

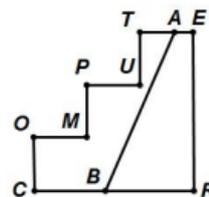
Олимпиада школьников РГРТУ.

Математика. 10 класс

Задача 1. Что больше: 1 или $\frac{23}{93} + \frac{41}{165} + \frac{71}{143}$?

Задача 2. На доске записано число 27. Каждую минуту число стирают с доски и записывают на его место произведение его цифр, увеличенное на 12. Например, через минуту на доске будет написано число $2 \cdot 7 + 12 = 26$. А что окажется на доске через час?

Задача 3. В восьмиугольнике *COMPUTER*, изображенном на рисунке, все внутренние углы равны 90 или 270, а также $CO = OM = MP = PU = UT = TE = \sqrt{2}$. Внутри отрезков *TE* и *CR* отмечены точки *A* и *B* соответственно так, что площади этих частей, на которые отрезок *AB* разбивает восьмиугольник, равны. Найдите разность периметров этих частей.



Задача 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 = (y - z)^2 - 8, \\ y^2 = (z - x)^2 - 16, \\ z^2 = (x - y)^2 + 32. \end{cases}$$

Задача 5. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости

системой
$$\begin{cases} 2\pi(x^2 + y^2) \leq 15, \\ x^4 - y^4 \leq xy - x^3y^3. \end{cases}$$

Задача 6.

- 1) Представить число 2024 в виде суммы кубов пяти целых чисел.
- 2) Доказать, что любое целое число можно представить в виде суммы кубов пяти целых чисел.