одной стороны, делает возможным более простое описание дальнейших преобразований этих коэффициентов, а с другой – не только не обеспечивает их независимости в наиболее общих случаях негауссовских процессов, но и потенциально снижает качество синтезируемой системы, так как сокращает вариативность получаемых решений. Следовательно, в

общей постановке (негауссовские процессы) задача синтеза должна формулироваться без введения ограничений на класс функций или же свойства коэффициентов разложения. Даже независимость коэффициентов разложения не может гарантировать оптимальность по определенному критерию синтеза. Таким образом, дискретное отображение непрерывного многопараметрического канала связи должно основываться на разложениях типа (1) и (2) с конечным числом членов ряда, в которых базисные функции вычисляются в соответствии с критерием оптимальности воспроизведения передаваемой информации.

Выводы. Таким образом, в данной работе получен общий вид отображения непрерывного канала связи в дискретный. Он представляет собой разложение в обобщенный ряд Фурье типа (1) и (2), коэффициенты которых вычисляются согласно линейной функциональной зависимости вида (14). При этом осуществляется переход от канала связи с непрерывными входом и выходом, соответствующих сигналам $x(t, \mathbf{r})$ и $z(t', \mathbf{r}')$, к каналу с дискретным входом и выходом, представимых коэффициентами разложения x_i и z_i . Получены также выражения для базисных функций разложений как на входе канала связи (19), так и его выходе (31), позволяющие вычислять данные функции на основе рекуррентных операторных преобразований типа (21) и (22).

В заключение также следует отметить, что применение предложенных в данной работе базисных функций разложений в качестве несущих колебаний четырехпозиционной квадратурной амплитудной модуляции в канале связи с аддитивным белым гауссовским шумом приводит к увеличению энергетической эффективности на величину порядка 2 дБ по сравнению с аналогичными системами, несущие которых не согласованы с каналом связи и имеют форму гармонических колебаний.

Библиографический список

1. Возенкрафт Дж. М., Джекобс И. М. Теоретические основы техники связи / пер. с англ. под ред. Р.Л. Добрушина. – М.: Мир, 1969. – 640 с.
2. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с.
3. Френкс Л. Теория сигналов: Пер. с англ. – М.: Советское радио, 1974. – 344 с.
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5-и тт.; 2-е изд. перераб. и доп. Т. 1: математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.

5. Драган Я. П. Модели сигналов в линейных системах [Текст] / Я.П. Драган ; АН УССР. Физ.-мех. ин-т. – Киев : Наукова думка, 1972. – 302 с.

6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. – М.: Наука, 1978. – 464 с.

7. Венцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. 2-е изд. стер. – М.: Высш. школа, 2000. – 383 с.

8. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. – М.: Советское радио, 1966. – 681 с.

9. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В. С. Пугачев. – М.: Физматгиз, 1962. – 883 с.

10. Васильева А. Б., Тихонов Н. А. Интегральные уравнения. – 2-е изд. стереот. – М.: Физматлит, 2002. – 160 с.

11. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: пер. с англ.: в 3-х тт. / Г. Ван Трис. – М.: Советское радио, 1977. Т. 1. – 744 с.

12. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устойчивых систем: учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.

13. Фу К. Последовательные методы в распознавании образов и обучение машин / К. Фу. – М.: Наука, 1971. – 320 с.

14. Сойфер В. А. Прикладная теория информации: учеб. пособие. – Куйбышев: КуАИ, 1985. – 93 с.

15. Скороход А. В. Случайные линейные операторы. – Киев: Наукова думка, 1978. – 200 с.

16. Кловский Д. Д., Сойфер В. А. Обработка пространственно-временных сигналов (в каналах передачи информации) [Текст]. – М.: Связь, 1976. – 207 с.

УДК 004.932

А.А. Логинов, А.И. Новиков, В.А. Саблина, О.В. Щербакова

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПЛЕКСНОГО КОНТУРНОГО АНАЛИЗА В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ И СОВМЕЩЕНИЯ КОНТУРОВ

Показаны высокая эффективность комплексного контурного анализа для решения задачи классификации, или распознавания, контуров и его применения для совмещения контуров, идентифицированных как однотипные, но отличающиеся, возможно, масштабом и (или) поворотом.

Ключевые слова: *изображение, контур, комплексный контурный анализ, эрмитово скалярное произведение, автокорреляционные и взаимные корреляционные функции, анализ изображений.*

Введение. Комплексный контурный анализ (ККА) был разработан, в первую очередь, для автоматического анализа и распознавания текстов [1, 2]. Однако простота и высокая эффективность ККА в распознавании печатных символов дают надежду на то, что его средствами можно распознать контуры и на видео-, тепло- и других изображениях. Авторами статьи предпринята попытка исследования этой возможности на произвольных модельных контурах для решения задач классификации и совмещения контуров в бортовых системах технического зрения.

Контур на изображениях могут быть как достаточно простыми, близкими по сложности их описания к печатным символам (например, контуры взлетно-посадочной полосы), так и весьма сложными (например, контуры берегов реки или контуры дорожной сети).

Особенный интерес представляет применение ККА для совмещения разноспектральных аэрокосмических и синтезированных изображений, поскольку контуры основных объектов на таких изображениях, как правило, сохраняются неизменными в отличие от их яркостей.

Цель работы. Целью работы является исследование возможности применения ККА для решения задач совмещения разноспектральных аэрокосмических и синтезированных изображений в автоматизированных бортовых системах технического зрения летательных аппаратов.

Математическая постановка и алгоритмы решения задач классификации и совмещения контуров

Пусть D – некоторое связное множество пикселей на изображении [3], $\Gamma = \partial D$ – внешняя граница множества D . Множество D может быть образовано пикселями с большими или, наоборот, меньшими по сравнению с фоном зна-

чениями $f(x, y)$ – функции яркости изображения. В комплексном контурном анализе предполагается, что контур Γ – это многоугольник с множеством вершин $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ и что координаты (x_k, y_k) , $k = \overline{1, n}$, каждой вершины известны. Граница произвольной области D на реальном изображении может существенно отличаться от многоугольника.

Поэтому применение ККА в обработке изображений требует решения еще одной задачи – аппроксимации контура Γ многоугольником с минимальным количеством вершин. В данной статье эта задача не рассматривается.

Изложим алгоритмы ККА по шагам.

Пусть $\Gamma = \{(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)\}$ – координатное описание контура Γ . Заметим, что выбор начальной точки A_1 и направления обхода контура могут быть произвольными.

1. Алгоритм отбора контуров

Шаг 1. Вводим векторное описание контура Γ :

$$\Gamma = \{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n\}, \quad (1)$$

где $\bar{a}_k = (x_{k+1} - x_k; y_{k+1} - y_k)$, $k = \overline{1, n-1}$,

$$\bar{a}_n = (x_1 - x_n; y_1 - y_n).$$

Шаг 2. Вычисляем скалярные произведения контуров $\omega_k = (\Gamma_o, \Gamma_k)$, где $\Gamma_o = \Gamma$, а контуры $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{n-1}$ получаются один из другого циклическим сдвигом векторов, т.е.:

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n\}, \\ \Gamma_1 &= \{\bar{a}_2, \bar{a}_3, \dots, \bar{a}_n, \bar{a}_1\}, \\ \Gamma_2 &= \{\bar{a}_3, \bar{a}_4, \dots, \bar{a}_n, \bar{a}_1, \bar{a}_2\}, \\ &\dots \\ \Gamma_{n-1} &= \{\bar{a}_n, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_{n-1}\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Скалярные произведения контуров (Γ_o, Γ_k) находятся по правилу:

$$\omega_k = (\bar{a}_1, \bar{a}_{k+1}) + (\bar{a}_2, \bar{a}_{k+2}) + \dots + (\bar{a}_{n-k}, \bar{a}_n) + (\bar{a}_{n-k+1}, \bar{a}_1) + \dots + (\bar{a}_n, \bar{a}_k), \quad k = \overline{0, n-1}. \quad (3)$$

В составе (3) скалярные произведения $(\bar{a}_m, \bar{a}_{k+m})$ являются эрмитовыми произведениями. Значит, если

$$\begin{aligned} \bar{a}_m &= (x_m; y_m) = x_m + i y_m, \\ \bar{a}_{k+m} &= (x_{k+m}; y_{k+m}) = x_{k+m} + i y_{k+m}, \text{ то} \\ \bar{\bar{a}}_{k+m} &= (x_{k+m}; -y_{k+m}) \text{ и} \\ (\bar{a}_m, \bar{\bar{a}}_{k+m}) &= (x_m + i y_m)(x_{k+m} - i y_{k+m}) = \\ &= (x_m x_{k+m} + y_m y_{k+m}) + i(y_m x_{k+m} - x_m y_{k+m}). \end{aligned} \quad (4)$$

Заметим, что (Γ_o, Γ_k) – комплексные числа для всех $k = \overline{1, n-1}$, а $(\Gamma_o, \Gamma_o) = \|\Gamma_o\|^2$ – действительное число, так как в соответствии с (3) и (4)

$$\omega_o = (\Gamma_o, \Gamma_o) = \sum_{m=1}^n (x_m^2 + y_m^2).$$

Шаг 3. Вычисляем абсолютные значения нормированных скалярных произведений контуров

$$\tau_k = \frac{|\omega_k|}{\omega_o}, \quad k = \overline{0, n-1}. \quad (5)$$

В литературе по контурному анализу эту функцию называют автокорреляционной функцией (АКФ) контура Γ [1,2].

Заметим, что $\tau_o = 1, \tau_1 = \tau_{n-1}, \tau_2 = \tau_{n-2}, \dots,$
 $\tau_{\lceil \frac{n}{2} \rceil} = \tau_{n - \lceil \frac{n}{2} \rceil}$, где $\lceil \cdot \rceil$ – знак целой части числа.

Поэтому в (5) достаточно вычислить значения $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\lceil \frac{n}{2} \rceil}$.

Автокорреляционная функция уникальна для каждого контура и не меняется при сдвиге, изменении масштаба и при повороте контура относительно любой его вершины. Эти свойства АКФ позволяют использовать ее для отбора однотипных контуров из заданного множества контуров.

Отбор однотипных контуров

Шаг 4. Задачу этого шага можно сформулировать таким образом: есть эталонный контур Γ_o , найдена его АКФ $\{\tau_k^{(o)}\}_{k=0}^{n-1}$ и есть некоторое множество контуров $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s\}$, для каждого из которых вычислена его АКФ. Необходимо выбрать из этого множества контуры $\{\gamma_{i_1}, \gamma_{i_2}, \dots, \gamma_{i_r}\}, r \leq s$, близкие в некотором смысле к контуру Γ_o .

Для решения этой задачи:

а) вычисляем меру Δ_m отличия контура γ_m от эталонного Γ_o :

$$\Delta_m = \sum_{k=1}^{\lceil n/2 \rceil} |\tau_k^{(m)} - \tau_k^{(o)}|, \quad m = \overline{1, s}; \quad (6)$$

б) сравниваем Δ_m с порогом ε : если $\Delta_m < \varepsilon$, то контур γ_m включается в множество контуров, близких к контуру Γ_o ; в противном случае ($\gamma_m \geq \varepsilon$) контур γ_m исключается из дальнейшего анализа. Заметим, что для более надежной идентификации однотипных контуров можно использовать дополнительную информацию о длине кривой $\Gamma = \partial D$, площади области D , об отношении периметра области к ее площади и т.д.

2. Алгоритм совмещения контуров

Пусть γ – контур, близкий к эталонному контуру Γ . Пусть далее $\Gamma = \{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \dots, \bar{a}_n\}$, $\gamma = \{\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_n\}$ – векторные описания этих контуров.

Шаг 1. Вычисляем взаимные скалярные произведения $e_k = (\Gamma, \gamma_k)$, $k = \overline{0, n-1}$ контуров Γ и γ_k . Здесь $\gamma_0 = \gamma$, а

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \{\bar{b}_2, \bar{b}_3, \dots, \bar{b}_n, \bar{b}_1\}, \\ \gamma_2 &= \{\bar{b}_3, \bar{b}_4, \dots, \bar{b}_n, \bar{b}_1, \bar{b}_2\}, \\ &\dots \\ \gamma_{n-1} &= \{\bar{b}_n, \bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_{n-1}\} - \end{aligned}$$

контуры, получающиеся из контура γ циклическим сдвигом соответственно на один, два, ..., (n-1) вектор

$$e_k = (\bar{a}_1, \bar{b}_{k+1}) + (\bar{a}_2, \bar{b}_{k+2}) + \dots + (\bar{a}_{n-k}, \bar{b}_n) + (\bar{a}_{n-k+1}, \bar{b}_1) + \dots + (\bar{a}_n, \bar{b}_k), k = \overline{0, n-1}. \quad (7)$$

Скалярные произведения $(\bar{a}_s, \bar{b}_{k+s})$ находятся так же, как скалярные произведения в составе формулы (3), то есть по формуле, аналогичной (4).

Шаг 2. Вычисляем взаимные корреляционные функции (ВКФ) контуров Γ и γ_k :

$$\mu_k = \frac{|e_k|}{\sqrt{\omega_0^\Gamma} \cdot \sqrt{\omega_0^\gamma}}, k = \overline{0, n-1}. \quad (8)$$

Здесь $\omega_0^\Gamma = \sum_{k=1}^n (\bar{a}_k, \bar{a}_k)$, $\omega_0^\gamma = \sum_{k=1}^n (\bar{b}_k, \bar{b}_k)$.

Шаг 3. Находим номер k_o вершины контура γ , которая соответствует вершине A_1 контура Γ :

$$k_o = \arg \max \{\mu_o, \mu_1, \dots, \mu_{n-1}\}.$$

Следующие шаги алгоритма относятся непосредственно к процедуре совмещения контуров Γ и γ .

Шаг 4. Находим косинусы углов между одноименными векторами \bar{a}_i и \bar{b}_i в составе контуров Γ и γ_{k_o} :

$$\cos \alpha_i = \frac{(\bar{a}_i, \bar{b}_i)}{|\bar{a}_i| \cdot |\bar{b}_i|}, i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

В составе формулы (9) (\bar{a}_i, \bar{b}_i) – обычное скалярное произведение векторов \bar{a}_i и \bar{b}_i , $|\bar{a}_i|, |\bar{b}_i|$ – длины этих векторов.

Здесь же находим среднее значение косинусов (оценку математического ожидания) и среднеквадратическую ошибку:

$$\widehat{m}_{\cos} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i,$$

$$\widehat{\sigma}_{\cos} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\cos \alpha_i - \widehat{m}_{\cos})^2 \right)^{1/2}.$$

Шаг 5. Выделяем векторы $\bar{b}_{i_1}, \bar{b}_{i_2}, \dots, \bar{b}_{i_r}$, $r \leq n$, косинусы углов между которыми и соответствующими векторами \bar{a} контура Γ принадлежат интервалу $(\widehat{m}_{\cos} - \alpha \widehat{\sigma}_{\cos}, \widehat{m}_{\cos} + \alpha \widehat{\sigma}_{\cos})$, $\alpha \in (1; 3)$ – настраиваемый параметр алгоритма, который подбирается эмпирически.

Шаг 6. Из множества векторов $\{\bar{b}_{i_1}, \bar{b}_{i_2}, \dots, \bar{b}_{i_r}\}$ (ребер многоугольника) выделяем ребро максимальной длины

$$i_o = \arg \max \{|\bar{b}_{i_1}|, |\bar{b}_{i_2}|, \dots, |\bar{b}_{i_r}|\}.$$

Шаг 7: а) присваиваем вершине B'_{i_o} совмещаемого контура координаты вершины A_{i_o} контура Γ . Вершины совмещаемого контура обозначаются той же буквой B , что и на контуре γ , но со штрихом, т.е. B' ;

б) находим комплексное число $z = \frac{a_{i_o} \cdot \bar{b}_{i_o}}{x_{i_o}^2 + y_{i_o}^2}$,

где $a_{i_o} = x_{i_o} + i y_{i_o}$, $b_{i_o} = x'_{i_o} + i y'_{i_o}$, а \bar{b}_{i_o} , сопряженное к b_{i_o} , – комплексное число;

в) итеративно вычисляем координаты точек $B'_{i_o+1}, B'_{i_o+2}, B'_{i_o+3}, \dots, B'_{i_o+n}$ совмещаемого контура

$$\begin{aligned} B'_{i_o+1} &= B'_{i_o} + z b_{i_o}, \\ B'_{i_o+2} &= B'_{i_o+1} + z b_{i_o+1}, \\ B'_{i_o+3} &= B'_{i_o+2} + z b_{i_o+2}, \\ &\dots \\ B'_{i_o+n} &= B'_{i_o+n-1} + z b_{i_o+n-1}. \end{aligned}$$

Результаты апробации алгоритмов

1. Задача отбора контуров

На рисунке 1 приведены шесть контуров. Контур Γ_o (рисунок 1, а) эталонный, а остальные пять контуров (рисунки 1, б – е) образуют группу контуров $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_5$, сравниваемых с контуром Γ_o .

Для этого в соответствии с алгоритмом отбора контуров вычислялись значения автокорреляционных функций $\tau_m, m = \overline{0, 5}$ [формула (5)], отвечающих контурам $\Gamma_k, k = \overline{0, 5}$. Значения автокорреляционных функций приведены в табли-

це. В последнем столбце таблицы даны значения показателя Δ_m , $m = \overline{1,5}$ [формула (6)] - мера близости контуров $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_5$ соответственно к эталонному контуру Γ_0 .

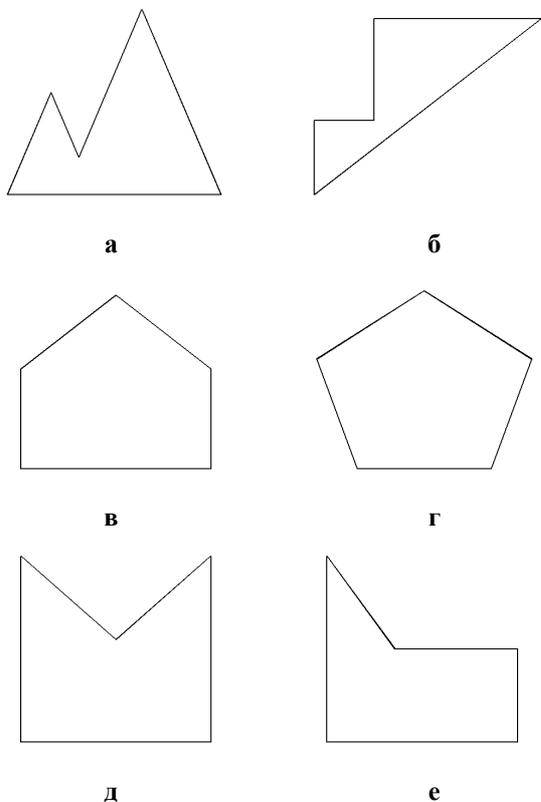


Рисунок 1 – Множество контуров:

а – эталонный контур Γ_0 ; б - е – контуры $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ и Γ_5 соответственно

При значениях порога отсеивания контуров $\varepsilon = 0,2$ в списке «близких» к контуру Γ_0 остаются два контура – Γ_1 и Γ_4 . Если же уменьшить значения ε до 0,05, то останется только один контур – Γ_1 . Забегая вперед, отметим, что он получен из контура Γ_0 поворотом последнего на угол 45° против хода часовой стрелки.

Значения автокорреляционных функций

$\tau_m \setminus m$	0	1	2	3	4	Δ_m
Γ_0	1,0000	0,6129	0,3917	0,3917	0,6129	–
Γ_1	1,0000	0,6174	0,3908	0,3908	0,6174	0,0107
Γ_2	1,0000	0,6382	0,7977	0,7977	0,6382	0,8626
Γ_3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,9908
Γ_4	1,0000	0,6777	0,3863	0,3863	0,6777	0,1404
Γ_5	1,0000	0,5753	0,4990	0,4990	0,5753	0,2897

Контур, приведенный на рисунке 1, достаточно простые, каждый из шести контуров имеет

лишь 5 вершин и соответственно 5 ребер. На рисунке 2, а приведен более сложный контур многоугольника, имеющего 14 вершин и 14 ребер. Его автокорреляционная функция приведена на рисунке 2, б. На рисунке отчетливо видна симметричность графика автокорреляционной функции этого контура относительно точки $k = 7$:

$$\tau_1 = \tau_{13}, \tau_2 = \tau_{12}, \dots, \tau_6 = \tau_8.$$

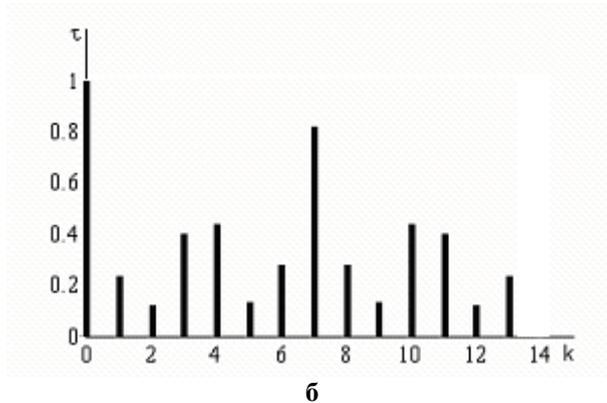
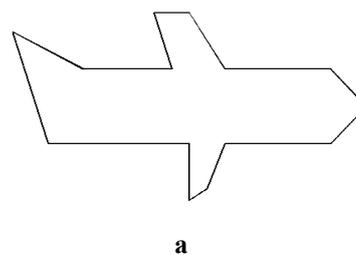


Рисунок 2 – Анализ контура «самолет»: а – контур «самолет»; б – автокорреляционная функция контура

2. Совмещение контуров

Совмещение контуров имеет смысл только для таких двух контуров, которые, во-первых, имеют одинаковое число вершин и, во-вторых, относительно которых на первом этапе сравнения контуров был получен положительный ответ на вопрос о «близости» этих контуров. Сравнимый контур, как отмечалось выше, может быть сжат или растянут в несколько раз, а также повернут на некоторый угол относительно эталонного контура. Алгоритм совмещения позволяет достаточно хорошо совмещать такие контуры. Авторами статьи был проведен достаточно большой объем совмещений близких контуров, один из которых подвергался изменениям масштаба и повороту относительно произвольной точки на произвольный угол. Во всех случаях были получены удовлетворительные результаты совмещения. Детерминированные и случайные искажения контуров специально не производились. Однако, если координаты вершин эталонного контура имеют целочисленные значения, то

координаты вершин контура, полученного из данного изменением масштаба и поворотом контура на некоторый угол, оказываются уже не целочисленными. Округление этих чисел до целых значений можно интерпретировать как случайные искажения. Именно из-за этого эффекта при совмещении контуров возникали относительно небольшие отклонения совмещаемого контура от эталонного.

На рисунке 3 приведены примеры совмещения двух пар контуров.

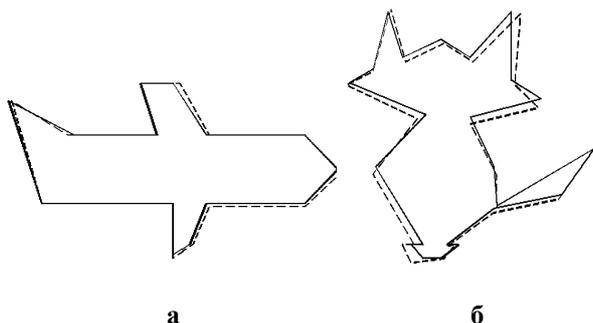


Рисунок 3 – Результат совмещения контуров:
а – для контуров «самолет»;
б – для контуров сложной фигуры

На каждом из этих рисунков изображены эталонный контур (сплошная линия) и совмещаемый с ним (пунктирная линия).

На рисунке 3, а совмещаемый контур восстановлен из контура, который, в свою очередь, был получен из эталонного уменьшением масштаба последнего в 2 раза и, кроме этого, поворотом контура на угол 45° .

Контур на рисунке 3, б восстановлен из контура, отличающегося от эталонного лишь поворотом на угол 90° .

Визуальный анализ рисунка 3 позволяет отметить, что ошибка совмещения контуров на рисунке 3, б больше, чем на рисунке 3, а. Связано это с тем, что контур «самолет» имеет 4 длинных ребра, одно из которых было выбрано в качестве начального для совмещения. Ребра фигуры, изображенной на рисунке 3, б, являются «короткими», и их значительно больше, чем на рисунке 3, а (23 и 14 соответственно). Кроме того, контур на рисунке 3, б имеет точку самопересечения. Тем не менее, совмещение контуров

этой сложной фигуры можно признать удовлетворительным.

Возможность применения ККА в рассмотренных случаях ограничена двумя допущениями:

а) граница исследуемой области является многоугольником либо аппроксимирована многоугольником;

б) количество вершин и соответственно ребер в сравниваемых или совмещаемых многоугольниках должно быть одинаковым.

Экспериментальные исследования предлагаемых алгоритмов проводились в среде MATLAB.

Заключение. В настоящей статье исследованы возможности ККА для отбора однотипных контуров, отличающихся, возможно, масштабом и поворотом одного контура относительно другого на некоторый угол, и для совмещения контуров различной сложности.

Контурный комплексный анализ показал высокий результат по критериям эффективности и простоты в задачах совмещения.

Полученные результаты говорят о перспективности продолжения исследований в области контурного анализа для его применения на заключительных этапах совмещения изображений в системах комбинированного видения.

Таким образом, естественным развитием работы представляется усовершенствование предлагаемых алгоритмов с целью повышения адекватности рассматриваемых моделей реальным контурам, выделяемым на аэрокосмических изображениях, и последующая интеграция этих алгоритмов в комплексную подсистему, выполняющую совмещение разномасштабных аэрокосмических и синтезированных изображений в составе системы комбинированного видения.

Библиографический список

1. Фурман А.Я., Кревецкий А.В., Передреев А.К., Рожнецов А.А., Хафазов Р.Г., Егошина И.Л., Лехин А.Н. Введение в контурный анализ. – М.: Физматлит, 2003. – 592 с.
2. Торгашов П. Контурный анализ в распознавании образов на С# [Электронный ресурс]: <http://www.codeproject.com/Articles/196168/Contour-Analysis-for-Image-Recognition-in-C>.
3. Гонзалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.

УДК 621.317.75:519.6

О.В. Иванцов**ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫЕ СПОСОБЫ ЦИКЛОВОГО ФАЗИРОВАНИЯ
В НЕПРЕРЫВНОМ ДИСКРЕТНОМ КАНАЛЕ**

Предложены способы помехоустойчивого циклового фазирования в непрерывном дискретном канале связи на базе метода выделения "зачетного отрезка" на рекуррентной последовательности. Определены нижние границы помехоустойчивости предложенных способов циклового фазирования и проведено их сравнение. Показана эффективность применения предложенных способов циклового фазирования в непрерывном дискретном канале с помехами

Ключевые слова: помехоустойчивость, дискретный канал, синхронизация, цикловое фазирование.

Введение. Цель работы – повышение помехоустойчивости процесса цикловой синхронизации способом "зачетного отрезка" (ЗОТ) в непрерывном дискретном канале с помехами.

В основе данного метода синхронизации лежит возможность предсказания линейной рекуррентной последовательности по известному текущему состоянию линейного рекуррентного регистра.

Увеличение скорости и достоверности передачи информации по каналам связи является основной задачей теории и техники связи. Последние десятилетия она приобрела особую актуальность в связи с быстрым развитием и широким применением цифровых систем передачи информации. В системах передачи данных потребовалось значительно увеличить скорость передачи информации, причем, как правило, в условиях действия помех при жестких ограничениях занимаемой сигналом полосы частот и высоких требованиях к их помехозащищенности [1].

Решение обеспечивается за счет комплексного использования методов модуляции, кодирования и методов обработки сигналов.

Работы К.Шеннона (1948 г.), в которых показано, что при скоростях, меньших пропускной способности канала связи, могут быть достигнуты сколь угодно малые вероятности ошибок, вызвали большой поток исследований систем кодирования – модуляции для передачи информации по каналам связи с шумами. Однако с прикладной точки зрения существенным ограничением всех цифровых систем передачи является не пропускная способность, а сложность систем формирования и обработки (модуляции, кодирования и демодуляции, декодирования) большого ансамбля сигналов. Поэтому усилия специалистов были направлены на построение легко ре-

ализуемых схем формирования и приема сложных сигналов [2].

Вопросы анализа помехоустойчивости и синтеза оптимальных и подоптимальных неберборных систем обработки большого ансамбля сложных сигналов, построенных на основе использования помехоустойчивых кодов, в условиях действия помех далеки от своего полного разрешения. Это, в частности обусловлено тем, что согласно теореме кодирования для каналов с шумами в принципе можно найти (методом проб и ошибок) код (а следовательно, и ансамбль сигналов), использование которого в системе передачи обеспечивает допустимый уровень вероятности ошибочных решений.

При реализации кодер–модулятор хранит множество из 2^{nR} сигналов, соответствующих кодовым словам (n –длина кода, R – относительная скорость кода), а приемник должен вычислять соответствующие апостериорные вероятности для каждого сигнала ансамбля. Но в этом случае сложность кодера–модулятора и приемника демодулятора–декодера увеличивается по экспоненциальному закону в зависимости от длины кодового блока, и если с ростом длины блока вероятность ошибки уменьшается по экспоненциальному закону, то с ростом сложности системы она уменьшается лишь по степенному закону [2].

Ограничение сложности определяют классы задач теорий информации, приема сигналов и кодирования, позволяющие успешно решить задачу формирования регулярных ансамблей сложных сигналов. В результате были построены классы достаточно мощных линейных и нелинейных корректирующих кодов с высокими скоростями передачи, малой вероятностью ошибочного приема (декодирования) и полиномиальными оценками сложности процедур кодиро-

вания–модуляции. Однако экспоненциальный характер роста сложности систем оптимальной и подоптимальной обработки таких ансамблей в ряде случаев сдерживает использование больших ансамблей сложных сигналов в системах передачи дискретных сообщений.

Существует ряд подходов к упрощению систем обработки больших ансамблей, нашедших свое отражение в трудах отечественных и зарубежных ученых.

Один из них – декодирование линейных кодов в дискретном канале связи – основан на использовании алгоритмов приема сложных сигналов, отличающихся от оптимальных, но позволяющих, тем не менее, обрабатывать мощные ансамбли, содержащие непереборно большое число сигналов.

В этом направлении были достигнуты значительные успехи, важнейшими из которых можно считать разработку алгебраических, пороговых (мажоритарных) методов декодирования, а также методов последовательного декодирования для сверточных кодов и декодирования обобщенных каскадных кодов.

Другой подход, называемый вероятностным, состоит в поиске более эффективных, чем исчерпывающий перебор, способов реализации систем обработки. Важным результатом, полученным при этом, является аналоговое декодирование, нашедшее свое развитие как метод обработки большого ансамбля сигналов.

Для аналогового декодирования (декодирования в полунепрерывном канале связи) были разработаны непереборные алгоритмы приема, важнейшие из которых:

- декодирование по минимуму обобщенного расстояния;
- аналоговое декодирование сверточных кодов;
- мажоритарные алгоритмы;
- итеративные алгоритмы, реализующие различные версии сокращенного перебора.

Вместе с тем для произвольного линейного кода применение известных декодирующих процедур как в полунепрерывном канале, так и в дискретном канале, приводит, как правило, к экспоненциальному росту вычислительной сложности систем обработки ансамблей сигналов.

В этой связи поиск универсальных непереборных процедур (декодирующих процедур) обработки – одна из основных задач помехоустойчивого кодирования и оптимального приема сигналов.

С позиции экстремальных задач процедура различения (декодирования) большого ансамбля

сигналов сводится к решению частично целочисленной задачи условной оптимизации.

Алгоритмы приема (декодирования) сигналов при этом интерпретируются как численные методы решения такой задачи. В свою очередь, синтез конструктивных методов приема с математической точки зрения эквивалентен разработке эффективных методов решения целочисленных задач условной оптимизации. Именно такой подход к различению ансамбля сигналов позволит с единой позиции дать их классификацию и наметить пути дальнейшей их оптимизации [2].

Одна из возможных обобщенных схем декодирующего устройства, в котором используется дополнительная информация, получаемая на основе анализа принимаемой последовательности ξ , представлена на рисунке 1.

Здесь последовательность ξ одновременно поступает на два устройства. В первом она обрабатывается так, как это делается при декодировании в дискретном канале связи, т.е. регенерируются кодовые символы, а во втором осуществляется, например сравнительный анализ относительных мер схожести случайных величин $\{\xi_i\}_{i=1}^n$. Результаты, полученные после выполнения последней операции, учитываются при декодировании и в значительной мере определяют решение о передаваемом сообщении.



Рисунок 1 – Метод декодирования в полунепрерывном дискретном канале связи

Интерпретация таких методов декодирования сводится к следующему. На основе входной последовательности ξ в декодирующем устройстве дискретного канала вырабатывается некоторое подмножество разрешенных кодовых слов, что в соответствии с методами декодирования в дискретном канале задает множество претендентов в наиболее вероятные разрешенные кодовые слова. Затем задается некоторое простое правило, которое учитывает дополнительные характеристики, полученные из анализа вектора ξ , и на основе которого из подмножества претендентов выбирается одно кодовое слово. На таком принципе основаны, например, метод Л.Ф. Бородина (прием по наиболее надежным символам), методы Чейза (декодирование по минимуму обобщенного расстояния). Кроме того, типичным примером таких методов являются методы декодирования в каналах со стиранием, характери-

Если же комбинация, выделенная регенератором кодовых символов, была случайным событием, то счетчик, насчитав M "1", обеспечивает сброс двух счетчиков до момента выделения сигнала на ключ 1 и процесс обнаружений похожей комбинации продолжается.

При переходе ЛРР в автономный режим работы совместно с дешифратором сигналов происходит обнаружение ожидаемой комбинации и выделяется сигнал времени, что является аналогией по выделению положительной оценки декодером о передаваемом сообщении в методе Бородина.

Отличительной особенностью от метода Бородина является то, что эти принципы реализованы на дискретном канале связи путем виртуального разделения этого канала на два уровня.

На рисунке 4 изображен порядок выделения зачетных отрезков на РкП.

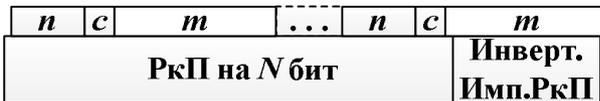


Рисунок 4 – Механизм выделения зачетных отрезков на РкП с исправлением ошибок

Существенное уменьшение безыскаженной части ЗОТ до величины $n+c$ повышает помехоустойчивость процесса цикловой системы синхронизации. Однако появляется опасность ложного выделения зачетного отрезка в конце РкП (рисунок 4). Чтобы исключить такую опасность при выработке РкП на передаче, необходимо за $(1,5 \div 2)d_0$ бит до ее окончания внести искусственные искажения, включив на выходе ЛРР инвертор. Такие меры помогут избежать ложного циклового фазирования приемника, если анализ зачетного отрезка будет производиться после окончания передачи РкП. Уменьшение неискаженной части рекуррентной последовательности N на $(1,5 \div 2)d_0$ бит за счет внесения искусственных искажений существенно не повлияет на снижение вероятности правильного циклового фазирования $P_{\text{пфц}}$.

Математическая модель процесса циклового фазирования по способу ЗОТ с исправлением ошибок

Основным показателем эффективности процесса синхронизации является вероятность правильной синхронизации $P_{\text{пфц}}$ за время, отведенное для передачи синхросылки при заданном качестве канала связи [3].

Полная группа событий процесса циклового фазирования определяется выражением

$$P_{\text{пфц}} + P_{\text{оф}} + P_{\text{лф}} = 1, \tag{1}$$

где $P_{\text{оф}}$ – событие, заключающееся в отсутствии циклового фазирования; $P_{\text{лф}}$ – событие, соответствующее ложному цикловому фазированию.

Если ложная синхронизация не более опасна, чем отсутствие циклового фазирования, то нижняя граница вероятности $P_{\text{пфц}}$ при передаче синхросылки, состоящей из N символов ЛРР будет определяться следующим выражением [3]

$$P_{\text{пфц}} \geq P_{\text{зот}} - P_{\text{лфп}}, \tag{2}$$

где $P_{\text{лфп}}$ – вероятность ложного циклового фазирования по помехе.

Вероятность выделения зачетного отрезка на рекуррентной последовательности определяется по формуле Козлова [4]:

$$P_{\text{зот}} = - \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i p^{i-1} \cdot q^{in_0} \left[q - pn_0 + \frac{p(N+1)}{i} \right] \times C_{N-in_0}^{i-1}, \tag{3}$$

где $[x]$ – наименьшее целое число, превосходящее x ; $n_0 = n+m$ – длина "зачетного отрезка"; n – длина ЛРР; m – величина счетчика совпадений на m "0"; p – вероятность ошибки в канале связи; q – противоположное событие по отношению к p , $q=1-p$.

Тогда вероятность выделения зачетного отрезка с исправлением ошибок на m -й его части вычисляется как сумма независимых событий и определяется выражением:

$$P_{\text{зот ош}} = \left[- \sum_{i=1}^{N+1-2d_0} (-1)^i p^{i-1} \cdot q^{i(n+c)} \left[q - p(n+c) + \frac{p(N+1-2d_0)}{i} \right] C_{N-i(n+c)}^{i-1} \right] \cdot P_m(x \leq d_0 - 1), \tag{4}$$

где n_0 – длина зачетного отрезка; n – длина ЛРР; m – величина счетчика совпадений на m "0"; c – величина счетчика на c "0"; d_0 – минимальное кодовое расстояние; $P_m(x \leq d_0 - 1)$ – вероятность выделения второй части зачетного отрезка величиной $m=2n$ с количеством исправленных искажений, не превышающим $d_0 - 1$.

По формуле Бернулли вероятность выделения второй части зачетного отрезка величиной $m=2n$ с количеством исправленных искажений, не превышающим $d_0 - 1$, можно определить выражением [3]:

$$P_m(x \leq d_0 - 1) = \sum_{j=0}^{d_0-1} C_m^j p^j (1-p)^{m-j}. \tag{5}$$

Тогда подставив выражение (5) в выражение (4), получим

$$P_{\text{зот ош}} = \left[- \sum_{i=1}^{n+c+1} (-1)^i p^{i-1} \cdot q^{i(n+c)} \left[q - p(n+c) + \frac{p(N+1-2d_0)}{i} \right] C_{N-i(n+c)}^{i-1} \right] \cdot \sum_{j=0}^{d_0-1} C_m^j p^j (1-p)^{m-j}. \quad (6)$$

Вероятность ложного фазирования на рекуррентной последовательности длиной N

$$P_{\text{лфп}} = N \cdot P_{\text{но}}. \quad (7)$$

Для любого линейного двоичного кода $(n_0; n)$, к которому относится код максимальной длины, вероятность необнаруженной ошибки $P_{\text{но}}$ может быть рассчитана по формуле [4]:

$$P_{\text{но}} = \sum_{\beta=1}^{n_0} W_{\beta} p^{\beta} (1-p)^{n-\beta}, \quad (8)$$

где $W_{\beta}, \beta=1, 2, \dots, n$, – число кодовых слов веса β (спектра кода).

Нижняя граница вероятности правильной передачи сигнала времени способом "зачетного отрезка" с исправлением ошибок на рекуррентной последовательности определяется выражением

$$P_{\text{пфц}} \geq P_{\text{зот ош}} - (N-2d_0) \cdot \sum_{\beta=1}^{n_0+c-(d_0-1)} W_{\beta} p^{\beta} (1-p)^{n-\beta}. \quad (9)$$

Тогда окончательное выражение по вычислению нижней границы вероятности правильного циклового фазирования определяется по формуле

$$P_{\text{пфц}} \geq \left[- \sum_{i=1}^{n+c+1} (-1)^i p^{i-1} \cdot q^{i(n+c)} \left[q - p(n+c) + \frac{p(N+1-2d_0)}{i} \right] C_{N-i(n+c)}^{i-1} \right] \cdot \sum_{j=0}^{d_0-1} C_m^j p^j (1-p)^{m-j} - (N-2d_0) \cdot \sum_{\beta=1}^{n_0+c-(d_0-1)} W_{\beta} p^{\beta} (1-p)^{n-\beta}. \quad (10)$$

Нижняя граница вероятности выделения сигнала времени способом зачетного отрезка с исправлением ошибок на рекуррентной последовательности по дискретному непрерывному каналу связи с помехами необходима для оценки помехоустойчивости процесса цикловой синхронизации предлагаемой системы [4].

С учётом принципа функционирования системы цикловой синхронизации по методу выделения зачетного отрезка самым не эффективным для процесса передачи сигнала времени (цикловой синхронизации) является канал связи с независимыми или слабо зависимыми ошибками [3], несмотря на то, что $N \gg n$ (рисунок 4). В пред-

лагаемом способе цикловой синхронизации основной недостаток, присущий методу ЗОТ, выражен в меньшей степени.

Вторым способом циклового фазирования шифраторов, обеспечивающим эффективную борьбу с независимыми или слабо зависимыми ошибками большой плотности, является способ циклового фазирования шифраторов на базе метода ЗОТ с исправлением ошибок и изменяемой полосой анализа на РкП длиной N .

Способ циклового фазирования на базе метода ЗОТ с исправлением ошибок и изменяемой полосой анализа на РкП

Примером по реализации схемы на рисунке 2 в системе цикловой синхронизации может служить структурная схема приема (см. рисунок 5). Отличие ее от структурной схемы на рисунке 4 заключается в наличии дополнительного счетчика на Z команд, выход которого подключен к устройству сброса счетчиков. В случае если счетчик на M "1" насчитает ошибок на анализируемом отрезке ЗОТ больше допустимой величины, то выходной сигнал с этого счетчика обеспечивает самосброс счета, сброс значения счетчика на m "0" и новый запуск счета, тем самым, расширяя полосу анализа на РкП, увеличивает значение количества таких циклов на один в счетчике Z .

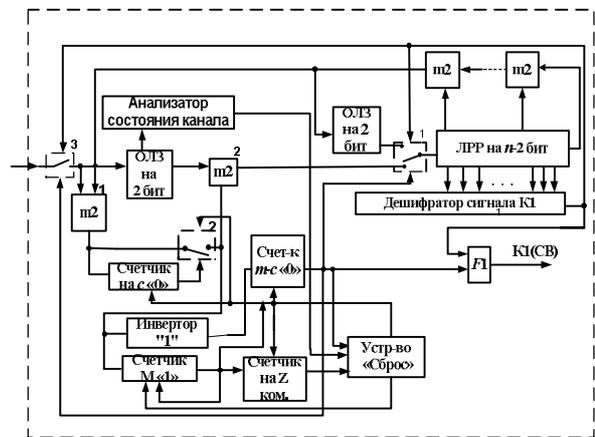


Рисунок 5 – Структурная схема приема синхросылки по методу ЗОТ с исправлением ошибок и изменяемой полосой анализа

Если и в этом случае счетчик на M "1" выдаст сигнал раньше, чем счетчик насчитает m "0", то значения этого счетчика вновь обнулятся, а счетчик на Z команд увеличивает свое значение.

Если счетчик на Z команд сброса достигнет своего порога, то на выходе счетчика формируется сигнал, поступающий на устройство сброса, и поиск зачетного отрезка на РкП начинается вновь.

<i>n</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	...	<i>n</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>
РкП на <i>N</i> бит										Инверт. Имп.РкП

Рисунок 6 – Механизм выделения зачетных отрезков на РкП с исправлением ошибок и динамически изменяемой полосой анализа

Динамически изменяемая полоса анализа ЗОТ на РкП позволяет обеспечивать большую помехоустойчивость в случае группирования ошибок большой плотности в конце первоначального *m*-го участка, выделяемого зачетного отрезка, и исключает необходимость частого поиска безыскаженной части усеченного ЗОТ величиной *n+c*, за время приема РкП длиной *N*.

Математическая модель процесса циклового фазирования по способу ЗОТ с исправлением ошибок и динамически изменяемой полосой анализа

По теореме сложения вероятностей совместных событий вероятность выделения хотя бы одной *m*-й части зачетного отрезка с исправлением ошибок из *z* попыток определяется выражением:

$$P_m^z(x \leq d_0 - 1) = 1 - \left(\sum_{j=0}^{d_0-1} C_m^j p^j (1-p)^{m-j} \right)^z. \quad (11)$$

Тогда выражение по вычислению нижней границы вероятности правильного циклового фазирования определяется по формуле

$$P_{\text{пфц}} \geq \left[- \sum_{i=1}^{\frac{N+1-2d_0}{n+c+1}} (-1)^i p^{i-1} \cdot q^{i(n+c)} \left[q - p(n+c) + \frac{p(N+1-2d_0)}{i} C_{N-i(n+c)}^{i-1} \right] \cdot \left[1 - \left(\sum_{j=0}^{d_0-1} C_m^j p^j (1-p)^{m-j} \right)^z \right] - (N-2d_0) \cdot \sum_{\beta=1}^{n_0+c-(d_0-1)} W_{\beta} p^{\beta} (1-p)^{n-\beta} \right]. \quad (12)$$

Выигрыш в помехоустойчивости процесса циклового фазирования шифраторов тем выше, чем больше значение *z*. Однако значение *z* выбирается исходя из длины отрезка РкП *N*. Величина *N* имеет нормированное значение, которое определяется временем, отведенным для передачи синхросылки.

На рисунке 7 в качестве примера приведены три характеристики нижних границ помехоустойчивости систем цикловой синхронизации рекуррентной последовательностью, которая вырабатывается ЛРР по закону x^7+x^3+1 .

Линией 1 на рисунке отмечена система, анализатор которой на приеме функционирует по методу "зачетного отрезка", пунктирной линией 2 – по методу "зачетного отрезка" с исправлением ошибок, сплошной линией 3 – по методу "зачетного отрезка" с исправлением ошибок и динамическим изменением полосы анализа (*z=3*).

Основное требование к системе цикловой синхронизации заключается в том, чтобы значение $P_{\text{пф.ц}} \geq 0,9$.

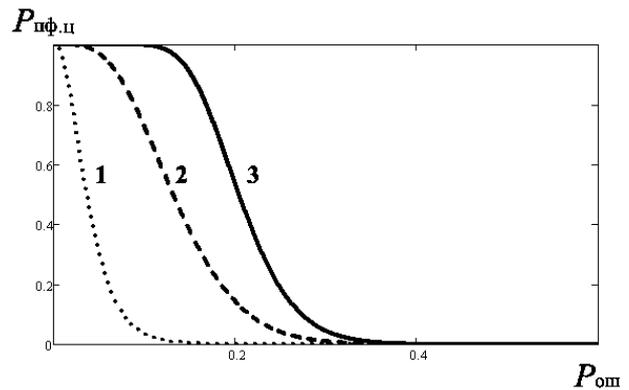


Рисунок 7 – Характеристики нижних границ помехоустойчивости систем цикловой синхронизации: 1 – по методу ЗОТ; 2 – по методу ЗОТ с исправлением ошибок; 3 – по методу ЗОТ с исправлением ошибок и динамическим изменением полосы анализа (*z = 3*)

С учетом этого требования, как видно из графиков, представленных на рисунке 7, помехоустойчивость процесса цикловой синхронизации разработанных способов передачи сигнала времени по каналу связи выше по сравнению с классическим способом цикловой синхронизации по методу ЗОТ.

Отличительной особенностью предложенных способов цикловой синхронизации является возможность использования избыточности синхросылки для обнаружения и исправления ошибок на "зачетном отрезке" за счет совместного применения метода Бородина по декодированию линейных кодов и метода ЗОТ по декодированию рекуррентных кодов. В случае отсутствия искажений в канале предложенные способы функционируют по алгоритму метода ЗОТ.

Таким образом, разработанные способы эффективны для передачи сигнала времени по дискретному симметричному каналу связи с независимыми, слабо зависимыми ошибками или с преднамеренной заградительной помехой, хотя и имеют предел помехоустойчивости.

Дальнейшее повышение помехоустойчивости способов передачи сигнала времени по каналу связано с возможностью:

– внесения избыточности в синхропосылку в результате комбинированного применения свойств ЛРР;

– отказа от передачи по каналу первых n бит РкП и регенерации ее на приеме, так как начальное заполнение ЛРР, используемого в системе цикловой синхронизации, должно оставаться постоянным при каждом перезапуске и известным на приеме;

– применения в методе ЗОТ с исправлением ошибок сцепленных скользящих окон.

Заключение. В статье предложены способы помехоустойчивого циклового фазирования в дискретном непрерывном канале. По сравнению со способом синхронизации методом ЗОТ, использование которого обеспечивает в системах цикловой синхронизации при заданном значении $P_{\text{пфц}} \geq 0,9$ устойчивое функционирование при $p_{\text{ош}} < 0,02 \div 0,05$. Помехоустойчивость разработанных способов в приведенном выше примере: ЗОТ с исправлением ошибок и ЗОТ с исправлением

ошибок и динамическим изменением полосы анализа составляет $p_{\text{ош}} < 0,1$ и $p_{\text{ош}} < 0,2$ соответственно, что на порядок выше по сравнению с существующим способом. Поэтому целесообразно применять предложенные способы в системах циклового фазирования на каналах связи с помехами.

Библиографический список

1. Кловский Д.Д. Цифровая связь / Д. Д. Кловский. – М. : Радио и связь, 2000. – 279 с.

2. Туркин А.И. Рекуррентный прием сложных сигналов (на основе метода погружения и решения непрерывных экстремальных задач). – М.: Радио и связь, 1988. – 248 с.

3. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающемся канале связи. – Ульяновск: Ул ГТУ, 2010. – 379 с.

4. Борисенко Н.П., Гусаров А.В., Милашенко В.И. Криптографические методы защиты информации: учеб. пособие /под общ. ред. Н.П. Борисенко. – Орел: Академия ФСО России, 2007. – 130 с.