

**РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ**

УДК 621.373.826

**Е.Г. Чуляева, П.Г. Воробьев****ЧАСТОТНО-СТАБИЛИЗИРОВАННЫЕ ЛАЗЕРЫ  
ДЛЯ ТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

*Показана роль частотно-стабилизированных лазеров в лазерных измерительных системах. Разработана и исследована упрощенная модель системы стабилизации частотно-стабилизированных лазеров, стабилизирующая частоту излучения методом выравнивания интенсивностей ортогонально поляризованных мод излучения посредством терморегулирования длины оптического резонатора.*

**Ключевые слова:** эталон метра, He-Ne лазер, АПЧ, ЛГН-212-1М.

**Введение.** Микроэлектроника - одна из самых динамично развивающихся наукоемких отраслей промышленности. Ведущие мировые державы считают электронику важнейшим рычагом удержания мирового политического, технического, военного и финансового господства. Новые страны, вышедшие на мировую арену электроники (Республика Корея, Китай, Индия, страны ЮВА), активно развивают собственную электронную промышленность, рассматривая ее как наиболее эффективный способ подъема всей промышленности и вхождения в мировой рынок. Особое внимание уделяется разработке субмикронных технологий производства СБИС (сверхбольших интегральных микросхем). Как показано в работах [1, 2], в рамках Союзного государства Россия – Белоруссия созданы программы по разработке современного специального технологического оборудования для СБИС уровня 0.5 - 0.13 мкм. Научно-технические разработки и производство специального технологического оборудования для производства изделий микро-, нано- и радиоэлектроники обеспечиваются УП «КБТЭМ-ОМО» [3]. На сегодняшний день УП «КБТЭМ-ОМО» является единственным на постсоветском пространстве предприятием электронного машиностроения, осуществляющим разработку и выпуск специального технологического оборудования для производства изделий микро- и наноэлектроники, а также изделий радиоэлектроники V-VI технологических укладов.

В обеспечении этих разработок уже не одно

десятилетие выпускаются лазеры, в том числе частотно-стабилизированные [4]. В соответствии с потребностями времени в нашей стране и за рубежом осуществляется доработка лазеров с целью повышения разностной частоты и мощности лазерного излучения, а также осуществляется метрологическое обеспечение выпускаемых лазеров.

В свою очередь, новый класс одночастотных стабилизированных лазеров позволил расширить пределы точных измерений длины до 50-60 м и выше и сделать эти измерения доступными для промышленности [5]

*Целью настоящей работы* было проведение исследования частотно-стабилизированных лазеров нового поколения, а именно одночастотного лазера и двухчастотного лазера, стабилизированных по равенству ортогонально поляризованных мод лазерного излучения для повышения потребительских характеристик выпускаемых приборов и снижения времени их изготовления.

**Теоретическая часть.** Лазерное излучение является весьма точным приближением к монохроматической волне. Ее пространственный период может служить удобной мерой для контроля размеров материальных тел. Поэтому в 1983 году было принято новое определение метра [6], по которому основой первичного эталона единицы длины стала длина волны стабилизированного лазера на молекулярных переходах йода, а с 1992 года – длина волны гелий-неонового лазера, стабилизированного по насыщенному поглощению в метане. Затем этот

ГОСТ был заменен Международными рекомендациями [7]. Ниже приведена ветвь поверочной схемы лазеров - средств измерений, входящих в состав лазерных интерферометров и являющихся мерой длины волны.

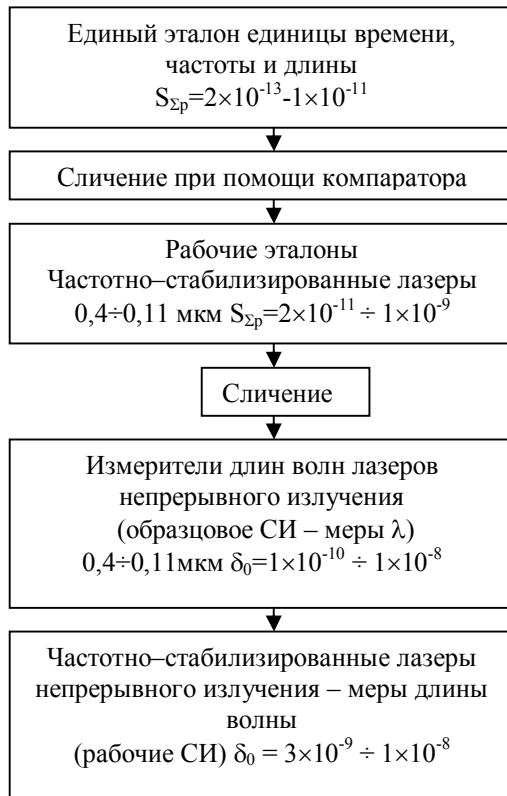


Рисунок 1 - Ветвь поверочной схемы

В соответствии с поверочной схемой в качестве первичного рабочего эталона единиц времени частоты и длины выбран лазер, стабилизированный по насыщенному поглощению в метане. Погрешность воспроизведения длины волны такого лазера  $-1 \times 10^{-11}$ , нестабильность оптической частоты  $-1 \times 10^{-13}$ . Вторичным эталоном является лазер, стабилизированный по насыщенному поглощению в йоде, имеющий метрологические характеристики на порядок ниже. Образцовым средством измерения длины волны лазерного излучения является так называемый измеритель длин волн, измеряющий длину волны интерферометрическим методом по стабилизированному гелий-неоновому лазеру. Рабочими же средствами измерения длины, устанавливаемыми в измерительные системы, являются частотно-стабилизированные лазеры, характеристики которых конкретизируются их назначением. Такими характеристиками являются номинальное значение длины волны лазерного излучения и погрешность ее воспроизведения, т.е. воспроизводимость. В условиях промышленного производства эти параметры гарантируются только непосредственным сравнением

излучения лазера с излучением образцового йодного лазера, который, в свою очередь, проходит сличение с другими аналогичными лазерами, разработанными в Европе и США. Таким образом, роль, отводимая частотно-стабилизированным лазерам как средствам измерения длины волны лазерного излучения – мера длины. Переход же на единый стандарт позволяет обеспечить более высокий уровень измерений и измерительных средств. Таким образом, лазеры представляют собой рабочие средства измерения – меру длины.

Ранее в работах [5, 8] сообщалось о модернизации частотно-стабилизированных лазеров и методах получения в двухчастотных стабилизированных лазерах повышенной разностной частоты, однако работа аналоговой системы автоматической подстройки частоты (АПЧ), одинаковой для одночастотного и двухчастотного лазеров, не описывалась. Модернизация систем АПЧ коснулась замены элементной базы на современную, что упростило схему и облегчило ее настройку. Кроме того, серия доработок активных элементов в части улучшения их поляризационно-частотных свойств, позволила значительно увеличить спрос на активные элементы и расширить их рынок сбыта [9, 10].

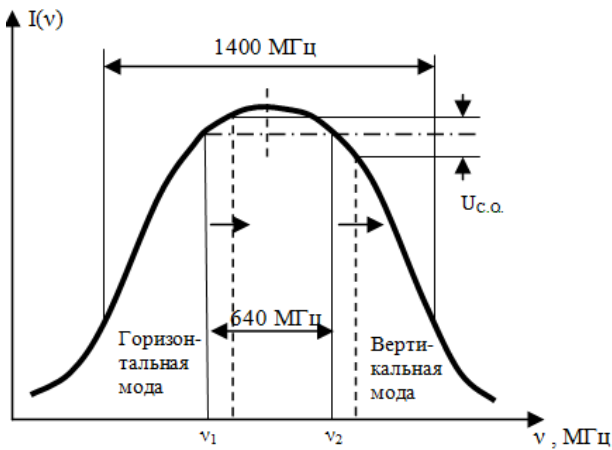
На основе этих исследований был разработан лазер ЛГН-212-1М [4, 5] и модернизирован ЛГН-303.

**Система стабилизации частоты для частотно-стабилизированных лазеров промышленного назначения.** Метод стабилизации путем сравнения интенсивностей идеален для контроля долговременной стабильности частоты, поскольку флуктуации выходной мощности, вызванные старением, электрическими нестабильностями, несоосностью и другими факторами, не оказывают влияние на форму контура усиления и, таким образом, не влияют на соотношение мощностей двух мод.

Частотно-стабилизированный двухмодовый лазер с внутренними зеркалами и длиной резонатора, достаточной для возникновения двух аксиальных мод, не имеет на практике симметричного контура зависимости мощности излучения от частоты, показанного на рисунке 2 [3].

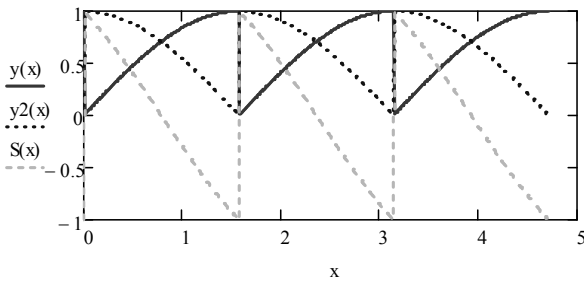
Чаще этот контур для каждой из поляризаций имеет разрыв в центре. Однако для стабилизации необходимы активные элементы, в которых для каждой из обеих мод эта зависимость одинакова, поэтому при изменении длины резонатора, положения мод относительно суммарного контура чередуются: слева от центра контура возникает то  $\sigma$  (горизонтальная), то  $\pi$  (вертикальная) поляризация (см. рисунок 2). Все виды

изменения поляризации показаны в работе [9].



**Рисунок 2 - Зависимость интенсивности лазерного излучения от частоты (длины резонатора, температуры) в двухчастотном лазере, иллюстрирующая формирование сигнала ошибки (v1 и v2 вертикальная и горизонтальная поляризации). Разность этих интенсивностей – сигнал ошибки**

Зависимость каждой из ортогонально поляризованных составляющих лазерного излучения и разностной интенсивности от частоты лазера в двухмодовом режиме, полученная моделированием в программе MathCad, приведена на рисунке 3.



**Рисунок 3 - Зависимости интенсивностей аксиальных мод с  $\sigma$  ( $y(x)$ ) и  $\pi$  ( $y_2(x)$ ) поляризациями, и их разности (дискриминационная кривая) ( $S(x)$ ) от частоты лазерного излучения**

В системе стабилизации частоты в качестве сигнала ошибки (кривая  $S(x)$  рисунок 3) используется разность интенсивностей  $\sigma$ - $\pi$ . Сигнал ошибки равен нулю при равенстве интенсивностей и максимален при положении одной из мод в центре контура.

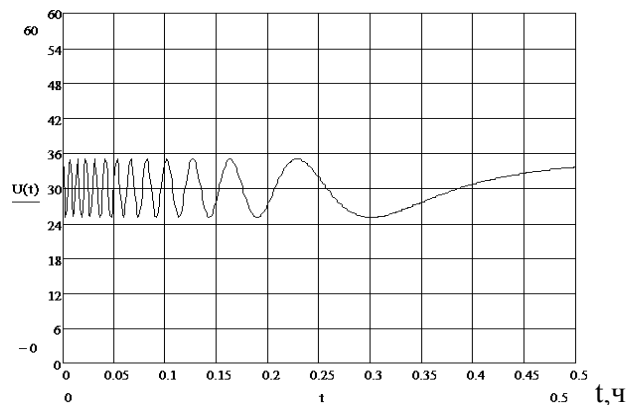
Так как лазер работает в двухчастотном режиме, то фотоприёмники регистрируют сигналы, каждый из которых соответствует одной из двух поляризованных составляющих лазерного излучения, а разностный сигнал является сигналом ошибки, который по форме приближен к синусоидальному и может быть аппроксими-

рован формулой:

$$U(t) = R \cdot K_{\phi} \cdot (A \sin(2t - F(T, t)), \quad (1)$$

где  $R$  – нагрузочное сопротивление;  
 $K_{\phi}$  – коэффициент преобразования интенсивности в фотоприемнике;  
 $F(T, t)$  - функция, описывающая характер изменения температуры активного элемента от времени.

$$U(t) = (5 \sin(2t - 80e^{-12t})) + 30.$$



**Рисунок 4 - Зависимость сигнала с фотоприемника измерителя мощности лазерного излучения от времени при самопрогреве активного элемента**

Таким образом, изменение мощности во времени представляет собой периодическую функцию с увеличивающимся периодом. Задачей системы АПЧ является удержать частоту лазерного излучения в одном контуре усиления оптического резонатора с заданной точностью. Увеличение периода (см. рисунок 4) является следствием того, что в первый момент после возникновения разряда внутри разрядного капилляра активного элемента (а.э.) лазера (см. рисунок 7) возникает достаточно большая разность температур (около 60 °С) между внешней оболочкой а.э. и разрядным капилляром. Это приводит к интенсивному теплообмену между капилляром и оболочкой а.э., что в свою очередь вызывает быстрое увеличение его длины, что приводит к перемещению интенсивностей мод по контуру излучения. В процессе прогрева разность температур между разрядным капилляром и оболочкой а.э. стремится к нулю, что приводит к уменьшению скорости изменения длины активного элемента и, следовательно, скорости перемещения интенсивностей по контуру. В приближении к состоянию термодинамического равновесия активного элемента с окружающей средой мощность, отводимая на нагрев активного элемента, приблизится к пост-

оанному значению, скорость ее нарастания - к нулю, а нестабильность мощности излучения а.э., определяемая нестабильностью длины оптического резонатора, будет близка к минимальному значению. Однако для обеспечения необходимой стабильности оптической частоты недостаточно пассивного прогрева и установления термодинамического равновесия. В пределах нескольких микрон длина резонатора может изменяться под действием флуктуаций окружающей температуры, что требует дополнительных средств активной стабилизации для противодействия данным флуктуациям.

Включение системы активной стабилизации осуществляется после предварительного прогрева излучателя лазера. Эту задачу выполняет блок управления режимами работы лазера.

Определим сдвиг оптической частоты в зависимости от разбалансов фотоприемников ( $K_{\phi 1}, K_{\phi 2}$ ), сопротивлений ( $R_1, R_3$  см. рисунок 5) и глубины модуляции тока разряда ( $\Delta I$ ),  $I_s$  – спонтанная засветка. Пусть с выхода фотоприемника на дифференциальный усилитель поступают сигналы  $U_1, U_2$ , учитывая модуляцию интенсивности лазерного излучения током разряда, получаем:

$$U_1 = \left[ (I_0 + \Delta I) e^{-\left(\frac{\Delta v \pm \delta}{a}\right)^2} + I_s \right] \cdot R_1 K_{\phi 1} \quad (2)$$

$$U_2 = \left[ (I_0 + \Delta I) e^{-\left(\frac{\Delta v \pm \delta}{a}\right)^2} + I_s \right] \cdot R_2 K_{\phi 2} \quad (3)$$

где  $\Delta v = 640 \text{ МГц}$  - межмодовое расстояние;  $a = 0.6$  от ширины (1500 МГц) доплеровского контура усиления.

Исходя из условия  $U_1 - U_2 = 0$  и обозначив  $\Delta I / I_0 \cos wt = y$ , получим следующее уравнение:

$$\pm \delta = \frac{y K_{\phi 1} R_1 (\Delta v^2 - a^2) + (R_2 K_{\phi 2} - R_1 K_{\phi 1})}{2 \Delta v K_{\phi 1} R_1 y + 2 \Delta v (K_{\phi 1} R_1 + R_2 K_{\phi 2})} \times \left[ a^2 \left( 1 + \frac{I_s}{I_0} \right) - \Delta v^2 \right] \quad (4)$$

которое является дробно-линейной функцией

$$\text{вида } \delta = \frac{Ay + B}{Cy + D},$$

где  $w$  - частота модуляции интенсивности лазерного излучения током разряда;  
 $y$  - глубина модуляции;

$$A = K_{\phi 1} R_1 (\Delta v^2 - a^2);$$

$$B = (R_2 K_{\phi 2} - R_1 K_{\phi 1}) \cdot \left[ a^2 \left( 1 + \frac{I_s}{I_0} \right) - \Delta v^2 \right];$$

$$C = 2 \Delta v K_{\phi 1} R_1; \quad D = 2 \Delta v (K_{\phi 1} R_1 + K_{\phi 2} R_2).$$

Рассчитав сдвиг оптической частоты в зависимости от глубины модуляции интенсивности лазерного излучения током разряда при следующих исходных данных:  $K_{\phi 1} = 1,1$   $K_{\phi 2} = 1,0$ , глубина модуляции тока разряда  $0,01\%$ , относительная засветка (спонтанное излучение)  $20\%$ , разбаланс сопротивлений  $R_1$  и  $R_3$  отсутствует – получим значение  $\pm 4$  МГц, определяемое начальным разбалансом, т.е. сдвиг оптической частоты, вызванный модуляцией тока разряда, не превышает сдвига частоты, определяемого разбалансом, вызванным спонтанным излучением, неравным разделением поляризаций поляризационным делителем, реальными возможностями дифференциального усилителя и др.

Следует учесть, что если фазы сигналов  $U_1$  и  $U_2$  равны, то сдвиг оптической частоты не будет. Если фазы сигналов паразитной модуляции различны (что определяется реальными возможностями дифференциального усилителя), то возникнут модуляция интенсивности оптической и разностной частот и сдвиг оптической частоты.

Сдвиг оптической частоты  $\pm 4$  МГц получен при наихудших условиях, когда складываются паразитные модуляции в обеих составляющих поляризованного излучения, и соответствует нестабильности частоты  $10^{-8}$ .

Таким образом, принцип стабилизации оптической частоты по равенству интенсивностей мод с ортогональными поляризациями обеспечивает необходимую стабильность оптической частоты, однако важную роль в приборе играют элементы схемы, которые имеют разбросы по параметрам, и в процессе настройки подбор элементов увеличивает время поставки годных приборов потребителю.

На рисунке 5 показана упрощенная модель системы автоматической стабилизации частоты лазерного излучения. В качестве фотоприемников в модели используются параметрические источники тока, в которые могут быть записаны любые экспериментальные данные, что дает возможность достаточно точно спрогнозировать работу реальной системы с теми или иными настройками элементов схемы. Основой схемы

АПЧ является автоматический регулятор, собранный на двух операционных усилителях U1 и

U3. За управление режимами работы схемы отвечает компаратор U2.

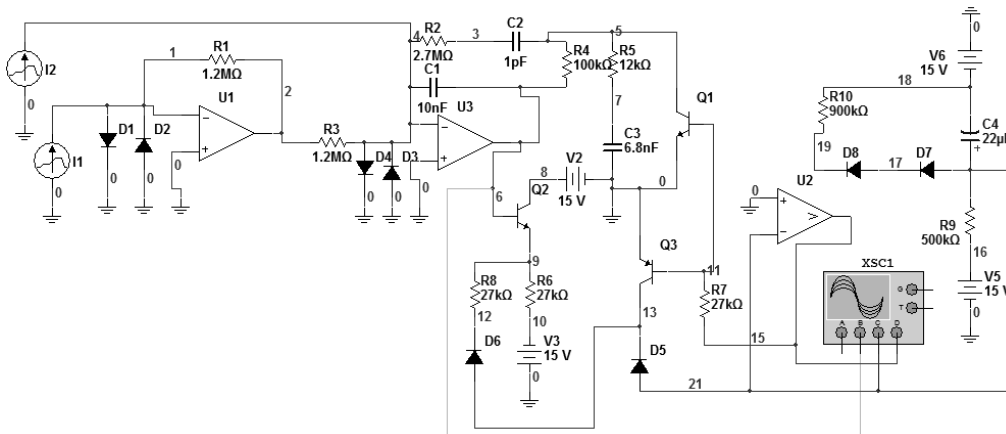


Рисунок 5 – Упрощенная модель системы АПЧ частотно-стабилизированных по равенству ортогонально поляризованных мод лазеров

Система АПЧ работает в двух режимах: режиме прогрева и режиме стабилизации, поэтому необходимо рассмотреть эти режимы отдельно.

Режим прогрева является неотъемлемой частью работы любого He-Ne лазера. Этот режим занимает достаточно продолжительный отрезок времени и на практике он составляет от 5 до 15 минут. После начального прогрева система АПЧ переходит в режим стабилизации.

Результат моделирования представлен на рисунке 6, где изображены эпюры основных сигналов системы АПЧ, а именно 1 – выходной сигнал пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора, 2 – напряжение на инвертирующем входе компаратора U2, 3 – напряжение на выходе компаратора U2.

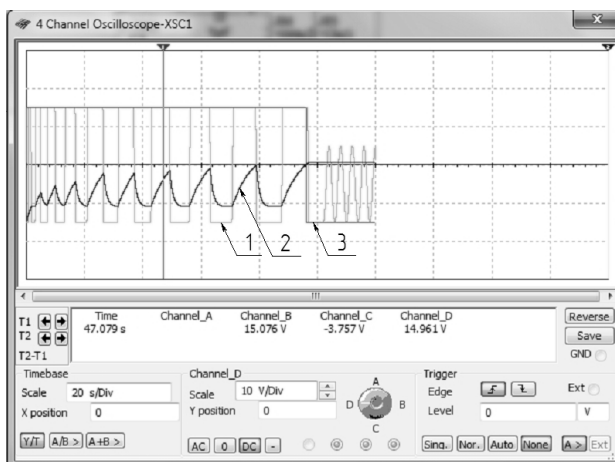


Рисунок 6 - Результат моделирования работы схемы АПЧ в ППП NI Multisim 11.0

После включения лазера система АПЧ работает в режиме прогрева, напряжение на выходе компаратора U2 равно +15В, т.к. его неинвертирующий вход заземлен, а на инвертирующий вход подается напряжение -15В с обкладок

конденсатора C4. Сигнал с выхода компаратора U2 через резистор R7 поступает на транзисторы Q3 и Q1. При этом транзистор Q3 закрывается, а транзистор Q1 открывается, шунтируя дифференцирующую цепочку R5, C3 ПИД-регулятора, тем самым, превращая его на момент прогрева лазера в ПИ-регулятор (пропорционально-интегральный регулятор), который работает в режиме интегрального насыщения. Таким образом, в процессе прогрева лазера на выходе ПИ-регулятора присутствует сигнал прямоугольной формы с амплитудой  $\pm 15\text{В}$  и постепенно увеличивающимся периодом сигнала. При положительном полупериоде данного сигнала закрываются диоды D5 и D6. Начинает заряжаться конденсатор C4, а потенциал на его положительной обкладке стремится к 0 В. Скорость заряда конденсатора определяется величиной резистора R9, чем он меньше, тем быстрее происходит заряд конденсатора, и тем быстрее потенциал положительной обкладки стремится к нулю.

При отрицательном полупериоде сигнала открываются диоды D5 и D6, через них начинает протекать ток, при этом конденсатор C4 разряжается, а потенциал на его положительной обкладке становится равным -15В. Описанный процесс заряда-разряда конденсатора повторяется до тех пор, пока время его заряда не совпадет со временем положительного полупериода выходного сигнала ПИ-регулятора.

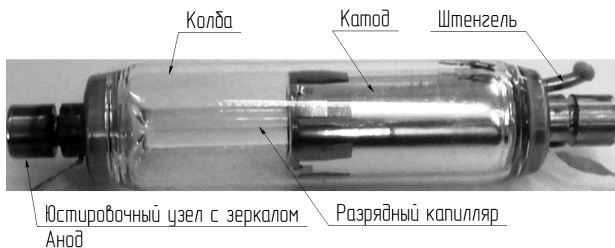
Когда на инвертирующем входе компаратора U2 потенциал станет больше нуля, т.е. когда конденсатор C4 успеет полностью зарядиться, то произойдет переключение сигнала на выходе компаратора с логической единицы в логический нуль с уровнем напряжения -15В. При этом транзистор Q3 открывается, заземляя через диод D5 инвертирующий вход компаратора для

создания гарантированного значения потенциала на нем. Транзистор Q1 закрывается, при этом происходит подключение дифференциальной цепочки к ПИ-регулятору, превращая его в ПИД-регулятор.

Полученная модель достаточно точно описывает поведение реальной системы АПЧ, осуществляет переход из режима прогрева в режим стабилизации, при этом можно провести анализ реакции автоматического регулятора на определенные внешние возмущения, вызывающие изменение длины резонатора, а следовательно, и фототоков, которые можно задать, загрузив соответствующие данные в параметрические источники тока.

Исследование поведения системы АПЧ впервые осуществлялось с помощью имитационного моделирования. Проведенные эксперименты на моделях позволили упростить сборку и настройку лазеров ЛГН-303 и ЛГН-212-1М, поскольку моделирование способствовало уменьшению времени необходимого на настройку системы АПЧ.

**Двухчастотные лазеры с повышенной разностной частотой.** В лазерных интерферометрах физическую основу измерений составляет двухчастотный стабилизированный лазер, серийно выпускаемый отечественной промышленностью ЛГН-212-1М [4]. Аналогом этих приборов является серия лазеров фирмы Agilent (США) [13]. Основой конструкции таких лазеров являются активные элементы, изображенные на рисунках 7 и 8.

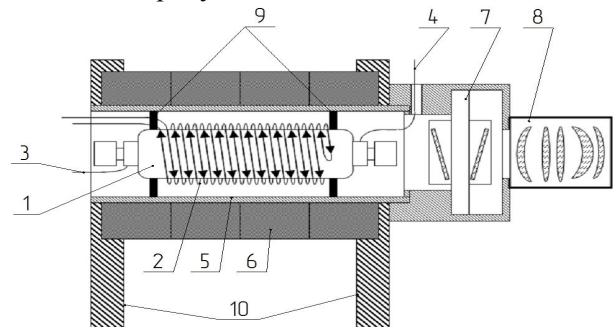


**Рисунок 7 – Активный элемент двухчастотного стабилизированного He-Ne лазера ЛГН – 212 – 1М (Россия)**



**Рисунок 8 – Активный элемент двухчастотного стабилизированного He-Ne лазера Agilent 5517 (США)**

Конструкция излучателя двухчастотного стабилизированного лазера ЛГН-212-1М представлена на рисунке 9.



**Рисунок 9 – Конструкция излучателя лазера с повышенной разностной частотой излучения.**  
1 – активный элемент, 2 – нагревательный элемент, 3 – катодный вывод, 4 – анодный вывод, 5 – корпус излучателя, 6 – магнитная система, 7 – оптический узел, 8 – коллиматор, 9 – клеевые точки, 10 – стойки

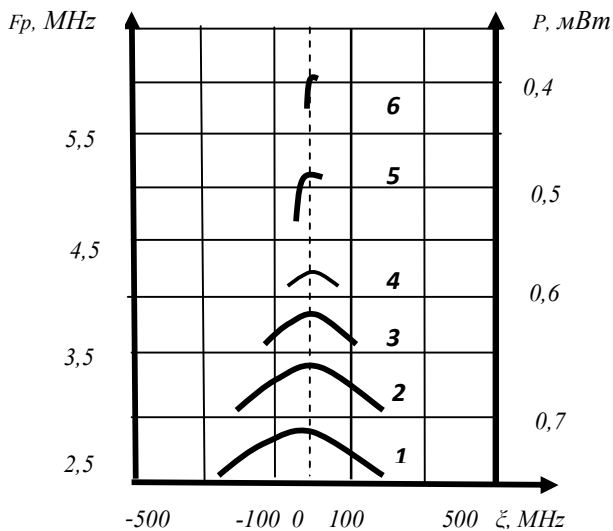
Сцентрированный активный элемент лазера 1 крепится в корпусе 5 на шестнадцать точек 9 с помощью клея. Точки образуют два клеевых пояса по восемь равномерно распределенных точек на каждый. Клей обеспечивает минимальную передачу механических воздействий на стенки активного элемента со стороны конструкции излучателя, тем самым, обеспечивая независимость изменения длины резонатора от неконтролируемых факторов.

Управление длиной резонатора осуществляется путем терморегуляции с помощью нагревательного элемента 2. Обмотка нагревателя выполнена медным проводом, причем для устранения влияния электромагнитного поля, создаваемого током, протекающим по обмотке, спираль наматывают в 2 жилы. Стрелками на рисунке 9 показано направление протекающего по ней тока.

Отличительной особенностью отечественного активного элемента по сравнению с активным элементом ф. Agilent является простота конструкции. При этом характеристики отечественного активного элемента обладают преимуществом: при повышенной разностной частоте выходная мощность лазерного излучения не уменьшается.

В активных элементах ф. Agilent мощность снижается линейно с ростом разностной частоты, при этом, чтобы получить повышенную разностную частоту от 4 и выше МГц, разработчики американской фирмы укорачивают активный элемент на 15 мм, так что мощность становится равной менее 0,23 мВт, что не допустимо для эксплуатации в лазерных интерферометрах.

Отечественные активные элементы имеют мощность излучения, которая почти не зависит от разностной частоты.



**Рисунок 10** - Зависимость разностной частоты и мощности лазерного излучения двухчастотного стабилизированного лазера от расстройки резонатора: 1-магнитное поле 50 мТл; 2- магнитное поле 100 мТл; 3 — магнитное поле 150 мТл; 4, 5, 6 — магнитное поле 260 мТл

Это достигается за счет применения зеркал с напылением из различных материалов [11].

Для стабилизации частоты излучения системой АПЧ используются сигналы переменного тока, формируемые фотоприемниками из разделенных призмой ортогональных компонент излучения. Чтобы система АПЧ смогла стабилизировать частоту излучения, необходимо иметь два противофазных сигнала одинаковой амплитуды.

Для лазеров типа ЛГН-212-1 с разностной частотой излучения менее 2 МГц сигналы представляли собой две кривые синусоидальной формы, находящиеся в противофазе в течение половины своего периода. Для исследования характеристик сигналов фотоприемников в лазере с повышенной разностной частотой излучения снимались эпюры токов фотоприемников каждой из ортогональных компонент излучения. Из рисунка 11 видно, что время противофазного состояния датчиков, определенное по формуле (5), составляет 3,7 % (для данного активного элемента) от периода сигнала. При этом время существования сигнала разностной частоты равно  $\tau_{oc} \leq 0,5\tau = 1,85\%$ .

$$\tau = \frac{\Delta T}{T} \cdot 100\% = 3,7\%. \quad (5)$$

Если ширина контура усиления 1500 МГц, то область существования двухчастотного режима соответствует  $1500 \cdot 3,7\% = 55,5$  МГц.

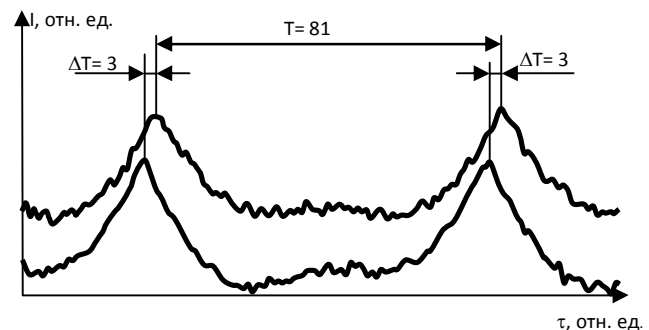
Такое малое время существования говорит о

высокой крутизне спектрально-дискриминационных характеристик (кривые 5 и 6 на рисунке 10), предъявляет высокие требования к быстрдействию элементов системы АПЧ и позволяет предположить о более высоких показателях нестабильности частоты излучения лазера.

Стабильность частоты излучения можно оценить как отношение суммарного сдвига частоты лазерного излучения относительно центра к ее номиналу.

В данном приборе частота стабилизируется по равенству интенсивностей ортогонально поляризованных мод. При наложении магнитного поля частота лазерного излучения расщепляется на две ортогонально и циркулярно поляризованные компоненты, разность интенсивностей которых служит реперной точкой. Другими словами, реперной точкой служит баланс фототоков на фотоприемниках, регистрирующих интенсивности одной и другой моды лазерного излучения. При этом несмотря на баланс, оптическая частота лазера может смещаться из-за сдвига центра линии усиления, искажения формы линии, а также изменения условий прохождения излучения от газоразрядной трубки до фотодиода.

Сигналы с фотодиодов представлены на рисунке 11.



**Рисунок 11** - Сигналы, полученные с фотоприемников системы АПЧ лазера ЛГН - 212 - 1М

Зависимость мощности от частоты излучения для каждой из поляризованных мод в лазере с магнитным полем, обеспечивающим разностную частоту 1,5–4,0 МГц, изменяется по квадратичной зависимости, в то время как при более высоких разностных частотах форма кривой меняется, приближаясь к S-образной (кривые 5 и 6 рисунок 10), что вызвано наличием анизотропии в покрытии зеркал.

Такая характеристика позволяет стабилизировать лазеры с использованием цифровых систем АПЧ [12]. Стабильность разностной и оптической частот при этом остается в пределах, указанных в ТУ на прибор.

Таким образом, как показали оценки, разра-

ботанные лазеры решают проблему импортозамещения при производстве СБИС, что является, в конечном счете, важным шагом к возрождению отечественной электроники.

#### Библиографический список

1. Бевзо А., Мартынов В., Петухов А. Союзные программы по микроэлектронике. - № 4, 2002. С. 54-57.
2. Петухов А.Е., Балыченко А.А. Научно-технические программы Союзного государства по оборудованию для микроэлектроники/ Опыт реализации и перспективы развития.- ИнВестРегион. № 4. 2006. С. 31-32.
3. URL: <http://www.planar.by>
4. URL: <http://www.plasmalabs.ru>
5. Власов А., Хилов С. Частотно-стабилизированные гелий-неоновые лазеры для интерферометрии. М.: Фотоника, 2007. № 5. С. 7-9.
6. Государственный специальный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений длин волн в диапазоне от 0.186 до 30 мкм для спектроскопии. ГОСТ 8.101-80. М., 1980.
7. Государственная поверочная схема для средств измерения длины в диапазоне  $1 \times 10^{-6} - 50$  м и длин волн в диапазоне 0.2 – 50 мкм. МИ 2060-90. М., 1991г. (Рекомендация).
8. Арефьев А.С., Кондрахин А.А., Чуляева Е.Г. Исследование поляризационно-частотных характеристик газового лазера в измерительных системах//Известия академии наук. Серия физическая, Т. 67. № 9. 2003. С. 1266–1269.
9. Арефьев А.С., Борисовский С.П., Кондрахин А.А., Чуляева Е.Г. Стабильная генерация в частотно-стабилизированном гелий-неоновом лазере. Вестник РГРТА, 2004. Вып. № 14. С. 80-83.
10. Чуляева Е.Г. и др. Патент на полезную модель № 105532. Газовый лазер. Зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей РФ. 10 июня 2011г.
11. Патент РФ № 241 33 48 от 3.3.11г. Двухчастотный зеемановский гелий-неоновый лазер.
12. Дягилев А.А., Керносков М.Ю., Ксендзов А.В., Чуляева Е.Г., Юрахно А.Л. Двухчастотные стабилизированные лазеры с цифровой системой стабилизации частоты. Вестник СПбО АИН. Вып. № 3. 2007. С. 51-65.
13. URL: <http://repairfaq.ece.drexel.edu/sam/laserhst.htm>

УДК 621.397

### В.Ф. Одинокоев

## ПОЛОСА ЗАХВАТА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ФАПЧ С ФНЧ

*Предложена методика определения полосы захвата астатической системы фазовой автоподстройки частоты, содержащей фильтр нижних частот.*

**Ключевые слова:** система фазовой автоподстройки частоты, полоса захвата.

**Введение.** Для систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), являющихся, как известно [1, 2], нелинейными объектами, одним из основных параметров считается полоса (захвата)  $F_3$  допустимых частотных расстройек между входным (опорным) и подстраиваемым сигналами. Обобщенного аналитического выражения для  $F_3$  не существует ([1, с. 95]: "... в общем случае нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее систему ФАПЧ с фильтром, имеет произвольный порядок. Его решение до настоящего времени неизвестно."), а экспериментальное или имитационное (численное или модельное) определение  $F_3$  затруднено, поскольку для неизвестной полосы захвата не ясны ни число, ни интервал (шаг) перебора расстройек при любой исходной рабочей частоте управляемого генератора (УГ). Поэтому в каж-

дом частном случае приходится осуществлять поиск того или иного приемлемого математического или машинного варианта расчета  $F_3$ , что приводит порой к значительным затратам временных и вычислительных ресурсов ([1] стр. 123: "Анализ устойчивости и динамики реальных нелинейных систем ... представляет значительные, часто непреодолимые трудности.")

**Цель работы** – вывод достаточно простой аналитической формулы  $F_3$  для астатической системы ФАПЧ с фильтром низких частот (ФНЧ) на выходе фазового детектора (ФД).

**Теоретическая часть.** Рассмотрим широко распространенную астатическую схему ФАПЧ по рисунку 1, где  $u_{BX}$  – гармонический входной сигнал, И – интегратор, ПЗ – пропорциональное звено, СУ – сумматор. Детектор ФД выделяет разность фаз  $\varphi_{BX} - \varphi_{УГ}$  между колебаниями



$u_{BX}$  и  $u_{YГ}$ . В случае ФД на основе аналогового перемножителя разность фаз представлена сложным сигналом, содержащим широкий спектр частот.

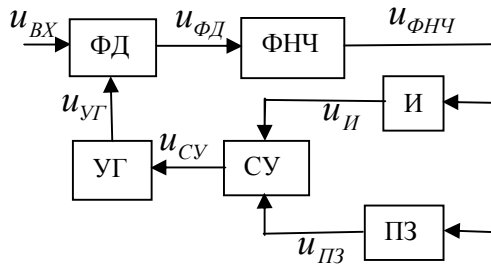


Рисунок 1 – Структура системы ФАПЧ

Фильтр ФНЧ выделяет низкочастотные составляющие этого спектра, несущие информацию о разности  $\varphi_{BX} - \varphi_{YГ}$ . Интегратор И накапливает сигнал рассогласования  $u_{ФНЧ}$  с выхода фильтра ФНЧ для управления частотой  $\omega_{YГ}$  генератора УГ, а звено ПЗ обеспечивает устойчивость функционирования всей системы ФАПЧ.

Представим рисунок 1 в более развернутом виде, отображающем некоторые важные операции и параметры узлов (рисунок 2), где фазовый детектор представлен блоком перемножения X.

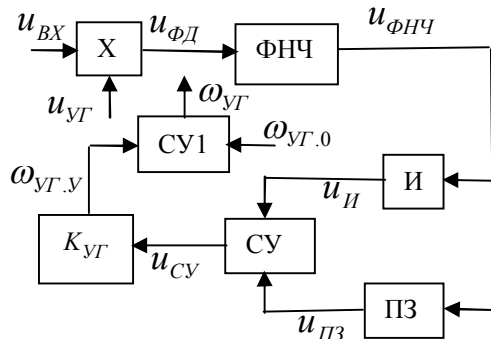


Рисунок 2 – Операционная схема ФАПЧ

При наличии коэффициентов усиления или ослабления входных цепей перемножителя таковые легко могут быть учтены значениями  $u_{BX}$ ,  $u_{YГ}$ . Генератор УГ, выполняющий функцию преобразования сигнала  $u_{СУ}$  в управляемую часть  $\omega_{YГ.У}$  частоты  $\omega_{YГ}$ , показан как блок с коэффициентом  $K_{УГ}$  (крутизна модуляционной характеристики УГ). Начальная частота  $\omega_{YГ.0}$  (частота настройки) генератора, суммируясь с  $\omega_{YГ.У}$  в блоке СУ1, обеспечивает текущее значение полной частоты  $\omega_{YГ}$ . Связь

$u_{YГ}$  с  $\omega_{YГ}$  представим известным соотношением:

$$u_{YГ} = u_{YГ.M} \cos(\omega_{YГ} t + \varphi_{YГ}), \quad (1)$$

где  $u_{YГ.M}$  - максимальное значение  $u_{YГ}$ .

Аналогично можно записать для  $u_{BX}$ :

$$u_{BX} = u_{BX.M} \cos(\omega_{BX} t + \varphi_{BX}). \quad (2)$$

При перемножении  $u_{YГ}$  и  $u_{BX}$  в ФД получаем:

$$\begin{aligned} u_{ФД} &= u_{BX.M} \cos(\omega_{BX} t + \varphi_{BX}) \cdot u_{YГ.M} \cos(\omega_{YГ} t + \varphi_{YГ}) = \\ &= (u_{BX.M} u_{YГ.M} / 2) \{ \cos[(\omega_{BX} t + \varphi_{BX}) - (\omega_{YГ} t + \varphi_{YГ})] + \cos[(\omega_{BX} t + \varphi_{BX}) + (\omega_{YГ} t + \varphi_{YГ})] \} = \\ &= (u_{BX.M} u_{YГ.M} / 2) \{ \cos[(\omega_{BX} - \omega_{YГ}) t + (\varphi_{BX} - \varphi_{YГ})] + \cos[(\omega_{BX} + \omega_{YГ}) t + (\varphi_{BX} + \varphi_{YГ})] \}. \end{aligned} \quad (3)$$

После выделения разности частот на выходе ФНЧ (с коэффициентов передачи  $K_{ФНЧ}$ ) имеем:

$$u_{ФНЧ} = K_{ФНЧ} (u_{BX.M} u_{YГ.M} / 2) \cos[(\omega_{BX} - \omega_{YГ}) t + (\varphi_{BX} - \varphi_{YГ})]. \quad (4)$$

Полагая в (4)  $\omega_{BX} = \omega_{BX.0}$ ,  $\omega_{YГ} = \omega_{YГ.0}$ , находим:

$$u_{ФНЧ} = K_{ФНЧ} (u_{BX.M} u_{YГ.M} / 2) \cos[(\omega_{BX.0} - \omega_{YГ.0}) t + (\varphi_{BX} - \varphi_{YГ})]. \quad (5)$$

Для астатической системы в состоянии равновесия справедливо равенство:

$$u_{ФНЧ} = 0, \quad (6)$$

поэтому в (5) следует положить:

$$\omega_{BX.0} = \omega_{YГ.0}, \quad \varphi_{BX} - \varphi_{YГ} = \pm\pi/2. \quad (7)$$

В точках  $\varphi_{\Sigma} = (\varphi_{BX} - \varphi_{YГ}) = \pm\pi/2$  функция  $\cos(\varphi_{\Sigma})$  фазового детектора имеет максимальные производные, поэтому процесс ФАПЧ активен. Знак разности фаз  $\varphi_{BX} - \varphi_{YГ}$  в (7) зависит от знаков коэффициентов передачи элементов в петле обратной связи. Для определенности примем все коэффициенты положительными. Тогда знак разности  $\varphi_{BX} - \varphi_{YГ}$  окажется отрицательным [(при этом в точке  $\varphi_{\Sigma} =$

$= (\varphi_{BX} - \varphi_{УГ}) = -\pi/2$  функция  $\cos(\varphi_{\Sigma})$  переходит через ноль снизу вверх – производная от функции положительна. В данном случае, например, любое увеличение  $\varphi_{\Sigma}$  за счет  $\omega_{BX}$  или  $\varphi_{BX}$  в (5) дает  $u_{ФНЧ} > 0$ , что в соответствии с рисунком 2 при положительных коэффициентах передачи узлов приводит к росту  $\omega_{УГ}$  и  $\varphi_{УГ}$ , компенсирующему первоначальное отклонение  $\varphi_{\Sigma}$  от  $-\pi/2$ ].

С учетом (7) и принятого знака разности  $\varphi_{BX} - \varphi_{УГ}$  при скачке  $\Delta\omega_{BX}$  входной частоты, когда  $\omega_{BX} = \omega_{BX,0} + \Delta\omega_{BX} = \omega_{УГ,0} + \Delta\omega_{BX}$ , вместо (5) имеем:

$$u_{ФНЧ} = K_{ФНЧ} (u_{BX.M} u_{УГ.M} / 2) \cos(\Delta\omega_{BX} t - \pi/2). \quad (8)$$

За время  $\tau_{ФНЧ}$  задержки сигнала в ФНЧ разностная частота  $\Delta\omega_{BX}$  на входе фильтра будет изменять равновесное фазовое значение  $\varphi_{\Sigma} = -\pi/2$ . В худшем случае, при  $t = \tau_{ФНЧ}$ , когда с выхода ФНЧ в цепи обратной связи появится сигнал управления, дополнительная внесенная составляющая  $\Delta\omega_{BX} t$  фазы в (8) в зависимости от знака  $\Delta\omega_{BX}$  может стать равной  $-\pi/2$  или  $\pi/2$ . В первом варианте  $\cos(\varphi_{\Sigma}) = \cos(\Delta\omega_{BX} t - \pi/2) = \cos(-\pi) = -1$ , во втором -  $\cos(\varphi_{\Sigma}) = \cos(\Delta\omega_{BX} t - \pi/2) = \cos(0) = 1$ . В любом случае в указанных точках  $\varphi_{\Sigma}$  функция  $\cos(\varphi_{\Sigma})$  ФД имеет экстремумы, производные от  $\cos(\varphi_{\Sigma})$  оказываются нулевыми и процесс автоподстройки может протекать в неопределенном (произвольном) направлении, что недопустимо. Таким образом, из уравнения

$$\Delta\omega_{BX} \tau_{ФНЧ} = \pm\pi/2 \quad (9)$$

находим модуль предельного скачка входной частоты как

$$|\Delta\omega_{BX.M}| = \pi/2 \tau_{ФНЧ}. \quad (10)$$

Полагая  $|\Delta\omega_{BX.M}| = 2\pi F_3$ , из (10) имеем:

$$F_3 = 1/4 \tau_{ФНЧ}. \quad (11)$$

Данная формула для  $F_3$  проста и, кроме  $\tau_{ФНЧ}$ , не связана с какими-либо другими параметрами системы ФАПЧ. Полученный результат требует всесторонней проверки.

**Экспериментальные исследования.** Так

как ФНЧ выбирается или проектируется в соответствии с (3), (4), то структура фильтра и его инерционность ( $\tau_{ФНЧ}$ ) оказываются известными. Контроль (измерение)  $\tau_{ФНЧ}$  легко произвести по схеме рисунка 3, где Sine Wave1 – генератор гармонического сигнала (может иметь непрерывный или ступенчатый вид), Analog Filter Design4 – ФНЧ, Scope1 – осциллограф.

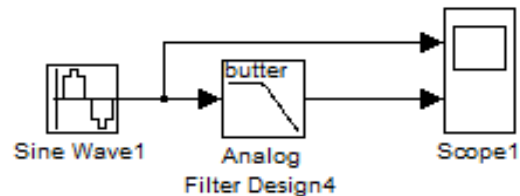


Рисунок 3 – MATLAB-схема измерения  $\tau_{ФНЧ}$

Для примера: частота сигнала – 100 кГц, ФНЧ – аналоговый Butterworth-фильтр четвертого порядка с полосой 100 кГц. При этом показания блока Scope1 представлены на рисунке 4, откуда приближенно следует  $\tau_{ФНЧ} = 0.5 \cdot 10^{-5}$  с, что дает по формуле (11)  $F_3 = 50$  кГц. В отличие от экспериментального измерения  $F_3$ , требующего перебора неопределенной области частот рассогласования, контроль  $\tau_{ФНЧ}$  производится однократно на любой частоте в полосе фильтра (правильно спроектированный фильтр имеет постоянную задержку в полосе пропускания; точность измерения выше в правой области установившихся колебаний рисунка 4).

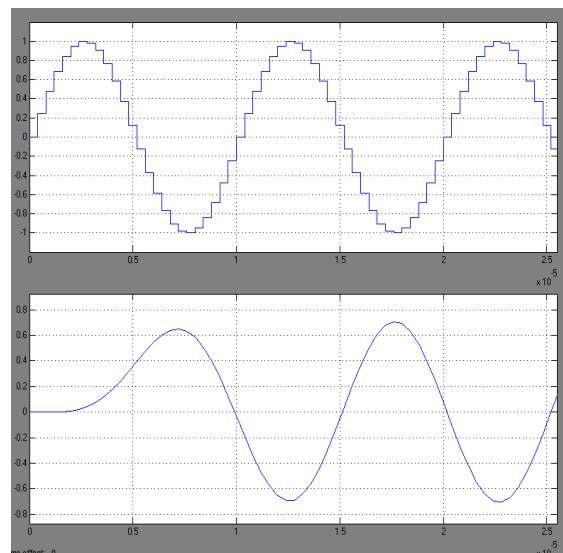
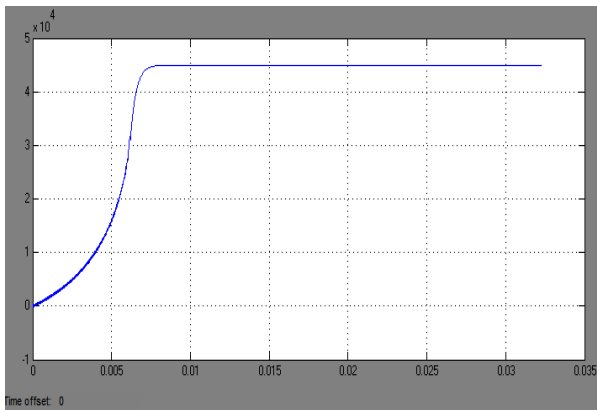


Рисунок 4 – Измерение  $\tau_{ФНЧ}$  при относительно малой задержке сигнала в ФНЧ

Для указанного выше типа ФНЧ, сквозного коэффициента передачи  $K_{ИГ} = 80000000$  Гц/В·с цепи И-СУ-УГ, коэффициента передачи  $K_{ИГ} =$

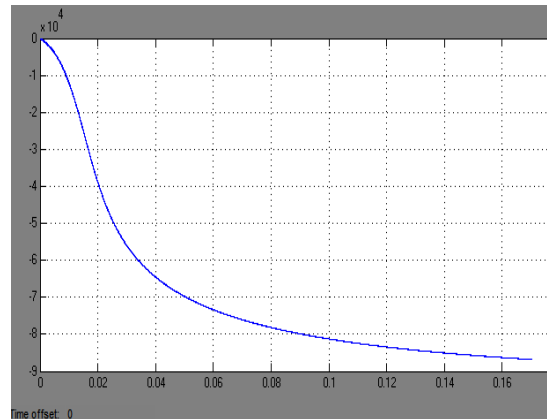
= 30000 Гц/В цепи ПЗ-СУ-УГ, частоты  $f_{BX} = \omega_{BX} / 2\pi = 295$  кГц входного сигнала и рабочей частоты  $f_{УГ.0} = \omega_{УГ.0} / 2\pi = 250$  кГц (расстройка  $f_{BX} - f_{УГ.0} = 45$  кГц, что на 5 кГц меньше, чем  $F_3$ ) управляемого генератора процесс автоподстройки системы ФАПЧ для MATLAB-модели рисунка 1 показан на рисунке 5, изображающем в масштабе частоты приведенный к выходу УГ сигнал управления  $u_{СУ}$ .



**Рисунок 5 – Захват частоты при расстройке 45 кГц, относительно больших  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПГ}$  и сравнительно малом значении  $\tau_{ФНЧ}$**

Последний добавляет к частоте настройки  $f_{УГ.0} = 250$  кГц недостающую управляемую часть  $f_{УГ.У} = 45$  кГц. Поскольку исходная расстройка 45 кГц близка к предельной частоте захвата 50 кГц, вначале автоподстройка происходит с низкой скоростью за счет простого усреднения в интеграторе И (с выходом  $u_{И}$ ) знакопеременного сигнала  $u_{ФНЧ}$ . Это так называемый режим биений [1], при котором знаки переменных составляющих в сигналах  $u_{И}$  и  $u_{ПЗ} = u_{ФНЧ} K_{ПЗ}$  временами могут не совпадать (малоактивный режим ФАПЧ). На диаграмме рисунка 5 пульсирующая доля (за счет  $u_{И}$  и  $u_{ПЗ}$ ) в приведенном сигнале  $u_{СУ}$  мала по сравнению с основной (усредненной) управляющей компонентой и проявляется только в виде слабой размытости начального участка кривой. По мере выравнивания  $f_{BX}$  и  $f_{УГ}$  режим биений плавно переходит в режим удержания фазы, когда знаки переменных составляющих в сигналах  $u_{И}$  и  $u_{ПЗ}$  совпадают в течение все большего времени, поэтому

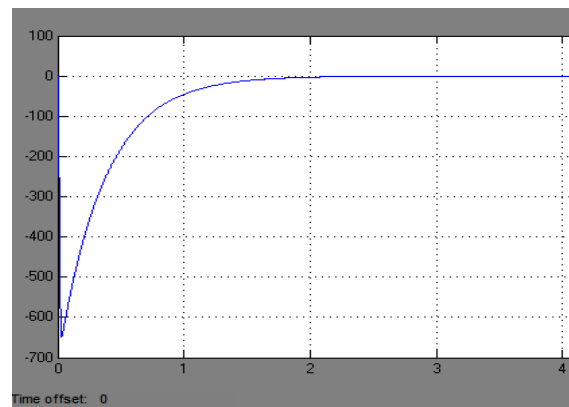
скорость автоподстройки увеличивается (активный режим ФАПЧ до момента 0.0075 сек). При ликвидации начальной расстройки и соответственно снижению уровня  $u_{ФНЧ}$  процесс ФАПЧ заканчивается (горизонтальный участок с момента 0.0075 сек). На рисунке 6 показана аналогичная диаграмма при  $f_{BX} = 305$  кГц (расстройка относительно  $f_{УГ.0} = 250$  кГц на 5 кГц выше полосы  $F_3$ ). Из рисунка 6 очевиден процесс ложного захвата, уводящий частоту УГ в противоположное от требуемого значения 305 кГц направление.



**Рисунок 6 – Процесс ФАПЧ при расстройке 55 кГц, относительно больших  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПГ}$  и малой величине  $\tau_{ФНЧ}$**

Уточненное значение полосы захвата, определенное экспериментально, равно 51.75 кГц, что достаточно близко к расчетной величине 50 кГц. Ошибка может быть связана с погрешностью измерения  $\tau_{ФНЧ}$ .

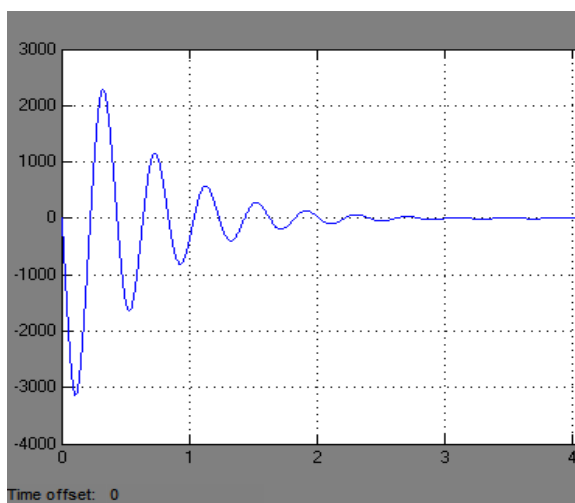
Для оценки устойчивости системы ФАПЧ при выбранных выше параметрах  $K_{ИГ}$  и  $K_{ПГ}$  рассмотрим ход ФАПЧ при нулевой начальной расстройке – рисунок 7.



**Рисунок 7 – Процесс ФАПЧ при нулевой расстройке, относительно больших  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПГ}$  и малой величине  $\tau_{ФНЧ}$**

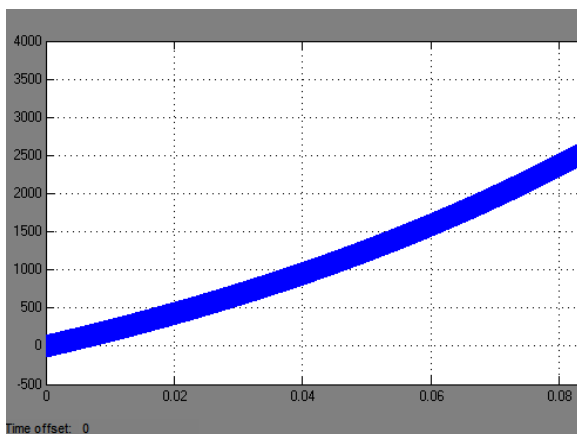
Исключая выброс управляющего сигнала в начале координат, обусловленный исходным состоянием MATLAB-модели, процесс установления фазы колебаний идет аперiodически, без перерегулирования, что говорит о достаточной степени стабилизирующего влияния пропорциональной цепи ПЗ-СУ-УГ с  $K_{III}=30000$  Гц/В.

С целью доказательства независимости  $F_3$  от параметров цепи обратной связи (исключая  $\tau_{ФНЧ}$ ) уменьшим  $K_{III}$  до величины, еще обеспечивающей управление частотой УГ при значительном ослаблении устойчивости системы ФАПЧ. На рисунке 8 показано её поведение при нулевой начальной расстройке и  $K_{III}=1500$  Гц/В (в 20 раз ниже предыдущего значения).



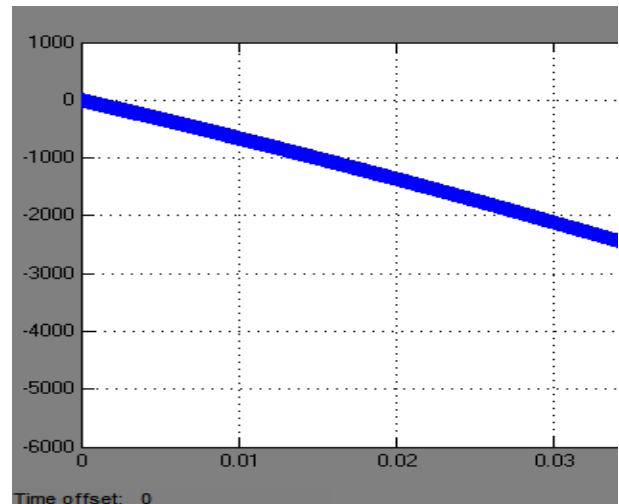
**Рисунок 8 – Процесс ФАПЧ при нулевой расстройке, относительно большом  $K_{III}$  и малых  $K_{II}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

Для последнего  $K_{III}$  и прежнего  $K_{II}$  при расстройке 45 кГц захват частоты проходит относительно медленно – рисунок 9 (здесь, как и в любых других случаях, уровень наблюдаемых



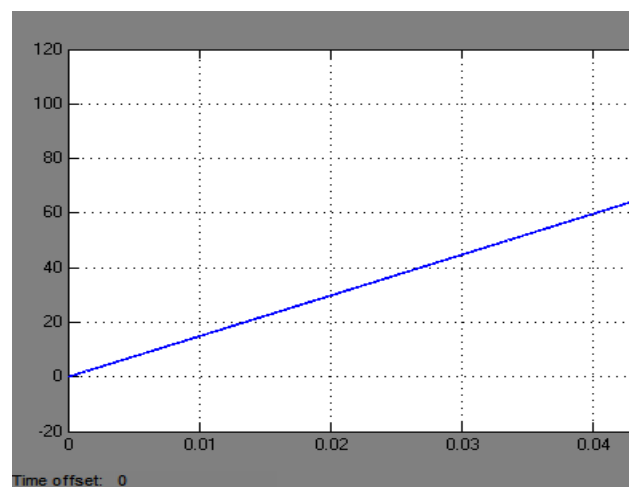
**Рисунок 9 – Захват частоты при расстройке 45 кГц, относительно большом  $K_{III}$  и малых  $K_{II}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

переменных компонентов приведенного сигнала  $u_{СУ}$  в режиме биений определяется масштабом по оси ординат и соответствующими коэффициентами  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ ). Частотная расстройка 55 кГц при  $K_{II}=8000000$  Гц/В·с и  $K_{III}=1500$  Гц/В, как и прежде, дает ложный захват – рисунок 10.



**Рисунок 10 – Процесс ФАПЧ при расстройке 55 кГц, относительно большом  $K_{III}$  и малых  $K_{II}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

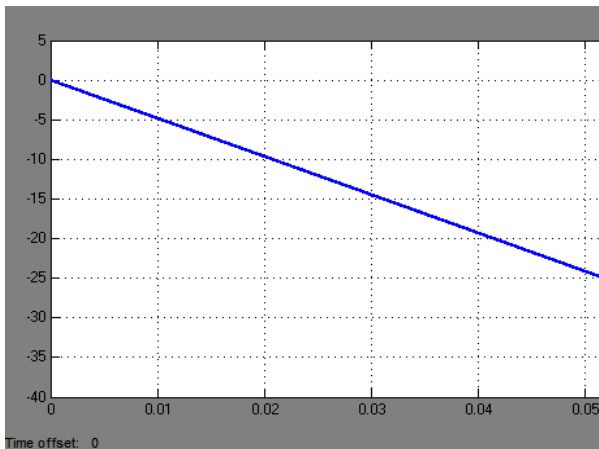
Теперь вернем параметр  $K_{III}$  к прежнему уровню 30000 Гц/В, а  $K_{II}$  уменьшим в 1000 раз. При начальной расстройке 45 кГц захват частоты в этом случае по сравнению с рисунком 5 должен проходить медленней за счет ослабленного накопления сигнала в интеграторе И – рисунок 11.



**Рисунок 11 – Захват частоты при расстройке 45 кГц, относительно малых  $K_{III}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$  и большом  $K_{II}$**

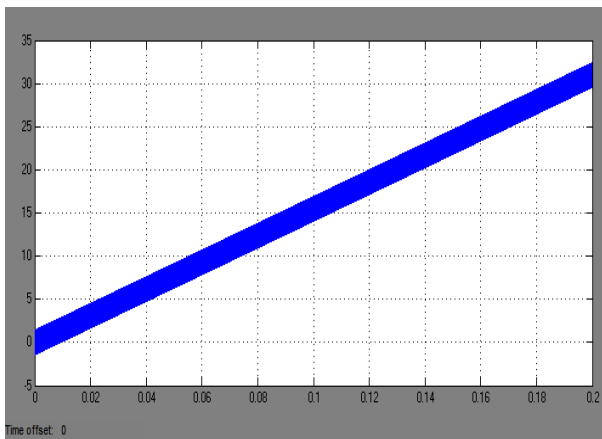
Скорость автоподстройки по сравнению с рисунком 5 уменьшилась на несколько поряд-

ков. При начальной расстройке 55 кГц последний вариант системы ФАПЧ, как и ранее, дает ложный захват – рисунок 12.



**Рисунок 12 – Процесс ФАПЧ при расстройке 55 кГц, относительно малых  $K_{ИГ}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$  и большом  $K_{ПЗ}$**

Далее уменьшим первоначальные коэффициенты  $K_{ИГ} = 80000000$  Гц/В·с и  $K_{ПЗ} = 30000$  Гц/В одновременно в 100 раз:  $K_{ИГ} = 800000$  Гц/В·с,  $K_{ПЗ} = 300$  Гц/В. Работа системы ФАПЧ при расстройке 45 кГц показана на рисунке 13.

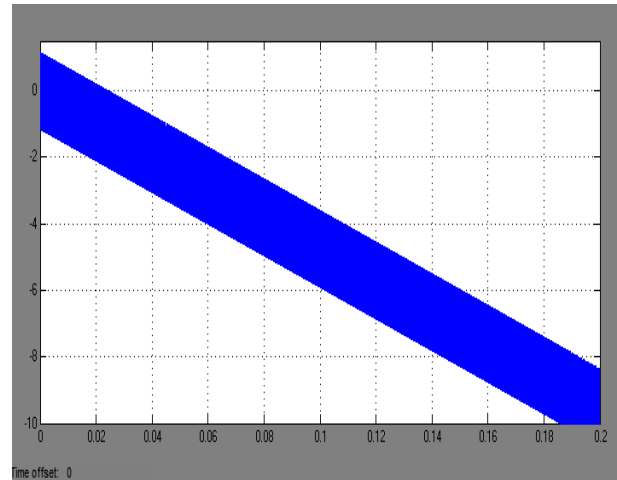


**Рисунок 13 – Захват частоты при расстройке 45 кГц и относительно малых  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

Скорость автоподстройки в данном случае за счет сниженных коэффициентов передачи цепей обратной связи по сравнению с рисунком 5 значительно упала. Процесс автоподстройки положительный (управляющая часть  $f_{УГ.У}$  увеличивает  $f_{УГ}$ ). Аналогичная диаграмма для расстройки 55 кГц показана на рисунке 14, откуда следует ложный захват, не соответствующий начальному состоянию системы.

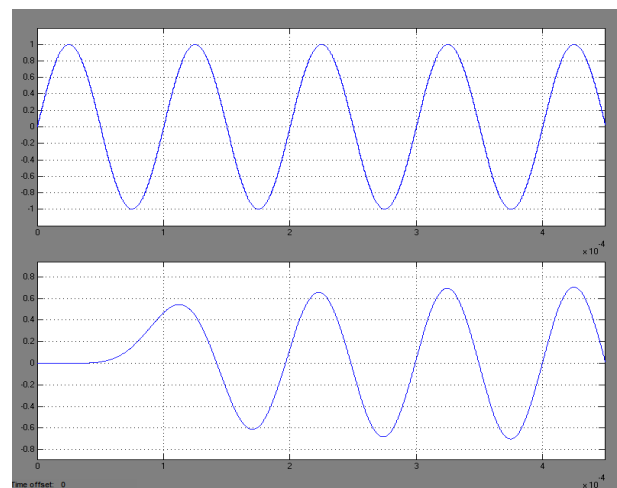
Таким образом, при значительном изменении коэффициентов передачи цепи обратной связи знаки регулирующего воздействия в

структуре рисунка 1 для принятых расстроек относительно расчетной полосы захвата  $F_3 = 50$  кГц сохраняются. Это доказывает независимость  $F_3$  в формуле (11) от параметров элементов (исключая  $\tau_{ФНЧ}$ ) системы ФАПЧ.



**Рисунок 14 – Процесс ФАПЧ при расстройке 55 кГц и относительно малых  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

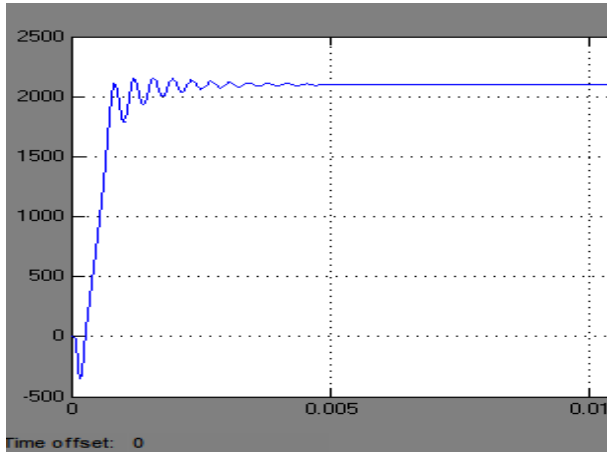
Для проверки влияния  $\tau_{ФНЧ}$  на  $F_3$  увеличим задержку в ФНЧ по сравнению с первоначальной. Для этого ограничим полосу пропускания ФНЧ величиной 10 кГц (в 10 раз ниже по сравнению с предыдущим вариантом) и повысим порядок ФНЧ до 8 (вместо предыдущего значения 4). Результат измерения  $\tau_{ФНЧ} = 10 \cdot 10^{-5}$  с показан на рисунке 15, что дает по (11) полосу  $F_3 = 2.5$  кГц.



**Рисунок 15 – Измерение  $\tau_{ФНЧ}$  при увеличенной задержке сигнала в ФНЧ**

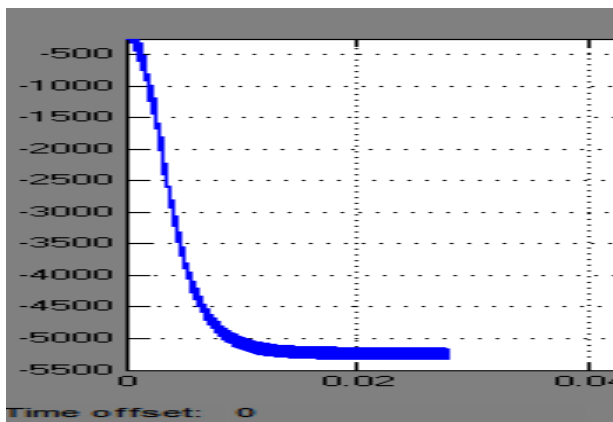
Поскольку  $\tau_{ФНЧ}$  возросло в 20 раз, устойчивость системы ФАПЧ обеспечивается при меньших значениях  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$  по сравнению с предыдущими случаями. Положим вначале

относительно большие величины  $K_{ИГ}=10000000$  Гц/В·с и  $K_{ПЗ}=5000$  Гц/В. Работа системы при начальной расстройке 2.1 кГц (ниже  $F_3$  на 0.4 кГц) показана на рисунке 16, где очевиден захват частоты.



**Рисунок 16 – Захват частоты при расстройке 2,1 кГц и относительно больших  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

Аналогичная диаграмма при расстройке 2.9 кГц (выше  $F_3$  на 0.4 кГц) показана на рисунке 17, откуда следует ложный захват.

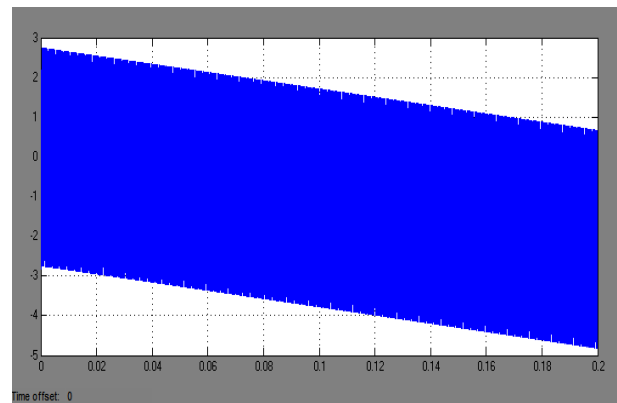


**Рисунок 17 – Процесс ФАПЧ при расстройке 2,9 кГц и относительно больших  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$ ,  $\tau_{ФНЧ}$**

Теперь уменьшим одновременно параметры  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$  в 100 раз. Работа системы ФАПЧ при начальной расстройке 2.1 кГц иллюстрирована рисунком 18, откуда очевиден режим захвата частоты с относительно малой скоростью. Аналогичная диаграмма при расстройке 2.9 кГц показана на рисунке 19, откуда следует ложный захват. Для последнего набора параметров системы ФАПЧ экспериментальное значение полосы  $F_3=2.525$  кГц, что так же, как и в предыдущем случае (для  $F_3=50$  кГц), достаточно близко к расчетной величине 2.5 кГц.

Экспериментальные исследования с другими типами ФНЧ (Bessel, Chebyshev I, Che-

bychev II, Elliptic) при различных величинах и знаках расстроек проводились изложенными выше способами. Все они с различной точностью подтверждают корректность формулы (11). Основным условием использования найденного соотношения для  $F_3$  и  $\tau_{ФНЧ}$  является устойчивость системы ФАПЧ, что представляет собой отдельную проблему в теории всех систем авторегулирования с обратной связью и в любых случаях обеспечивается надлежащим выбором коэффициентов  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$ . Необходимость соблюдения указанного условия никоим образом не компрометирует расчет  $F_3$  по формуле (11), так как само определение полосы захвата исходит из предпосылки устойчивости системы ФАПЧ в большом и малом.



**Рисунок 19 – Процесс ФАПЧ при расстройке 2.9 кГц, относительно малых  $K_{ИГ}$ ,  $K_{ПЗ}$  и большой величине  $\tau_{ФНЧ}$**

Другим, не менее важным аспектом использования формулы (11) является возможность определения требуемой величины  $\tau_{ФНЧ}$  для обеспечения нужной полосы  $F_3$ . Найденное из (11) значение задержки  $\tau_{ФНЧ}$  лежит в основе выбора структуры любого типа ФНЧ.

**Выводы.** Таким образом, полученная формула (11) позволяет произвести предварительные оценки полосы захвата или максимально допустимого запаздывания в фильтре нижних частот на выходе фазового детектора для астатической системы ФАПЧ, имеет аналитически простой вид и проверена при различных (с перекрытием в десятки и сотни раз) параметрах элементов.

#### **Библиографический список**

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд. : пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2003.

УДК 621.396.96:621.391.26

*Д.И. Попов***ОБНАРУЖЕНИЕ-ИЗМЕРЕНИЕ МНОГОЧАСТОТНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ**

*Синтезированы обнаружители-измерители многочастотных радиолокационных сигналов на фоне коррелированных и некоррелированных помех. Проведен анализ характеристик обнаружения и точности измерения радиальной скорости.*

**Ключевые слова:** обнаружение, измерение, многочастотные сигналы, радиальная скорость, характеристики обнаружения, точность измерения.

**Введение.** При обнаружении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех в когерентно-импульсных радиолокационных системах (РЛС) высокой скважности возникает известная проблема слепых скоростей. Другой проблемой в данных РЛС является однозначное измерение радиальной скорости при сохранении однозначности по дальности. Одним из способов решения данных проблем является использование многочастотных сигналов, что открывает новые возможности для исключения слепых скоростей и измерения радиальной скорости цели. Известные преимущества многочастотных сигналов перед одночастотными открывают дополнительные возможности обнаружения эхосигналов, позволяя без увеличения суммарной излучаемой мощности получить выигрыш в дальности обнаружения цели. Для этого отраженные сигналы должны быть статистически независимыми, что достигается соответствующим разносом несущих частот, выбираемым из условия малости длин волн, соответствующих разностным частотам, по сравнению с радиальными размерами цели. Предполагаемая обработка статистически независимых сигналов первоначально должна осуществляться отдельно для каждого из сигналов с последующим объединением результатов обработки отдельных частотных каналов. Алгоритм объединения каналов зависит от вида обработки и других факторов.

*Цель работы* – синтез и анализ алгоритмов обнаружения-измерения многочастотных радиолокационных сигналов при наличии и отсутствии пассивных помех.

**Статистическое описание многочастотных сигналов и помех.** Представим результаты внутрипериодной обработки в одном элементе разрешения по дальности каждого из  $L$

частотных каналов многочастотной когерентно-импульсной РЛС в виде последовательности  $N$  цифровых отсчетов комплексных огибающих аддитивной смеси сигнала, пассивной помехи и собственного шума  $U_{jl} = x_{jl} + iy_{jl}$ , следующих через период повторения  $T$  и образующих в этом элементе разрешения совокупность вектор-столбцов  $\mathbf{U}_l = \{U_{jl}\}^T$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $l = \overline{1, L}$ . Сигнал и помеха являются узкополосными случайными процессами гауссовского типа, статистически независимыми в каждом частотном канале. Статистические свойства совокупности  $\{\mathbf{U}_l\} = \{\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_L\}$  определяются с точностью до параметров их корреляционных матриц  $\mathbf{R}_l$  совместной плотностью вероятности

$$P(\{\mathbf{U}_l\}) = \prod_{l=1}^L P(\mathbf{U}_l) = (2\pi)^{-LN} \left( \prod_{l=1}^L \det \mathbf{W}_l \right) \times \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \mathbf{U}_l^{*T} \mathbf{W}_l \mathbf{U}_l\right), \quad (1)$$

где  $\mathbf{W}_l$  – матрица, обратная корреляционной матрице  $\mathbf{R}_l = \overline{\mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^{*T}} / 2(\sigma_n^2 + \sigma_w^2)$ , которая для суммы сигнала и помехи в виде аддитивной смеси коррелированной (пассивной) помехи и собственного шума  $\mathbf{R}_l^{cn} = \mathbf{R}_l^c + \mathbf{R}_l^n$ .

Элементы матриц  $\mathbf{R}_l^c$  и  $\mathbf{R}_l^n$  при симметричных спектрах сигнала и помехи имеют вид

$$R_{jk}^{c(l)} = q_l \rho_{jk}^{c(l)} e^{i(j-k)\varphi_n^{(l)}} / (1 + \lambda)$$

и

$$R_{jk}^{n(l)} = (\rho_{jk}^{n(l)} e^{i(j-k)\varphi_n^{(l)}} + \lambda \delta_{jk}) / (1 + \lambda),$$

где  $q_l = \sigma_{cl}^2 / \sigma_n^2$ ,  $\lambda = \sigma_w^2 / \sigma_n^2$  – соответственно

отношения сигнал/помеха и шум/помеха в каждом частотном канале;  $\rho_{jk}^{(l)}$  – коэффициенты междупериодной корреляции (сигнала или помехи);  $\varphi^{(l)}$  – доплеровский сдвиг фазы (сигнала или помехи) за период  $T$ , причем  $\varphi^{(l)} = r_l \varphi^{(1)}$ ,  $r_l = f_l / f_1 = 1 - \Delta r(l-1) < 1$  – отношение несущих частот  $l$ -й и 1-й частотных компонент;  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера.

**Синтез обнаружителей-измерителей многочастотных сигналов на фоне коррелированных помех.** Алгоритм оптимальной междупериодной обработки  $L$  частотных компонент определяется путем вычисления отношения правдоподобия

$$\Lambda(\{\mathbf{U}_l\}) = P_{\text{сн}}(\{\mathbf{U}_l\}) / P_{\text{н}}(\{\mathbf{U}_l\}),$$

которое при использовании плотностей вероятности суммы сигнала и помехи  $P_{\text{сн}}(\cdot)$  и одной помехи  $P_{\text{н}}(\cdot)$ , соответствующих (1), имеет вид

$$\Lambda(\{\mathbf{U}_l\}) = \left( \prod_{l=1}^L C_l \right) \exp\left( \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \mathbf{U}_l^{*\text{T}} \mathbf{Q}_l \mathbf{U}_l \right), \quad (2)$$

где  $C_l = \det \mathbf{W}_l^{\text{сн}} / \det \mathbf{W}_l^{\text{н}}$ ;  $\mathbf{Q}_l = \mathbf{W}_l^{\text{н}} - \mathbf{W}_l^{\text{сн}}$  – матрица обработки  $l$ -й компоненты, удовлетворяющая уравнению  $\mathbf{Q}_l(\mathbf{R}_l^{\text{с}} + \mathbf{R}_l^{\text{н}}) = \mathbf{W}_l^{\text{н}} \mathbf{R}_l^{\text{с}}$ , решение которого определяет конкретный вид алгоритма обработки.

Отношение правдоподобия (2) является монотонной функцией минимальной достаточной статистики

$$v = \sum_{l=1}^L v_l = \sum_{l=1}^L \mathbf{U}_l^{*\text{T}} \mathbf{Q}_l \mathbf{U}_l = \sum_{l=1}^L |X_l|^2, \quad (3)$$

в основе которой в результате вычисления матрицы  $\mathbf{Q}_l$  при совместных флуктуациях сигнала ( $\rho_{jk}^{(l)} = 1$ ) лежит алгоритм оптимальной линейной фильтрации

$$X_l = \sum_{k=1}^N e^{-ik\varphi^{(l)}} \sum_{j=1}^N W_{jk}^{*\text{н}(l)} U_{jl},$$

где  $W_{jk}^{\text{н}(l)} = W_{jk}^{(l)} = w_{jk}^{(l)} e^{i(j-k)\varphi_n^{(l)}}$  – элементы обратной корреляционной матрицы помехи.

Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на адаптивном байесовском подходе [1], в соответствии с которым неизвестные величины  $w_{jk}^{(l)}$  и  $\varphi_n^{(l)}$  заменяются их состоятельными оценками  $\hat{w}_{jk}^{(l)}$  и  $\hat{\varphi}_n^{(l)}$ , что приводит к алгоритму

$$X_l = \sum_{k=1}^N e^{-ik\theta_l} \sum_{j=1}^N \hat{w}_{jk}^{(l)} e^{-ij\hat{\varphi}_n^{(l)}} U_{jl}, \quad (4)$$

где  $\theta_l = \varphi_c^{(l)} - \hat{\varphi}_n^{(l)}$ .

Внутренняя сумма алгоритма (4) реализуется в адаптивном матричном фильтре (АМФ), а внешняя сумма – путем когерентного суммирования (накопления) выходных отсчетов матричного фильтра. Неопределенность величин  $\theta_l$  в доплеровском интервале  $[-\pi, \pi]$  предполагает  $N$ -канальное вычисление внешних сумм. При этом сигнал от движущейся цели попадает в различные доплеровские каналы каждого из частотных каналов, что исключает возможность объединения последних по алгоритму (3). Решение о наличии сигнала принимается отдельно в каждом частотном канале. Различие доплеровских сдвигов фазы сигнала в частотных каналах исключает слепые скорости цели.

При марковских аппроксимациях помехи матричный фильтр преобразуется в векторный режекторный фильтр, а система обработки в каждом частотном канале – в традиционную квазиоптимальную структуру «режекторный фильтр – когерентный накопитель». При этом режекторный фильтр является адаптивным и одноканальным, а когерентный накопитель – по-прежнему многоканальным.

Требования упрощения систем обработки приводят к задаче синтеза более простых систем, одноканальных по частоте сигнала. Традиционным решением задачи синтеза систем данного типа является усреднение отношения правдоподобия (2) в диапазоне значений неизвестных параметров, в данном случае доплеровских сдвигов фазы  $\theta_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ . Тогда структура системы обработки, инвариантная к совокупности  $\{\theta_l\} = \{\theta_1, \dots, \theta_L\}$ , определяется в результате интегрирования отношения правдоподобия

$$\Lambda = \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\{\theta_l\}) p(\{\theta_l\}) d\theta_1 \dots d\theta_L,$$

где  $p(\{\theta_l\})$  – плотность вероятности совокупности  $\{\theta_l\}$ .

С учетом статистической независимости обрабатываемых данных в частотных каналах находим

$$\Lambda = \prod_{l=1}^L \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\theta_l) p(\theta_l) d\theta_l.$$

В явном виде данный интеграл не вычисляется. Найдем упрощенный вариант отношения правдоподобия. С этой целью представим выражение для достаточной (решающей) статистики в каждом частотном канале через выходные отсчеты матричного фильтра

$$Y_{kl} = \sum_{j=1}^N \hat{w}_{jk}^{(l)} e^{-ij\hat{\varphi}_n^{(l)}} U_{jl}.$$



Тогда

$$v(\theta_l) = \left| \sum_{k=1}^N Y_{kl} e^{-ik\theta_l} \right|^2 = \sum_{j,k=1}^N Y_{jl}^* Y_{kl} e^{i(j-k)\theta_l}. \quad (5)$$

Ядром квадратичной формы (5) является  $N$ -мерная матрица  $\|D_{jk}^{(l)}\| = \|e^{i(j-k)\theta_l}\|$ . Выделив множители с параметром  $\theta_l$ , разложим матрицу  $\|D_{jk}^{(l)}\|$  в степенной ряд, усечение которого приведет к ленточно-диагональной матрице

$$\|D_{jk}^{(l)}\| = \|\delta_{jk} + e^{-i\theta_l} \delta_{j,k-1} + e^{i\theta_l} \delta_{j-1,k}\|.$$

Выражение для выходной статистики  $l$ -го частотного канала принимает упрощенный вид

$$\begin{aligned} \tilde{v}(\theta_l) = & \sum_{j=1}^N Y_{jl}^* Y_{jl} + \\ & + \sum_{j=2}^N (e^{-i\theta_l} Y_{j-1,l}^* Y_{jl} + e^{i\theta_l} Y_{j-1,l} Y_{jl}^*). \end{aligned} \quad (6)$$

Используя соответствующую когерентной обработке вторую сумму в (6), получаем упрощенный вариант отношения правдоподобия

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}(\{\theta_l\}) = & \prod_{l=1}^L C_l \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=2}^N (e^{-i\theta_l} Y_{j-1,l}^* Y_{jl} + \right. \\ & \left. + e^{i\theta_l} Y_{j-1,l} Y_{jl}^*) \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Полагая, что величины  $\theta_l$  являются равномерно распределенными  $[p(\theta_l) = 1/2\pi]$  в интервале однозначности  $|\theta_l| \leq \pi$ , интегрируем выражение (7)

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda} = & \prod_{l=1}^L C_l \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp \{ \cos \theta_l \operatorname{Re} V_l + \\ & + \sin \theta_l \operatorname{Im} V_l \} d\theta_l = \\ = & \prod_{l=1}^L C_l \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp \{ |V_l| \cos(\theta_l - \arg V_l) \} d\theta_l, \end{aligned}$$

где  $V_l = \sum_{j=2}^N Y_{j-1,l}^* Y_{jl}$ .

Данный интеграл является табличным и соответствует модифицированной функции Бесселя нулевого порядка  $I_0(x)$ . При этом  $I_0(x) \approx e^x$  для  $x \gg 1$ , что обычно имеет место при междупериодной обработке сигналов. Тогда

$$\tilde{\Lambda} = \prod_{l=1}^L C_l I_0 |V_l| \approx \left( \prod_{l=1}^L C_l \right) \times \exp \left( \sum_{l=1}^L |V_l| \right). \quad (8)$$

Монотонная функция от (8) соответствует решающей статистике

$$v = \sum_{l=1}^L |V_l| = \sum_{l=1}^L \left| \sum_{j=2}^N Y_{j-1,l}^* Y_{jl} \right|. \quad (9)$$

Внутренняя сумма алгоритма (9) соответствует одноканальной когерентной обработке выходных отсчетов АМФ в частотных каналах, инвариантной к доплеровским сдвигам фаз сигналов. Внешняя сумма соответствует некогерентному объединению выходных отсчетов частотных каналов. При этом слепые скорости цели также исключаются.

АМФ при марковских аппроксимациях помехи, как указывалось выше, преобразуется в векторный адаптивный режекторный фильтр (АРФ), который адаптируется и в случае произвольных корреляционных свойств помехи [2, 3]. На выходе АРФ с комплексными весовыми коэффициентами имеем

$$\tilde{Y}_{jl} = \sum_{k=0}^m \hat{g}_{kl} e^{ik\hat{\phi}_a^{(l)}} U_{j-k,l}$$

где  $m$  – порядок АРФ;  $\hat{g}_{kl}$  – весовые коэффициенты АРФ, определяемые в каждом частотном канале по оценкам междупериодных коэффициентов корреляции помехи [2, 3].

Алгоритм обработки с учетом сокращения накапливаемых отсчетов из-за переходного процесса в АРФ имеет вид

$$\tilde{v} = \sum_{l=1}^L |\tilde{V}_l| = \sum_{l=1}^L \left| \sum_{j=m+1}^N \tilde{Y}_{j-1,l}^* \tilde{Y}_{jl} \right|.$$

Другой упрощенный вариант отношения правдоподобия на основе первой суммы в (6), соответствующей некогерентной обработке, определяется соотношением

$$\tilde{\Lambda} = \prod_{l=1}^L C_l \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N Y_{jl}^* Y_{jl} \right\},$$

которое не зависит от параметра  $\theta_l$ , поэтому интегрирование не изменяет алгоритм обработки, а решающая статистика имеет вид

$$v = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^N |Y_{jl}|^2 \quad (10)$$

и реализуется путем некогерентного суммирования выходных отсчетов АМФ.

При переходе от матричной обработки к векторной алгоритм (10) принимает вид

$$\tilde{v} = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^N |\tilde{Y}_{jl}|^2$$

и соответствует традиционной системе адаптивного когерентного режектирования с последующим некогерентным накоплением в каждом частотном канале.

Применение многочастотного сигнала позволяет существенно расширить интервал однозначного измерения радиальной скорости в когерентно-импульсных РЛС высокой скважност-

ти. При выборе периода повторения зондирующих импульсов  $T$  из условия однозначного измерения дальности интервал однозначного измерения доплеровской частоты в одночастотной РЛС соответствует  $[-1/2T, 1/2T]$ , что совершенно недостаточно для реальных скоростей большинства радиолокационных целей, доплеровская частота которых  $f_d = 2v_r f_n / c$ , где  $v_r$  – радиальная скорость цели,  $f_n$  – несущая частота зондирующего сигнала,  $c$  – скорость распространения радиоволн. При многочастотном сигнале используем разностную доплеровскую частоту  $f_{др} = 2v_r \Delta f / c$  (где  $\Delta f = f_l - f_{l+1}$  – разность несущих частот излучаемых сигналов,  $l = \overline{1, L-1}$ ), что соответствует расширению диапазона однозначного измерения в  $f_n / \Delta f$  раз. Если в соответствии с условием  $f_{др} \leq 1/2T$  для максимально возможной скорости цели  $v_{r, \max}$  выбрать разнос несущих частот  $\Delta f \leq c / 4v_{r, \max} T$ , то во всем диапазоне реальных скоростей цели может быть осуществлено их однозначное измерение.

При многоканальном построении обнаружителей в частотных каналах, например в соответствии с алгоритмом (4), для измерения радиальной скорости используются номера доплеровских каналов  $k_l$ , в которых произошло обнаружение сигнала от цели. Соответствующий разностной доплеровской частоте фазовый сдвиг

$$\Delta\hat{\theta} = \frac{\Delta\Psi}{L-1} \sum_{l=1}^{L-1} (k_l - k_{l+1}), \quad (11)$$

где  $\Delta\Psi = 2\pi / N$  – взаимная расстройка доплеровских каналов.

По оценкам  $\hat{\phi}_n^{(l)}$  адаптивного матричного или режекторного фильтра найдем разностный доплеровский сдвиг фазы помехи

$$\Delta\hat{\phi}_n = \frac{1}{L-1} \sum_{l=1}^{L-1} (\hat{\phi}_n^{(l)} - \hat{\phi}_n^{(l+1)})$$

и разностный доплеровский сдвиг фазы сигнала

$$\Delta\hat{\phi}_c = \Delta\hat{\theta} + \Delta\hat{\phi}_n. \quad (12)$$

Из формул  $\hat{f}_{др} = 2\hat{v}_r \Delta f / c$  и  $\hat{f}_{др} = \Delta\hat{\phi}_c / 2\pi T$  для оценки радиальной скорости получаем

$$\hat{v}_r = \hat{c} \hat{f}_{др} / 2\Delta f = c \Delta\hat{\phi}_c / 4\pi \Delta f T = d \Delta\hat{\phi}_c, \quad (13)$$

где  $d = c / 4\pi \Delta f T$  – весовой коэффициент.

Алгоритм одноканального измерения доплеровской фазы найдем, используя статистику (6). Решая уравнение

$$\partial \tilde{v}(\theta_l) / \partial \theta_l |_{\theta_l = \hat{\theta}_l} = 0$$

относительно  $e^{i\hat{\theta}_l}$ , получаем

$$e^{i\hat{\theta}_l} = V_l / |V_l| = \sum_{j=2}^N Y_{j-1, l}^* Y_{jl} / \left| \sum_{j=2}^N Y_{j-1, l}^* Y_{jl} \right|.$$

Разностной доплеровской фазе соответствует величина

$$e^{i\Delta\hat{\theta}_l} = e^{i\hat{\theta}_l} e^{-i\hat{\theta}_{l+1}} = V_l V_{l+1}^* / |V_l| |V_{l+1}|, \quad l = \overline{1, L-1}.$$

Произведя усреднение тригонометрических функций

$$\sum_{l=1}^{L-1} e^{i\Delta\hat{\theta}_l} = \sum_{l=1}^{L-1} (V_l V_{l+1}^* / |V_l| |V_{l+1}|) = e^{i\Delta\hat{\theta}},$$

найдем усредненное значение оценки

$$\Delta\hat{\theta} = \arctg \left( \frac{\text{Im} \sum_{l=1}^{L-1} V_l V_{l+1}^*}{\text{Re} \sum_{l=1}^{L-1} V_l V_{l+1}^*} \right).$$

С помощью формул (12) и (13) определяется оценка радиальной скорости цели.

**Синтез обнаружителей-измерителей многочастотных сигналов на фоне некоррелированных помех.** Основным видом некоррелированных помех являются собственные шумы приемника. Статистические свойства многочастотных сигналов при этом также описываются соотношением (1) и корреляционными матрицами суммы сигнала и шума  $\mathbf{R}_l^{\text{см}} = \mathbf{R}_l^c + \mathbf{R}_l^{\text{ш}}$  и одного шума  $\mathbf{R}_l^{\text{ш}} = \mathbf{I}$ , элементы которых

$$R_{jk}^{\text{см}(l)} = q_l \rho_{jk}^{(l)} e^{i(j-k)\phi_l} + \delta_{jk} \quad \text{и} \quad R_{jk}^{\text{ш}(l)} = \delta_{jk},$$

где  $q_l = \sigma_{cl}^2 / \sigma_{\text{ш}}^2$  – отношение сигнал/шум,  $\phi_l = \phi_c^{(l)}$  – доплеровский сдвиг фазы сигнала.

Алгоритм оптимального обнаружения также соответствует (2), конкретный вид которого определяется матрицами обработки  $\mathbf{Q}_l = \mathbf{I} - \mathbf{W}_l^{\text{см}}$ , элементы которых  $Q_{jk}^{(l)}$  зависят от корреляционных свойств сигнала. В предельном случае совместных флюктуаций сигнала, соответствующих  $\rho_{jk}^{(l)} = 1$ , элементы матриц обработки с точностью до постоянного множителя имеют вид  $Q_{jk}^{(l)} = e^{i(j-k)\phi_l}$ . Тогда алгоритм обработки в  $l$ -м частотном канале принимает вид

$$u_l = \left| \sum_{j=1}^N e^{-ij\phi_l} U_{jl} \right|^2. \quad (14)$$

Основой алгоритма (14) является многоканальное когерентное накопление. Решение о наличии сигнала принимается отдельно в каждом частотном канале, по результатам

которого на основе аналогичного (11) алгоритма определяется оценка  $\Delta\hat{\rho}_c$ , а затем по формуле (13) – радиальная скорость цели.

Реально флюктуации отраженных сигналов описываются экспоненциальной функцией корреляции  $\rho_{jk}^{(l)} = \exp\{-\pi\Delta F_l T |j-k|\} = \rho_l^{j-k}$  (где  $\Delta F_l T$  – нормированная ширина спектра). Тогда при  $q_l \gg 1$  матрицы обработки  $\mathbf{Q}_l$  имеют ленточно-диагональную структуру с элементами

$$\begin{aligned} Q_{11}^{(l)} &= Q_{NN}^{(l)} = 1 - 1/q_l(1 - \rho_l^2), \\ Q_{jj}^{(l)} &= 1 - (1 + \rho_l^2)/q_l(1 - \rho_l^2), \quad j = \overline{2, N-1}; \\ Q_{j-1,j}^{(l)} &= \rho_l e^{-i\varphi_l} / q_l(1 - \rho_l^2), \\ Q_{j,j-1}^{(l)} &= \rho_l e^{i\varphi_l} / q_l(1 - \rho_l^2), \quad j = \overline{2, N}. \end{aligned}$$

Алгоритм (2) без учета краевых эффектов при  $j=1$  и  $N$  принимает вид

$$\Lambda(\{\varphi_l\}) = \left( \prod_{l=1}^L C_l \right) \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \left[ C_{1l} \sum_{j=1}^N |U_{jl}|^2 + C_{2l} \left( e^{-i\varphi_l} \sum_{j=2}^N U_{j-1,l}^* U_{jl} + e^{i\varphi_l} \sum_{j=2}^N U_{j-1,l} U_{jl}^* \right) \right] \right\}, \quad (15)$$

где  $C_{1l} = 1 - (1 + \rho_l^2)/q_l(1 - \rho_l^2)$ ,  $C_{2l} = \rho_l/q_l(1 - \rho_l^2)$ .

Показатель экспоненты представляет собой взвешенную сумму двух типов алгоритмов между периодной обработки – некогерентного и когерентного. Вклад каждого определяется весовыми коэффициентами  $C_{1l}$  и  $C_{2l}$ , которые зависят от корреляционных свойств отраженного сигнала. Рассмотрим крайние случаи скорости флюктуаций сигнала. В случае быстро флюктуирующего сигнала  $\rho_l \rightarrow 0$ , тогда при  $q_l \gg 1$   $C_{1l} \rightarrow 1$ ,  $C_{2l} \rightarrow 0$  и отношение правдоподобия имеет вид

$$\Lambda = \left( \prod_{l=1}^L C_l \right) \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^N |U_{jl}|^2 \right\},$$

что соответствует решающей статистике

$$u = \sum_{l=1}^L u_l = \sum_{l=1}^L \mathbf{U}_l^* \mathbf{Q}_l \mathbf{U}_l = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^N |U_{jl}|^2, \quad (16)$$

где  $\mathbf{Q}_l = \mathbf{I}$  – матрица обработки для всех частотных каналов.

Данный алгоритм реализует суммирование результатов некогерентного накопления исходных отсчетов в каждом частотном канале.

Исключению первого слагаемого в алгоритме (15) соответствует условие  $C_{1l} \leq 0$ , при котором  $\rho_l \geq \sqrt{(q_l - 1)/(q_l + 1)}$ , что с учетом  $q_l \gg 1$  приводит к  $\rho_l \rightarrow 1$ , т.е. к случаю

совместных флюктуаций сигнала, приближающихся к реальным при  $\Delta F_l T < 0,01$ . Полагая, что  $\rho_l = \rho$  и  $q_l = q_1$ , для отношения правдоподобия получаем

$$\begin{aligned} \Lambda(\{\varphi_l\}) &= \prod_{l=1}^L \Lambda(\varphi_l) = \\ &= C^L \exp \left\{ \frac{1}{2} C_2 \sum_{l=1}^L \left( e^{-i\varphi_l} X_l + e^{i\varphi_l} X_l^* \right) \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

где  $C = \det \mathbf{W}_c$ ,  $C_2 = \frac{\rho}{q_1(1 - \rho^2)}$ ,  $X_l = \sum_{j=2}^N U_{j-1,l}^* U_{jl}$ .

Монотонная функция от (17) соответствует решающей статистике

$$\begin{aligned} u(\{\varphi_l\}) &= \sum_{l=1}^L \left( e^{-i\varphi_l} X_l + e^{i\varphi_l} X_l^* \right) = \\ &= \sum_{l=1}^L \left( \cos \varphi_l \operatorname{Re} X_l + \sin \varphi_l \operatorname{Im} X_l \right). \end{aligned}$$

В полученный алгоритм входят неизвестные величины  $\varphi_l$ , поэтому дальнейший вид алгоритма обработки зависит от способа преодоления априорной неопределенности значений  $\varphi_l$ .

Классическим способом преодоления априорной неопределенности является построение многоканальных систем. При интервале однозначности  $[-\pi, \pi]$  ширина полосы пропускания каждого доплеровского канала  $\Delta\psi = 2\pi/N$ . Неизвестные значения доплеровских сдвигов фаз  $\varphi_l$  заменяются величинами  $\psi_{nl} = \psi_n = (n-1)\Delta\psi$ ,  $n = \overline{1, N}$ . Алгоритм обработки многочастотного сигнала в  $l$ -м частотном канале принимает вид

$$u_{nl} = a_n \operatorname{Re} X_l + b_n \operatorname{Im} X_l \geq u_{0n}, \quad l = \overline{1, L}, \quad (18)$$

где  $a_n = \cos[(n-1)\Delta\psi]$ ,  $b_n = \sin[(n-1)\Delta\psi]$ .

Особенностью данного алгоритма является одноканальное когерентное накопление входных отсчетов  $U_{jl}$ . Аналогично алгоритму (14) имеется возможность однозначного измерения радиальной скорости цели в заданном диапазоне.

Другим способом преодоления априорной неопределенности является замена неизвестных значений  $e^{i\varphi_l}$  их состоятельными оценками  $e^{i\hat{\varphi}_l}$ , что приводит к адаптивному алгоритму:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{l=1}^L u_l = \sum_{l=1}^L \left( e^{-i\hat{\varphi}_l} X_l + e^{i\hat{\varphi}_l} X_l^* \right) = \\ &= \sum_{l=1}^L \left( \cos \hat{\varphi}_l \operatorname{Re} X_l + \sin \hat{\varphi}_l \operatorname{Im} X_l \right). \quad (19) \end{aligned}$$

Алгоритм оценки величин  $e^{i\varphi_l}$  находится методом максимального правдоподобия. В данном случае уравнениям максимального правдоподобия эквивалентна система уравнений

$$\partial \ln \Lambda(\varphi_l) / \partial \varphi_l |_{\varphi_l = \hat{\varphi}_l} = 0, \quad l = \overline{1, L}, \quad (20)$$

где  $\Lambda(\varphi_l)$  являются сомножителями выражения (17). Решая каждое уравнение данной системы, находим

$$e^{i\hat{\varphi}_l} = \cos \hat{\varphi}_l + i \sin \hat{\varphi}_l = X_l / |X_l|, \quad l = \overline{1, L}. \quad (21)$$

При отношении сигнал/шум, близком к пороговому, достоверность оценок  $e^{i\hat{\varphi}_l}$  оказывается невысокой, что снижает эффективность адаптивного алгоритма (19). В связи с этим представляет интерес инвариантный по отношению к доплеровским сдвигам фаз  $\varphi_l$  алгоритм, получаемый путем соответствующего интегрирования выражения (17). Предполагая, что доплеровские фазы имеют равномерное распределение в интервале  $[-\pi, \pi]$ , находим

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{1}{(2\pi)^L} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda(\{\varphi_l\}) d\varphi_1, \dots, d\varphi_L = \\ &= C^L \prod_{l=1}^L \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\{C_2 |X_l| \cos(\varphi_l - \arg X_l)\} d\varphi_l. \end{aligned}$$

Данный интеграл также соответствует модифицированной функции Бесселя нулевого порядка  $I_0(C_2 |X_l|)$ . При этом  $I_0(x) \approx e^x$  для  $x \gg 1$ , что обычно имеет место при междупериодной обработке сигналов. Тогда

$$\Lambda \approx C^L \prod_{l=1}^L \exp(C_2 |X_l|) = C^L \exp\left(C_2 \sum_{l=1}^L |X_l|\right),$$

что приводит к решающей статистике

$$u = \sum_{l=1}^L |X_l| = \sum_{l=1}^L \left| \sum_{j=2}^N U_{j-1,l}^* U_{jl} \right| \geq u_0, \quad (22)$$

соответствующей инвариантному к доплеровским сдвигам фаз  $\varphi_l$  алгоритму, реализующему в каждом частотном канале одноканальное когерентное накопление произведений комплексно-сопряженных соседних отсчетов  $U_{jl}$ .

Рассмотрим теперь измерение радиальной

скорости цели. Используя оценки (21), соответствующие смежным частотным каналам, находим

$$e^{i\Delta\hat{\varphi}_l} = e^{i\hat{\varphi}_l} e^{-i\hat{\varphi}_{l+1}} = X_l X_{l+1}^* / |X_l| |X_{l+1}|. \quad (23)$$

Произведя усреднение

$$\sum_{l=1}^{L-1} e^{i\Delta\hat{\varphi}_l} = \sum_{l=1}^{L-1} (X_l X_{l+1}^* / |X_l| |X_{l+1}|) = e^{i\Delta\hat{\varphi}},$$

вычислим усредненное значение оценки

$$\Delta\hat{\varphi} = \arctg\left(\frac{\text{Im} \sum_{l=1}^{L-1} X_l X_{l+1}^*}{\text{Re} \sum_{l=1}^{L-1} X_l X_{l+1}^*}\right), \quad (24)$$

по которому с помощью формулы (13) определяется оценка радиальной скорости цели.

На рисунке 1 приведена реализующая алгоритмы (13), (22), (23) и (24) при  $L=2$  структурная схема обнаружителя-измерителя [4], содержащая запоминающие на период повторения  $T$  устройства  $ЗУ_T$ , комплексные перемножители ( $\times$ ), блоки комплексного сопряжения ( $*$ ), синхронные накопители СН, вычислители модуля ВМ, вычислитель фазы ВФ [5], выполняющий вычисления по алгоритму (24) и расширяющий диапазон измерения  $\Delta\hat{\varphi}$  до интервала  $[-\pi, \pi]$ , сумматор ( $\Sigma$ ), весовой блок ( $\times$ ), пороговое устройство ПУ и ключ К, пропускающий на выход обнаружителя-измерителя оценку  $\hat{v}_r$  при поступлении сигнала обнаружения СО, используемого далее при автосъеме других координат цели.

**Анализ обнаружителей-измерителей многочастотных сигналов.** Для расчета характеристик обнаружения необходимо найти распределение решающей статистики  $v$  или  $u$ , получаемой на выходе анализируемой системы обработки многочастотного сигнала. При этом будем использовать универсальную методику анализа на основе метода характеристических функций [6]. Характеристическая функция величины  $u$  при нормальном распределении векторов  $U_l$  определяется как:

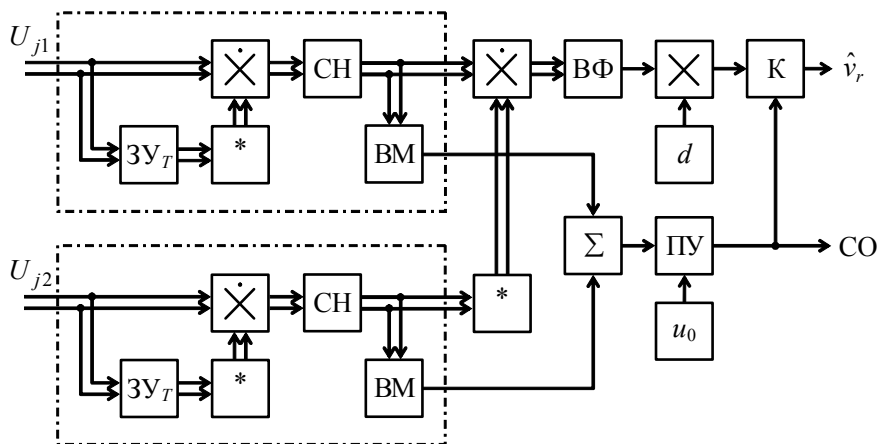


Рисунок 1

$$\Theta_u(it) = \prod_{l=1}^L \overline{\exp(itu_l)} = \prod_{l=1}^L [\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{R}_l\mathbf{Q}_l)]^{-1}. \quad (25)$$

Плотность вероятности величины  $u$  находится с помощью преобразования Фурье характеристической функции (25):

$$w(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_u(it) \exp(-itu) dt. \quad (26)$$

Дальнейший анализ зависит от метода приведения определителя в подынтегральном выражении к более удобному для исследования виду. Используем для этой цели метод собственных значений [6]. Тогда характеристическую функцию (25) можно представить в виде

$$\Theta_u(it) = \prod_{l=1}^L \Theta_{u_l}(it) = \left( \prod_{l=1}^L \prod_{j=1}^N (1 - 2it\lambda_j^{(l)}) \right)^{-1}, \quad (27)$$

где  $\lambda_j^{(l)}$  – собственные значения матриц  $\mathbf{R}_l\mathbf{Q}_l$ .

Точное выражение для искомой плотности вероятности  $w(u)$  получается при интегрировании в соотношении (26) с использованием метода вычетов и с учетом выражения (27). При этом необходимо учитывать, что собственные значения являются кратными  $\lambda_j^{(l)} = \lambda_j$ ,  $l = \overline{1, L}$ , причем кратность числа  $\lambda_j$  равна  $L$ . Тогда вероятность превышения порога  $u_0$  величиной  $u$  может быть представлена в виде:

$$P(u \geq u_0) = \int_{u_0}^{\infty} w(u) du = \sum_{j=1}^K \frac{1}{(L-1)!} \times \times \frac{d^{L-1}}{d\lambda_j^{L-1}} \left[ \lambda_j^{L-1} \exp\left(-\frac{u_0}{\lambda_j}\right) \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^N \left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_j}\right)^{-L} \right], \quad (28)$$

где  $K$  – число различных положительных собственных значений матрицы  $\mathbf{R}_l\mathbf{Q}_l$ , не равных нулю.

При оптимальной обработке по алгоритму (3) использование в выражении (28) собственных значений матриц  $\mathbf{R}_l^n\mathbf{Q}_l$  или  $\mathbf{R}_l^m\mathbf{Q}_l = \mathbf{Q}_l$  приводит к вычислению вероятности ложной тревоги  $F$ , а собственных значений матриц  $\mathbf{R}_l^{\text{сн}}\mathbf{Q}_l = \mathbf{R}_l^{\text{сн}}(\mathbf{W}_l^n - \mathbf{W}_l^{\text{сн}})$  или  $\mathbf{R}_l^{\text{см}}\mathbf{Q}_l = \mathbf{R}_l^{\text{см}}(\mathbf{I} - \mathbf{W}_l^{\text{см}})$  – к вероятности правильного обнаружения  $D$ .

Широко распространенным на практике системам когерентного режектирования с последующим некогерентным накоплением остатков режектирования соответствуют матрицы обработки  $\mathbf{Q}_l$ , элементы которых имеют вид

$$Q_{jk}^{(l)} = Q_{kj}^{(l)} = \sum_{n=1}^N h_{N-n}^{(l)} g_{n-j}^{(l)} g_{n-k}^{(l)},$$

где  $g_i^{(l)}$ ,  $h_m^{(l)}$  – коэффициенты импульсных характеристик соответственно фильтров режекции и накопления.

Инвариантной к доплеровским сдвигам фаз обработке по алгоритму (22) соответствуют матрицы  $\mathbf{Q}_l$ , элементы которых  $Q_{j-1,j}^{(l)} = e^{-i\varphi_l} / 2$ ,  $Q_{j,j-1}^{(l)} = e^{i\varphi_l} / 2$ , иначе  $Q_{jk}^{(l)} = 0$ ; а некогерентному накоплению по алгоритму (16) – матрицы  $\mathbf{Q}_l = \mathbf{I}$ .

При многоканальном обнаружении сигналов с неизвестной доплеровской скоростью в каждом частотном канале осуществляется раздельное обнаружение в доплеровских каналах, обработка в которых описывается матрицами  $\mathbf{Q}_{ln}$ , зависящими от настроек каналов  $\psi_n = 2\pi(n-1)/N$ . Многоканальный алгоритм (18) также может быть описан в виде квадратичной формы, аналогичной (3). Элементы матриц обработки  $\mathbf{Q}_{ln}$  при этом имеют вид  $Q_{j-1,j}^{(ln)} = Q_{j-1,j}^{(n)} = e^{-i\psi_n}$ ,  $Q_{j,j-1}^{(ln)} = Q_{j,j-1}^{(n)} = e^{i\psi_n}$ , остальные элементы равны нулю.

Вероятность ложной тревоги в одном доплеровском канале  $F_1$  связана с вероятностью ложной тревоги  $F$  для многоканальной системы в целом выражением

$$F = 1 - (1 - F_1)^{LN} \approx LNF_1,$$

из которого следует, что  $F_1 \approx F / LN$ .

При условии статистической независимости отраженных сигналов в каждом частотном канале вероятность пропуска сигнала от цели одновременно во всех частотных каналах равна  $\prod_{l=1}^L (1 - D_l) = (1 - D_1)^L$ . Тогда вероятность правильного обнаружения сигнала хотя бы в одном частотном канале

$$D = 1 - (1 - D_1)^L. \quad (29)$$

Более просто характеристики обнаружения определяются при совместных флюктуациях сигнала и многоканальном когерентном накоплении в соответствии с алгоритмом (14). Полагаем, что мощность излучаемых импульсов распределяется между  $L$  частотными каналами поровну. Отношение сигнал/шум на входе каждого частотного канала  $q_1 = q/L$ , где  $q$  – отношение суммарной мощности многочастотного сигнала к шуму одного канала. С учетом выигрыша в отношении сигнал/шум при когерентном накоплении  $N$  импульсов вероятность правильного обнаружения сигнала в одном частотном канале определяется известной формулой

$$D_1 = F_1^{1/(1+Nq_1)} = F_1^{1/(1+Nq/L)},$$

где  $F_1 \approx F/LN$  – вероятность ложной тревоги в одном доплеровском канале.

Учитывая выражения (29) для  $D_1$  и  $F_1 \approx F/LN$ , окончательно получаем

$$D = 1 - \left[ 1 - (F/LN)^{1/(1+Nq/L)} \right]^L, \quad (30)$$

откуда для порогового отношения сигнал/шум находим

$$q = \frac{L}{N} \left\{ \frac{\log(F/LN)}{\log[1 - (1-D)^{1/L}]} - 1 \right\}. \quad (31)$$

Соответствующие выражению (30) при  $N=20$  и  $F=10^{-6}$  характеристики обнаружения приведены на рисунке 2.

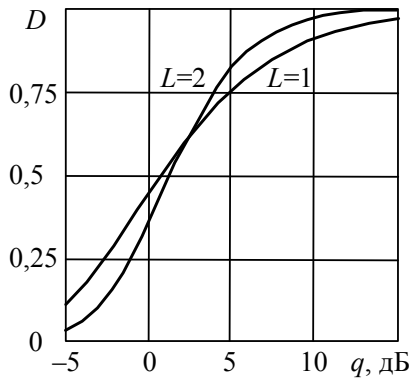


Рисунок 2

Как видим, присущие совместным флуктуациям одночастотного сигнала известные потери при больших вероятностях обнаружения уменьшаются при двухчастотном сигнале. Это обусловлено статистической независимостью отраженных сигналов, при которой вероятность одновременного пропадания сигналов на двух частотах оказывается ниже, чем на одной.

На рисунке 3 для совместных флуктуаций сигнала,  $D=0,9$ ,  $F=10^{-6}$  и  $r_l=1-0,05(l-1)$  приведены зависимости порогового отношения сигнал/шум от числа частотных каналов. Кривая 1, рассчитанная по формуле (31), соответствует многоканальному когерентному обнаружителю по алгоритму (14) в каждом канале, кривая 2 – инвариантному обнаружителю по алгоритму (22) и кривая 3 – некогерентному обнаружителю по алгоритму (16). Как видим, существует оптимальное число каналов  $L=2...4$ , при котором достигается выигрыш в пороговом отношении сигнал/шум 2,5...3 дБ по сравнению с одночастотными обнаружителями. Это позволяет соответствующим образом уменьшить излучаемую суммарную мощность или при одинаковой с одночастотным сигналом суммарной мощности увеличить дальность обнаружения РЛС. Ин-

вариантный обнаружитель по сравнению с многоканальным когерентным обнаружителем несущественно проигрывает в эффективности, но зато является более простым в реализации, а по сравнению с некогерентным обнаружителем имеет выигрыш, равный 2,5 дБ при  $L=2...4$ .

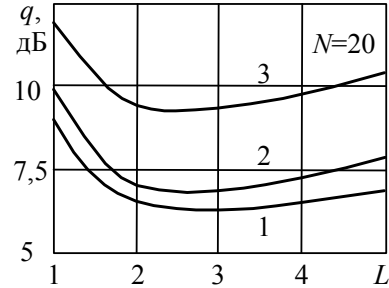


Рисунок 3

Рассмотрим точность измерения доплеровского сдвига фазы  $\Delta\phi$ , соответствующего разностной частоте. С учетом асимптотической эффективности и асимптотической нормальности распределения оценки  $\hat{\Delta\phi}$  для определения ее дисперсии используем выражение Крамера–Рао:

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 = - \left[ \frac{\partial^2 \ln P_{\text{сш}}(\{U_l\} / \Delta\phi)}{\partial \Delta\phi^2} \right]^{-1}, \quad (32)$$

где  $P_{\text{сш}}(\{U_l\} / \Delta\phi)$  – аналогичная (1) совместная плотность вероятности совокупности  $\{U_l\}$  с корреляционными матрицами суммы сигнала и шума  $\mathbf{R}_l^{\text{сш}} = \mathbf{R}_l^c + \mathbf{R}_l^{\text{ш}}$ , где  $\mathbf{R}_l^{\text{ш}} = \mathbf{I}$ .

После вычислений в (32) получим

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 = \left[ \sum_{l=1}^L \text{sp}(\mathbf{B}_l \mathbf{R}_l^*) / \det \mathbf{R}_l \right]^{-1}, \quad (33)$$

где символ  $\text{sp}$  обозначает след матрицы, элементы матрицы  $\mathbf{B}_l$  определяются как  $B_{jk}^{(l)} = -(j-k)^2 A_{jk}^{(l)}$ ,  $A_{jk}^{(l)}$  – алгебраические дополнения  $Ad(R_{jk}^{(l)})$  элементов  $R_{jk}^{(l)}$ .

При измерении разностного доплеровского сдвига фазы  $\Delta\phi$  по алгоритму, аналогичному (11), точность определяется интервалом  $\Delta\psi$  и числом усредняемых оценок, равным  $L-1$ . С учетом равновероятных значений  $\phi_l$  в интервале  $\Delta\psi$  дисперсия оценки  $\hat{\phi}_l$  для одного частотного канала  $\sigma_{\phi_l}^2 = (\Delta\psi)^2 / 12$ . Тогда дисперсия усредненной оценки разностного доплеровского сдвига фазы

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 = L \sigma_{\phi_l}^2 / (L-1) = L(\Delta\psi)^2 / 12(L-1). \quad (34)$$

Соответствующая выражению (33) зависимость для среднеквадратичной величины  $\sigma_{\Delta\phi}$

при  $q = 7$  дБ сплошной кривой приведена на рисунке 4.

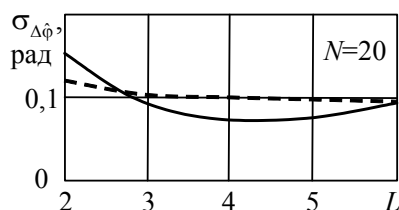


Рисунок 4

Штриховая кривая рассчитана по формуле (34) для многоканального измерителя и не зависит от величины  $q$ . Как видим, существует оптимальное число частотных каналов  $L = 4 \dots 5$ , при котором точность измерения для одноканального измерителя по сравнению с  $L = 2$  повышается в 2 раза. С учетом зависимостей для порогового отношения сигнал/шум (рисунок 3) оптимальное число частотных каналов при совместном обнаружении-измерении  $L = 3 \dots 4$ . Из функциональной связи (13) между оценками радиальной скорости и доплеровского сдвига фазы следует, что среднеквадратичная ошибка измерения радиальной скорости  $\sigma_{\dot{v}_r} = d\sigma_{\Delta\phi}$ .

**Заключение.** Синтезированные обнаружи-

тели-измерители многочастотных радиолокационных сигналов позволяют в когерентно-импульсных РЛС высокой скважности решить проблему слепых скоростей при обнаружении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех и осуществить однозначное измерение радиальной скорости при сохранении однозначного измерения по дальности.

#### Библиографический список

1. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977. – 432 с.
2. А. с. 934816 СССР, МПК<sup>6</sup> G 01 S 7/36, G 01 S 13/52. Режекторный фильтр / Д.И. Попов. – 20 с.
3. Попов Д.И. Адаптация нерекурсивных режекторных фильтров // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2009. – № 4. – С. 46-55.
4. Патент № 2166772 РФ, МПК<sup>7</sup> G 01 S 13/58. Обнаружитель-измеритель многочастотных сигналов / Д. И. Попов, А. Г. Белокрылов. – 20 с.
5. Патент № 2165627 РФ, МПК<sup>7</sup> G 01 R 25/00. Доплеровский фазометр многочастотных сигналов / Д. И. Попов, А. Г. Белокрылов. – 22 с.
6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: В 2 т. – М.: Сов. радио, 1962. – Т 2. – 832 с.

УДК 629.05::62-9:629.78.054:536.7

**В.В. Климаков, А.В. Молчанов, А.И. Улитенко, М.В. Чиркин**

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НА КОЛЬЦЕВЫХ ГАЗОРАЗРЯДНЫХ ЛАЗЕРАХ

*Исследован тепловой режим бесплатформенной инерциальной навигационной системы на лазерных гироскопах и кварцевых акселерометрах. Перепады температурного поля измерены в зависимости от температуры окружающей среды. Обнаружены перестройки тепловых потоков внутри системы, снижающие эксплуатационную надежность. Определен допустимый предел для разности температур инерциальных датчиков и внешней поверхности корпуса системы.*

**Ключевые слова:** теплоотдача, тепловой режим, бесплатформенная инерциальная навигационная система, лазерный гироскоп, блок чувствительных элементов, термодатчик, сервисная электроника.

**Введение.** Развитие бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) [1] неизбежно связано с усложнением проблемы их охлаждения. В процессе эксплуатации БИНС температура окружающей среды изменяется в пределах  $-60 \dots +80$  °С. В таких условиях необходимость отвода мощностей в десятки ватт и

тенденция к снижению массогабаритных показателей затрудняют использование традиционных способов теплоотвода [2]. Как следствие, значительная часть отказов БИНС обусловлена перегревом их внутренних элементов.

*Цель настоящей работы* – определить требования к условиям отвода тепла от внутренних

элементов и узлов, выполнение которых необходимо для достижения эксплуатационной надежности инерциальной навигационной системы.

Нестабильность температуры блока чувствительных элементов (БЧЭ) приводит к появлению дополнительных погрешностей у лазерных гироскопов, которые невозможно полностью компенсировать за счет внутренних настроек [3,4]. Дрейф температуры компенсационного акселерометра изменяет его «нулевой сигнал» и крутизну выходной характеристики [5]. В конечном итоге перечисленные причины отражаются на степени достоверности навигационной информации.

Конструкция БИНС (рисунок 1) включает герметичный корпус 6 из литейного сплава Д16; внутри корпуса расположены платы отсека сервисной электроники 1 и блок чувствительных элементов 2 - триады лазерных гироскопов с вибрационной частотной подставкой и кварцевых акселерометров компенсационного типа, а также первичные преобразователи информационных сигналов 4. Высоковольтный источник 5 предназначен для питания инерциальных датчиков, включая зажигание и поддержание разряда постоянного тока в кольцевых гелий-неоновых лазерах [6].

Питание БИНС осуществляется от бортовой сети с напряжением 27 В; общее тепловыделение внутри системы – 70 Вт. Для охлаждения отсека электроники и блока чувствительных элементов используются теплопроводность и естественная конвекция с последующей теплопередачей через стенки внешнего корпуса в окружающую среду.

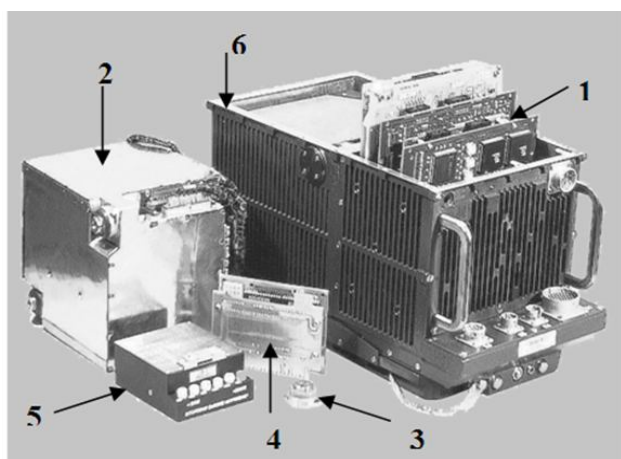


Рисунок 1 - БИНС на лазерных гироскопах:

- 1 - платы отсека сервисной электроники,  
2 - блок чувствительных элементов,  
3 - акселерометр, 4 - первичный преобразователь сигналов датчиков, 5 - высоковольтный стабилизированный источник питания, 6 - внешний корпус

**Экспериментальная установка для исследования теплового режима.** В процессе исследований теплового режима зарегистрировано температурное поле внутренних элементов и корпуса БИНС, а также динамика выхода прибора на установившийся тепловой режим.

Для проведения исследований корпус БИНС был размещен внутри управляемого термостата, позволяющего стабилизировать температуру с точностью  $\pm 0,5$  °С около выбранной величины в диапазоне +20...+55 °С.

Таблица

№ датчика	Расположение датчика
<b>Блок чувствительных элементов</b>	
1	Высоковольтный источник, нижняя часть
2	Усилитель УРПК
3	Блок акселерометров
4	Корпус БЧЭ, боковая стенка
5	Корпус БЧЭ, дно
6	Высоковольтный источник, верхняя часть
7	Крышка гироскопа X
8	Крышка гироскопа У
9	Крышка гироскопа Z
<b>Сервисная электроника</b>	
10	Плата СД
11	Плата СД
12	ВИНС ПЛИС
13	ВИНС ПЛИС
14	ВИНС ПЛИС
15	ВИНС ПЛИС
16	Процессор
17	Процессор XC95288 ВМ КНС
18	Процессор XC95288
<b>Внешняя поверхность корпуса</b>	
19	Крышка отсека электроники, центр
20	Крышка БЧЭ, центр
21	Задняя стенка, центр
22	Левая стенка БЧЭ, центр
23	Левая стенка отсека электроники
24	Передняя стенка, центр
25	Правая стенка отсека электроники
26	Правая стенка БЧЭ
27	Дно
28	Термостат

Измерение температуры элементов навигационной системы выполнено с помощью 28 термодатчиков LM35DZ, расположение которых отражает таблица. Погрешность измерения тем-



пературы не превышает  $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Для регистрации сигналов термодатчиков использован вольтметр В7-27А/1. Датчики опрашивались в последовательном порядке через каждые 30 секунд. Два отсчета температуры с помощью каждого датчика разделены интервалом времени 14 минут.

**Результаты исследований.** Закономерности процесса релаксации элементов БИНС к установившемуся тепловому режиму отражает рисунок 2, на котором приведены результаты, соответствующие температуре термостата  $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . По оси абсцисс отложено время, прошедшее после подачи питающего напряжения, а по оси ординат – показания соответствующего термодатчика.

Релаксация температур, зарегистрированных термодатчиками в отсеке электроники и на внешнем корпусе, близка к экспоненциальной. Однако часть датчиков, расположенных внутри БЧЭ, через 60 – 90 минут после включения БИНС зарегистрировали отклонения от монотонной релаксации вплоть до кратковременного уменьшения температуры на  $1 - 2\text{ }^{\circ}\text{C}$  (см. выноску на рисунке 2). Первоначально температура крышки гироскопа Z, расположенного в вертикальной плоскости (кривая 9), больше температуры крышки гироскопа Y (кривая 8), расположенного в горизонтальной плоскости в верхней части БЧЭ над высоковольтным источником.

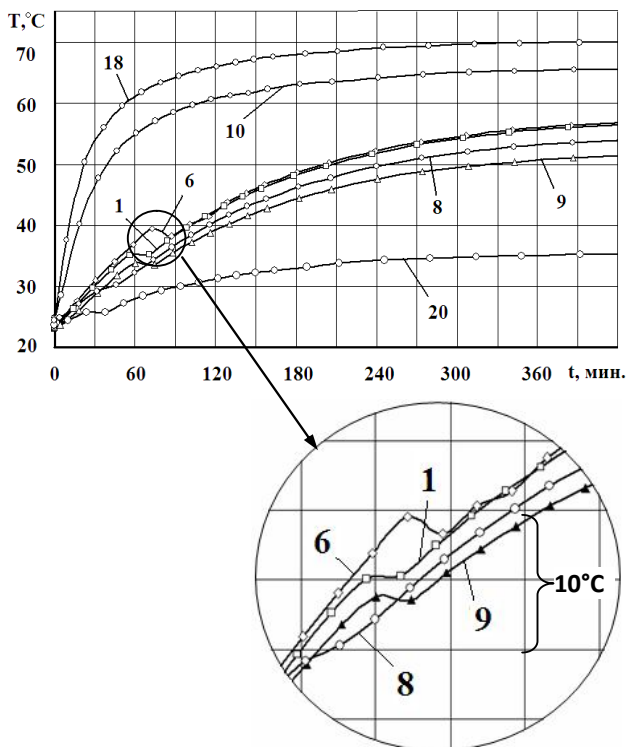


Рисунок 2 - Динамика выхода элементов БИНС к установившимся значениям при температуре окружающей среды  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  (номера около кривых соответствуют номерам датчиков в таблице)

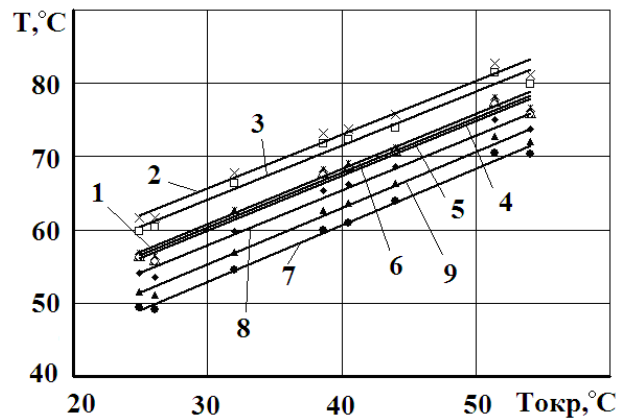


Рисунок 3 – Зависимость температур элементов БЧЭ от температуры окружающей среды (номера прямых соответствуют номерам датчиков в таблице)

После изменения теплового режима ситуация противоположна: гироскоп Y в верхней части БЧЭ нагревается сильнее. Несколько позже на произошедшее изменение реагирует температура верхней части высоковольтного источника (кривая 6).

На рисунках 3 – 5 приведены зависимости установившихся значений температур элементов и поверхности корпуса БИНС от температуры окружающей среды. Наиболее термонагруженной зоной является блок сервисной электроники, что отражают температуры даже соответствующих участков внешнего корпуса. Экстраполяция зависимостей на рисунках 3, 4 до температуры окружающей среды  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  позволяет заключить, что отдельные участки плат сервисной электроники окажутся нагреты до  $130\text{ }^{\circ}\text{C}$ , что неизбежно приведет к выходу системы из строя. Температура корпуса гироскопа Y при этом достигнет  $95\text{ }^{\circ}\text{C}$ , что близко к предельно допустимому значению  $110\text{ }^{\circ}\text{C}$ , за которым происходит разгерметизация кольцевого лазера.

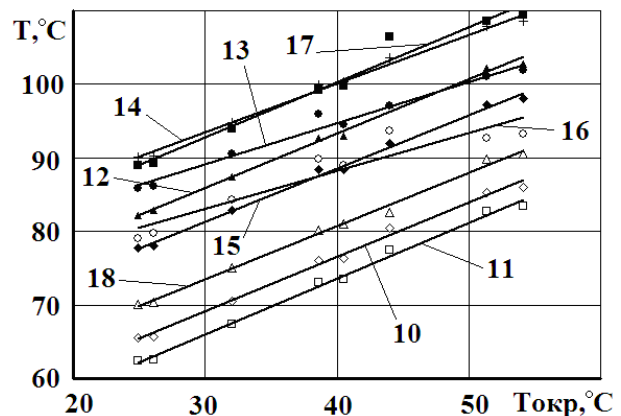


Рисунок 4 – Зависимость температуры элементов отсека электроники от температуры окружающей среды (номера прямых соответствуют номерам датчиков в таблице)

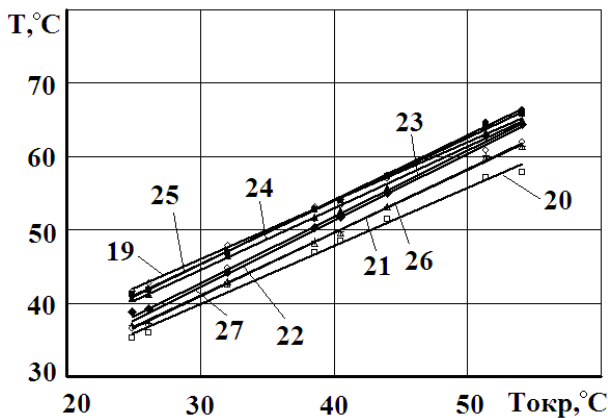


Рисунок 5 – Зависимость температуры элементов внешней поверхности корпуса от температуры окружающей среды (номера прямых соответствуют номерам датчиков в таблице)

Приведенные экспериментальные данные свидетельствуют о следующем.

1. Времена релаксации, определенные по уровню 0,8 от установившихся значений температур (рисунок 2), резко отличаются для разных частей БИНС. Наименьшая инерционность (~ 30 мин.) характерна для наиболее термонагруженных элементов: ПЛИС и процессоров (датчики № 12 - 18). Время релаксации температурного поля внутри блока чувствительных элементов достигает 3 часов. Столь сильное различие скоростей приближения к динамическому равновесию является признаком несбалансированности теплового режима системы в целом.

2. Аномалии, обнаруженные в динамике приближения температур элементов БЧЭ к установившимся значениям (рисунок 2, кривые 1, 6, 8, 9), являются индикатором перестройки внутреннего температурного поля, произошедшей через час после начала функционирования БИНС. Последовавший за этим разогрев гироскопа Y в верхней части БЧЭ (см. также рисунок 3) указывает на скачкообразное усиление конвекционных потоков, которые переносят более теплый воздух от источника питания вверх. Перестройка потоков реализуется при достижении перепада температуры 7...8 °C между высоковольтным источником 5 и внешней поверхностью корпуса 6. Изменение распределения потоков тепла около лазерных гироскопов относится к факторам, снижающим эксплуатационную надежность БИНС: неоднородность температурного поля внутри кольцевого лазера увеличивает систематическую погрешность при регистрации угловой скорости (так называемый «сдвиг нуля» [7]).

В процессе экспериментов зафиксированы сбои в работе сервисной электроники БИНС,

число которых возрастает с ростом температуры окружающей среды (рисунок 6). Их непосредственной причиной является приближение температуры процессоров к 100 °C. Однако при достижении температуры окружающей среды значения 55 °C первые сбои совпадают по времени с перестройкой температурного поля в БЧЭ.

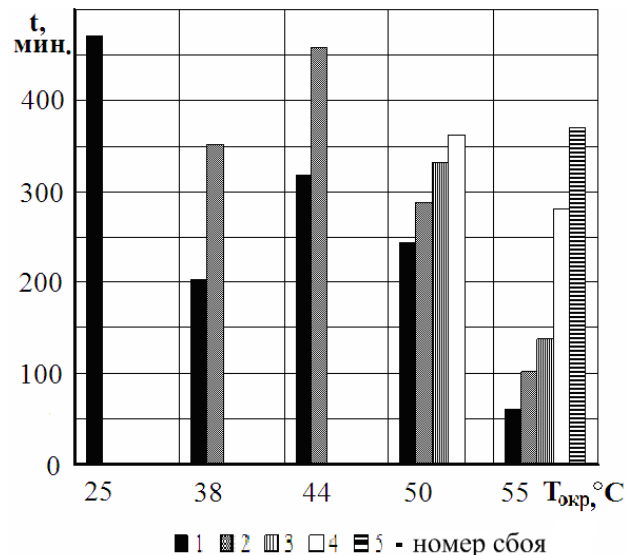


Рисунок 6 - Диаграмма сбоев БИНС по времени от температуры окружающей среды

**Заключение.** Результаты выполненных исследований теплового режима БИНС на лазерных гироскопах приводят к следующим выводам.

1. Обнаружена несбалансированность теплового режима БИНС, которая содержит два фактора риска для эксплуатационной надежности: сбои сервисной электроники вследствие перегрева и неоднородность температурного поля внутри блока чувствительных элементов, изменяющегося в процессе работы.

2. Достижение надежного функционирования навигационной системы требует уменьшить перепады температур между внутренними элементами и корпусом до 5 - 6 °C вместо наблюдаемых значений 20 - 40 °C. Однако высокая плотность монтажа элементов и их энергопотребление не позволяют приблизиться к требуемому перепаду температуры при использовании лишь теплопроводности и естественной конвекции.

3. В рассматриваемой ситуации ослабить неравномерность температурного поля и обеспечить его стабильность возможно лишь за счет организации эффективной передачи тепла от внутренних элементов БИНС к ее внешнему корпусу. Один из возможных вариантов решения проблемы заключается в использовании с этой целью тепловых труб [8, 9].

**Библиографический список**

1. Titterton D.H., Weston J.L. Strapdown inertial navigation technology. – Institution of Electrical Engineers, UK, 2004. – 581 p.

2. Chirkin M.V., Klimakov V.V., Ulitenko A.I., Molchanov A.V. Passive controlling of a temperature field inside strapdown inertial navigation system// Proceeding of 18<sup>th</sup> International Conference on Integrated Navigation Systems. - St. Petersburg, 2011, P. 122-124.

3. Молчанов А.В., Кобзева О.В.. Методика определения температурной погрешности лазерного гироскопа// 4-я международная конференция «Авиация и космонавтика», тезисы докладов. – М.: изд-во МАИ, 2005. – С. 123.

4. Молчанов А.В., Чиркин М.В. Новый подход к прогнозированию ресурса кольцевого лазера при изготовлении лазерного гироскопа// Приборы. – 2007. - № 11(89). - С. 15-23.

5. Kalihman L.J., Kalihman D.M., Kaldimov N.A.,

Polushkin A.V., Nahov S.F. Use of precision quartz measuring instruments apparent acceleration in modern inertial navigation control systems// Proceeding of 11<sup>th</sup> International Conference on Integrated Navigation Systems. - St. Petersburg, 2004, P. 280-284.

6. Крютченко О.Н., Молчанов А.В., Морозов Д.А., Чиркин М.В. Зажигание двухплечевого разряда в кольцевом лазере// Вестник РГРТУ. – 2011. - № 2(36). – С. 71-75.

7. Aronovitz F. Fundamentals of the ring laser gyro// Optical Gyros and their Application. - RTO-AG-339, 1999. – P.3-1, 4-45.

8. Patent № US20050180109A1. Self-Excited vibration heat pipe and computer with the heat pipe/Yoshiro Miyazaki, Fukui (JP), Kaneko Miyazaki, Fukui (JP).

9. Dun P.D., Reay D.A. Heat Pipes. Pergamont in Oxford, England, 1994, P. 348.

УДК 621.317.73

**В.А. Антипов, А.П. Чехов**

## **ВЫБОР СРЕДСТВ ТЕХНИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ НА ЭТАПЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ**

*Рассмотрен этап технологической подготовки производства, связанный с метрологической экспертизой. Дано обоснование выбора статической функции преобразования комплекса измерительных преобразователей системы входного контроля комплектующих изделий производства РЭО ответственного назначения. Рассмотрена задача нахождения количественных соотношений, позволяющих сравнить варианты средств технического контроля.*

**Ключевые слова:** метрологические характеристики, статическая функция преобразования, измерительный преобразователь.

**Введение.** Частью метрологической подготовки производства высоконадёжной медицинской радиоэлектронной аппаратуры (МРЭА) является метрологическая экспертиза (МЭ) средств технологического контроля.

К основным задачам МЭ можно отнести анализ метрологических характеристик (МХ), выбор и обоснование применяемых (разрабатываемых) контрольно-измерительных средств, используемых в производстве МРЭА.

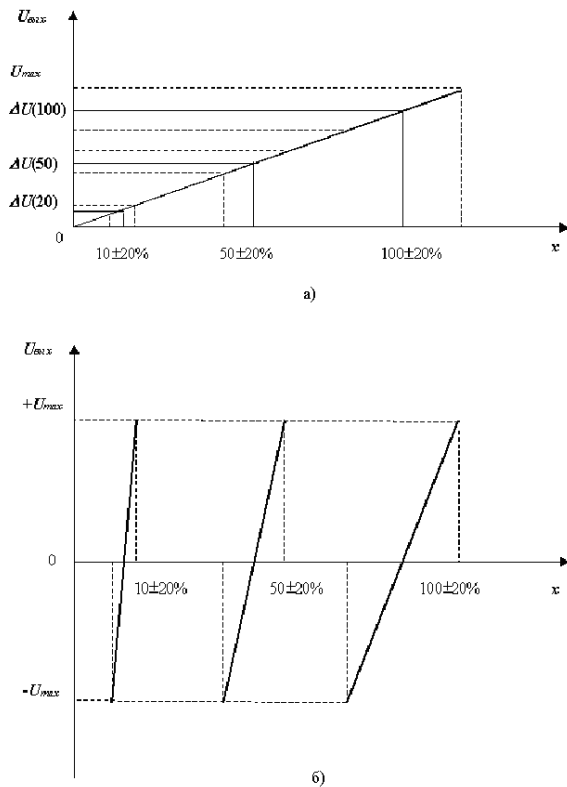
Входной контроль комплектующих изделий электронной техники (ИЭТ) – это единственный этап технологического процесса, где осуществляется не только контроль отклонений параметров ИЭТ от номинальных значений, но и измерение их истинных значений. Эта информация необходима для системы управления качеством [1, 2, 3]. В связи с этим требования к точности контрольно-измерительных средств, используе-

мых на этапе входного контроля, особенно высокие.

Контрольно-измерительный канал может строиться на основе либо преобразователей относительного отклонения параметров ИЭТ от номинала в напряжение (ПООН), либо преобразователей абсолютного значения измеряемых параметров ИЭТ в напряжение (ПАЗН).

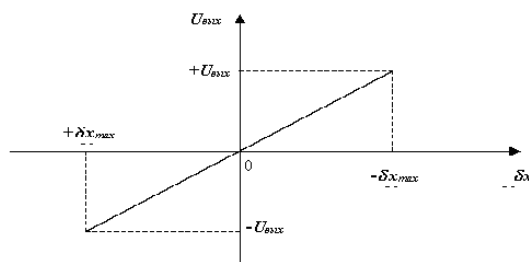
**Цель работы.** В работе ставится задача нахождения количественных соотношений, позволяющих сравнить по точности ПООН и ПАЗН.

**Теоретическая часть.** Рассматриваемые измерительные преобразователи (ИП) характеризуются следующими функциями преобразования (ФП):  $U_{\text{вых}} = k_0 \delta x$  и  $U_{\text{вых}} = k_1 x$ , где  $x$  – параметр радиоэлемента,  $\delta x$  – его относительное отклонение. На рисунке 1 а, б показаны ФП обоих типов преобразователей.



**Рисунок 1 - Функции преобразования ПАЗН (а) и ПООН (б)**

С целью сравнения функций преобразования приведены пределы изменения выходного напряжения для трех номинальных значений:  $x=10, 20, 100$ , имеющих относительное отклонение  $\pm 20\%$ . В относительных отклонениях ФП изображена на рисунке 2.



**Рисунок 2 - Функция преобразования в относительных отклонениях**

Будем считать, что после получения выходного напряжения оно сравнивается с управляемым напряжением допуска. Для дальнейших рассуждений не имеет принципиального значения способ сравнения – достаточно знания его точностных характеристик.

Примем равными для обоих типов преобразователей исходные условия. Первое – абсолютные погрешности преобразователей складываются из аддитивной, мультипликативной и квадратичной составляющих, их учет достаточно

полно характеризует качество преобразования. Второе – в обоих случаях используется один и тот же диапазон от нижнего значения параметра  $x_n$  до верхнего  $x_б$ . Третье – в обоих случаях номиналы  $x_{0i}$  принимают одни и те же значения в соответствии со стандартным рядом. Ставится задача оценить точность всего массива преобразований как по всем возможным отклонениям в пределах допусков  $\pm \delta x_i$ , так и по всем номиналам  $x_{0i}$  в пределах одного диапазона.

Применительно к решаемой задаче используем критерий вида:

$$\overline{\gamma x^2} = \int_x \gamma(x^2) p(x) dx, \tag{1}$$

где  $\overline{\gamma x^2}$  – квадрат относительной погрешности, усредненной по параметру,  $p(x)$  – плотность вероятности отклонений параметра.

Обычно закон распределения параметров радиоэлементов подчиняется нормальному усеченному закону, удовлетворяющему условию

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} p(x) dx = \frac{k}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_{x_{min}}^{x_{max}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_i^2}} dx = 1, \tag{2}$$

где  $x_{min} = x_{0i}(1 - \delta x_i)$  – нижняя граница допуска,  $x_{max} = x_{0i}(1 + \delta x_i)$  – верхняя граница допуска,  $m_x = x_{0i}$  – математическое ожидание (номинал) параметра  $i$ -го элемента,  $k$  – постоянный коэффициент, определяемый из условия нормирования,  $\sigma_i$  – среднее квадратическое отклонение погрешности, параметра  $i$ -го элемента.

В случае отсутствия априорных сведений о параметрах элементов плотность вероятности принимают равномерной –  $p(x) = C_l$ , при  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$  и  $p(x) = 0$  при  $x < x_{min}$  и  $x > x_{max}$ , где  $C_l$  – постоянная величина, численно равная:

$$C_l = \frac{1}{(x_{max} - x_{min})} = \frac{1}{2x_{0i}\delta x_i}.$$

Законы распределения для относительных отклонений удобно выразить в центрированных величинах. Тогда для нормального закона

$$\int_{y_{min}}^{y_{max}} p(y) dy = \frac{2k}{S_i \sqrt{2\pi}} \int_0^{\delta x_i} e^{-\frac{y^2}{2S_i^2}} dy = 1, \tag{3}$$

где  $S_i = \frac{\sigma_i}{x_{0i}}$ ,  $y = \delta x$ .

При равномерном законе  $C_0 = \frac{1}{2\delta x_i}$ .

Оценим погрешность ПАЗН, для которого цифровой эквивалент получается за счет линей-

ных преобразований  $U = K_l x$  и  $x = K_{cp} U$ . Абсолютная погрешность преобразования параметра ИЭТ в напряжение будет равна:

$$\Delta x_l = K_{cp} \Delta U = K_{cp} (\Delta U_0 + \Delta K_l x + \varepsilon_l x^2),$$

а относительная

$$\gamma x_l = \frac{\Delta U_0}{K_l x} + \gamma K_l + \frac{\varepsilon_l x}{K_l}.$$

Аналогичные погрешности сравнения будут равны:

$$\Delta x_{cp} = \Delta U_{cp} K_{cp} + \Delta K_{cp} U + \varepsilon_{лср} x,$$

$$\gamma x_{cp} = \frac{\Delta U_{cp}}{K_l x} + \gamma K_{cp} + \varepsilon_{лср}.$$

Из условия суммирования случайных погрешностей получим результирующую погрешность ПАЗН.

$$\gamma x_l = \sqrt{\frac{\Delta U_l^2 + \Delta U_{cp}^2}{K_l^2 x^2} + \gamma K_l^2 + \gamma K_{cp}^2 + \left(\frac{\varepsilon_l^2}{K_l^2} + \varepsilon_{лср}^2 K_l^4\right) x^2}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (1) и произведя интегрирование по всей области  $[x_{\min}, x_{\max}]$  изменения параметра  $i$ -го элемента для равномерного закона, получим:

$$\begin{aligned} \overline{\gamma x_{лср}^2} &= \int_{x_{0i}(1-\delta x_i)}^{x_{0i}(1+\delta x_i)} \gamma x_l^2 p(x) dx = \frac{\Delta U_l^2 + \Delta U_{cp}^2}{K_l^2} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{p(x)}{x^2} dx + \\ &+ (\gamma K_l^2 + \gamma K_{cp}^2) \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} p(x) dx + \left(\frac{\varepsilon_l^2}{K_l^2} + \varepsilon_{лср}^2 K_l^4\right) \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 p(x) dx = \\ &= \frac{\Delta U_l^2 + \Delta U_{cp}^2}{K_l^2 x_{0i}^2 (1-\delta x_i^2)} + \gamma K_l^2 + \gamma K_{cp}^2 + \left(\frac{\varepsilon_l^2}{K_l^2} + \varepsilon_{лср}^2 K_l^4\right) \frac{x_{0i}^2 (3 + \delta x_{0i}^2)}{3} \end{aligned}$$

Суммарная оценка по всем  $x_{0i}$ , лежащим в рабочем диапазоне, будет равна:

$$\begin{aligned} \sum_{x_{0i}=x_n}^{x_g} \overline{\gamma x_{лср}^2} &= \frac{\Delta U_l^2 + \Delta U_{cp}^2}{K_l^2 (1-\delta x_{0i}^2)} \sum_{x_{0i}} \frac{1}{x_{0i}^2} + (\gamma K_l^2 + \gamma K_{cp}^2) \times \\ &\times (N+1) + \left(\frac{\varepsilon_l^2}{K_l^2} + \varepsilon_{лср}^2 K_l^4\right) \frac{3 + \delta x_{0i}^2}{3} \sum_{x_{0i}} x_{0i}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Проведем аналогичную оценку для ПООН. Здесь следует учесть, что абсолютная погрешность  $\Delta(\delta x)$  преобразования относительного отклонения параметра эквивалентна относительной погрешности  $\gamma x_l$  в ПАЗН. При этом, как показано в (3), составляющие погрешности зависят от отношения  $x_{0i}$  и  $x_g$ . Поэтому для равномерного закона получим:

$$\Delta(\delta x) = \frac{\Delta U_0}{K_0} \frac{x_b}{x_{0i}} + \gamma K_0 \delta x \frac{x_b}{x_{0i}} + \frac{\varepsilon_0 \delta x^2}{K_0} \frac{x_b}{x_{0i}};$$

$$\Delta(\delta x)_{cp} = \frac{\Delta U_{cp}}{K_0} + \gamma K_{cp} \delta x + \varepsilon_{0cp} K_0^2 \delta x^2.$$

С учетом последних выражений усредненная по диапазону погрешность преобразования  $\delta x_i$ :

$$\begin{aligned} \overline{\Delta(\delta x)_{cp}^2} &= 2 \left( \frac{\Delta U_0^2 x_g^2}{K_0^2 x_{0i}^2} + \frac{\Delta U_{cp}^2}{K_0^2} \right) \int_0^{\delta x_i} p(y) dy + 2 \left( \gamma K_0^2 \frac{x_g^2}{x_{0i}^2} + \gamma K_{cp}^2 \right) \times \\ &\times \int_0^{\delta x_i} y^2 p(y) dy + 2 \left( \frac{\varepsilon_0 x_{0i}^2}{K_0^2 x_g^2} + \varepsilon_{0cp}^2 K_0^2 \right) \int_0^{\delta x_i} y^4 p(y) dy = \\ &= \frac{\Delta U_0^2 x_g^2}{K_0^2 x_{0i}^2} + \frac{\Delta U_{cp}^2}{K_0^2} + \left( \gamma K_0^2 \frac{x_g^2}{x_{0i}^2} + \gamma K_{cp}^2 \right) \frac{\delta x_i^2}{3} + \left( \frac{\varepsilon_0 x_{0i}^2}{K_0^2 x_g^2} + \varepsilon_{0cp}^2 K_0^2 \right) \frac{\delta x_i^4}{5} \end{aligned}$$

Суммарная оценка по рабочему диапазону:

$$\begin{aligned} \sum_{x_{0i}=x_i}^{x_g} \overline{\Delta(\delta x)_{cp}^2} &= x_a^2 \left( \frac{\Delta U_0}{K_0^2} + \frac{\gamma K_0^2 \delta x_i^2}{3} \right) \sum_{x_{0i}} \frac{1}{x_{0i}^2} + \\ &+ (N+1) \left( \frac{\Delta U_{cp}}{K_0^2} + \frac{\gamma K_{cp}^2 \delta x_i^2}{3} + \frac{\varepsilon_{0cp}^2 K_0^4 \delta x_i^4}{5} \right) + \frac{\varepsilon_0^2 \delta x_i^4}{5 K_0^2 x_a^2} \sum_{x_{0i}} x_{0i}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Проведем сравнение по отдельным составляющим в суммарных оценках (5) и (6), содержащих сомножители  $\sum_{x_{0i}} \frac{1}{x_{0i}^2}$ ,  $N+1$  и  $\sum_{x_{0i}} x_{0i}^2$ . Поделив их друг на друга, получим следующие выражения для определения относительной эффективности по аддитивной ( $\mathcal{E}_1$ ), мультипликативной ( $\mathcal{E}_2$ ) и квадратичной ( $\mathcal{E}_3$ ) составляющим:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\Delta U_l^2 + \Delta U_{cp}^2}{K_l^2 (1-\delta x_i^2)} \frac{3 K_0^2}{x_g^2 (3 \Delta U_0^2 + K_0^2 \gamma K_0^2 \delta x_i^2)}; \quad (7)$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\gamma K_g^2 + \gamma K_{cp}^2}{\frac{\Delta U_{cp}^2}{K_0^2} + \frac{\gamma K_{cp}^2 \delta x_i^2}{3} + \frac{\varepsilon_{0cp}^2 K_0^4 \delta x_i^4}{5}}; \quad (8)$$

$$\mathcal{E}_3 = \frac{5 \left( \frac{\varepsilon_l^2}{K_l^2} + \varepsilon_{лср}^2 K_l^4 \right) (3 + \delta x_i^2) K_0^2 x_b^2}{3 \varepsilon_0^2 \delta x_i^4}. \quad (9)$$

**Экспериментальная часть.** Для определения количественных отношений  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_3$ , сделаем некоторые упрощения. Будем считать приведенные значения составляющих погрешности преобразователей равными между собой, то есть:

$$\frac{\varepsilon_n x_6 (1 + \delta x_m)}{K_n} = \varepsilon_{лсп} K_n^2 x_6 (1 + \delta x_m) = \frac{\varepsilon_0 \delta x_m}{K_0} = \varepsilon_{0сп} K_0^2 \delta x_m =$$

$$= \frac{\Delta U_n}{U_{лм}} = \frac{\Delta U_{сп}}{U_{лм}} = \frac{\Delta U_0}{U_{ом}} = \gamma K = \delta,$$

учитывая значения  $K_0 = \frac{U_{0м}}{\delta x_m}$  и  $K_n = \frac{U_{лм}}{x_6 (1 + \delta x_m)}$

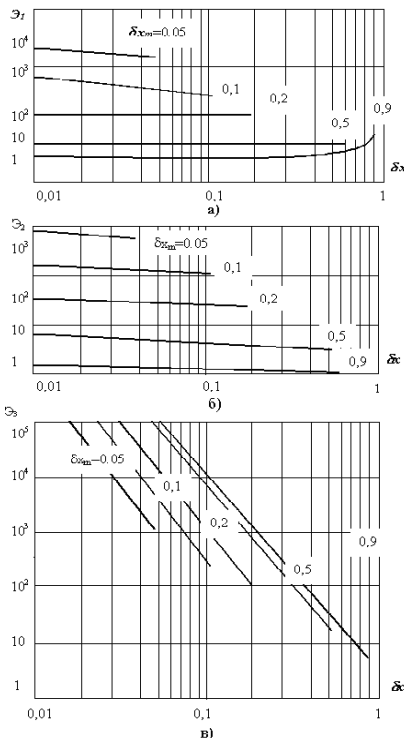
и преобразуя выражения (7) – (9), получаем:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{18}{(1 - \delta x_i^2)(3\delta x_m^2 + \delta x_i^2)}; \quad (10)$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{30\delta x_m^2}{15\delta x_m^4 + 5\delta x_i^2 \delta x_m^2 + 3\delta x_i^4}; \quad (11)$$

$$\mathcal{E}_3 = \frac{10\delta x_m^2 (3 + \delta x_i^2)}{3\delta x_i^4 (1 + \delta x_m)^2}. \quad (12)$$

Зависимости  $\mathcal{E}_1(\delta x)$ ,  $\mathcal{E}_2(\delta x)$ ,  $\mathcal{E}_3(\delta x)$ , построенные при условии  $\delta x_i \leq \delta x_m$ , приведены на рисунке 3. Анализ зависимостей показывает, что ПООН имеет существенный выигрыш по точности перед ПАЗН по всем составляющим погрешности преобразователей.



**Рисунок 3 - Эффективность по составляющим погрешностям преобразователей**

Суммарную оценку выигрыша проведем с учетом характеристики входного потока радиоэлементов в системе управления автоматической сборкой электронных узлов. Номиналы элементов общего применения изготавливаются по десятичному принципу в соответствии с рядами Е6,

Е12, Е24, Е48, Е96 и Е192. В этом случае для рабочего диапазона, равного одной декаде,  $x_H=1$ ,  $x_6=10$ , а номиналы подчиняются геометрической прогрессии со знаменателем  $q = \sqrt[N]{10}$ , где  $N$  – число членов ряда. Учтем также, что входящие в (5) и в (6) суммы содержат члены  $\frac{1}{x_{0i}^2}$ ,

которые подчиняются геометрическим прогрессиям со знаменателями  $q_1 = \frac{1}{\sqrt[N]{100}}$  и  $q_2 = \sqrt[N]{100}$ .

Введя те же условия равенства приведенных значений погрешностей, которые использовались при выводе формул (10) – (12), для равномерного закона получим:

$$\mathcal{E}_{сп} = 2 \frac{\frac{x_6^2 (1 + \delta x_m)^2}{1 - \delta x_i^2} S_1 + \frac{3 + \delta x_i^2}{x_6^2 (1 + \delta x_m)^2} S_2 + N + 1}{\frac{3\delta x_m^2 + \delta x_i^2}{3} x_6^2 S_1 + \frac{15x_m^4 + 5\delta x_m^2 \delta x_i^2 + 3\delta x_i^2}{15\delta x_m^2} (N + 1) + \frac{\delta x_i^4 S_2}{5x_6^2 \delta x_m^2}}$$

где  $S_1 = \frac{0.99\sqrt[10]{100}}{\sqrt[10]{100} - 1}$ ,  $S_2 = \frac{99}{\sqrt[10]{100} - 1}$  – суммы

геометрических прогрессий всех членов рядов  $\frac{1}{x_{0i}^2}$  и  $x_{0i}^2$ . Приведем значения усредненных оценок квадратов относительных погрешностей для нормального закона, полученные при условиях, принятых при выведении оценок для равномерного закона.

оценок квадратов относительных погрешностей для нормального закона, полученные при условиях, принятых при выведении оценок для равномерного закона.

$$\sum_{x_{0i}=x_i}^{x_n} (\delta x^2)_n = \frac{2\delta^2}{N+1} \left\{ \frac{3x_6^2 (1 + \delta x_m)^2 K}{\sqrt{2\pi} \delta x_i} \sum_{x_{0i}=1}^{10} \left[ \frac{1}{x_{0i}} \int_{x_{0i}(1-\delta x_i)}^{x_{0i}(1+\delta x_i)} \exp\left(\frac{9(x-x_{0i})^2}{2\delta x_i^2 x_{0i}^2}\right) dx \right] x^2 \right\} + N + 1 + \frac{3K}{x_6^2 (1 + \delta x_m)^2 \sqrt{2\pi} \delta x_i} \sum_{x_{0i}=1}^{10} \left[ \frac{1}{x_{0i}} \int_{x_{0i}(1-\delta x_i)}^{x_{0i}(1+\delta x_i)} \exp\left(\frac{9(x-x_{0i})^2}{2\delta x_i^2 x_{0i}^2}\right) x^2 dx \right]$$

$$\sum_{x_{0i}=x_i}^{x_n} \overline{\Delta(\delta x^2)}_i = \frac{2\delta^2}{N+1} \left\{ S_1 x_i \left[ \delta x_m^2 + 2 \int_0^{\delta x_i} y^2 P(y) dy \right] + (N+1) \times \left[ \delta x_m^2 + 2 \int_0^{\delta x_i} y^2 P(y) dy + \frac{1}{\delta x_m^2} \int_0^{\delta x_i} y^4 P(y) dy \right] + \frac{2S_2}{x_i^2 \delta x_m^2} \int_0^{\delta x_i} y^4 P(y) dy \right\}$$

Результаты расчетов, приведенных для  $\mathcal{E}_p$  и  $\mathcal{E}_n = \frac{x_{0i}}{\sum_{x_{0i}} \Delta(\delta x^2)_n}$ , иллюстрируются рисунком 4.

Из полученных зависимостей видно, что для ИЭТ с допусками на контролируемые параметры от  $\pm 5$  до  $\pm 20\%$  значение  $\mathcal{E}_p$  изменяется в пределах  $82 \div 726$ , что соответствует повышению точности ПООН по сравнению с ПАЗН в  $9 \div 27$  раз.

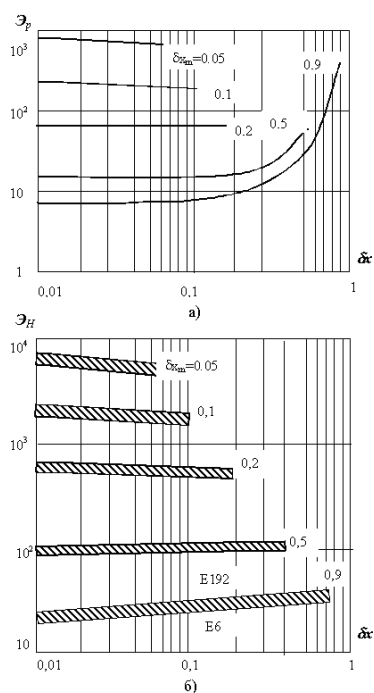


Рисунок 4 - Оценка выигрыша по точности ПООН

**Заключение.** Проведённый анализ позволяет заключить, что для получения большей точности преобразования и, следовательно, обеспечения высокой достоверности результатов управления качеством собираемых узлов МРЭА наиболее перспективно применение контрольно-измерительных каналов, построенных на основе ПООН.

#### Библиографический список

1. Антипов В.А. Подсистема контроля и диагностики системы обеспечения качества технологического процесса сборки узлов медицинской электронной техники // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2002. № 7. – С. 27 – 35.
2. Патент № 108853 РФ. Измеритель комплексного сопротивления с компенсацией паразитных параметров / В.А. Антипов, В.В. Казаков, В.П. Мелёхин, В.В. Третьякова, А.П. Чехов.
3. Патент № 106384 РФ. Преобразователь сопротивления в напряжение / В.А. Антипов, В.П. Мелёхин, В.В. Третьякова, А.П. Чехов.