МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т.Г. АВАЧЁВА, М.А. БУРОБИН

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ФИЗИКЕ

ЧАСТЬ 2

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Учебное пособие

Рязань 2011

УДК 531

Практические занятия по физике. Часть 2. Электромагнетизм: учеб. пособие / Т.Г. Авачёва, М.А. Буробин; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань, 2011. 48 с.

Приводятся основные физические законы, примеры решения задач и задачи для самостоятельной работы по разделам курса физики: электростатика, постоянный электрический ток, магнитное поле постоянного тока, электромагнитная индукция.

Предназначено для студентов всех специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 5. Ил. 22. Библиогр.: 3 назв.

Электрическое поле, электрический диполь, диэлектрик, электроемкость, конденсатор, энергия электрического поля, электрический ток, закон Ома, магнитное поле, закон Био – Савара – Лапласа, закон полного тока, сила Лоренца, сила Ампера, электромагнитная индукция, ЭДС индукции, энергия магнитного поля.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ
(заведующий кафедрой проф. Б.И. Колотилин)

А в а ч ё в а Татьяна Геннадиевна
Б у р о б и н Михаил Анатольевич

Практические занятия по физике
Часть 2
Электромагнетизм

Редактор Р.К. Мангутова
Корректор С.В. Макушина
Подписано в печать 30.06.11. Формат бумаги 60 × 84 1/16.
Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 3,0.
Тираж 200 экз. Заказ
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

Введение

При решении задач необходимо руководствоваться общими рекомендациями и здравым смыслом. Прежде всего, приступая к решению задачи, нужно вникнуть в ее смысл, понять, какими законами описываются рассматриваемые явления, что дано, а что нужно найти. Недостающие константы можно найти в справочных таблицах. Для более четкого понимания смысла задачи и поиска верных путей ее решения рекомендуется сопровождать решение графическими иллюстрациями (электрическими схемами, векторными диаграммами и др.).

Рекомендуется каждую задачу решать в общем виде, так чтобы искомая величина была выражена через исходные данные. Решение в общем виде позволяет установить определенную физическую закономерность, а также легко проверить правильность ответа.

После получения итоговой формулы рекомендуется проверить размерность полученной величины. Неверная размерность – явный признак ошибочности решения. При выполнении расчетов очень часто искомая величина является действительным числом, требующим округления. Поэтому при расчетах нужно руководствоваться правилами действий с приближенными числами. Получив числовой ответ, оцените его правдоподобность. При этом важно знать, какого порядка величины возможны в принципе. Например, диэлектрическая проницаемость вещества не может быть меньше единицы и, тем более, отрицательной.

Авторы

Тема № 1. Напряженность и потенциал электростатического поля

Основные физические законы и формулы

- Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0,$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на положительный точечный заряд q_0, помещенный в данную точку поля.

- Принцип суперпозиции электрических полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_N,$$

где $\vec{E}_i$ – напряженность электрического поля, созданного i-м электрическим зарядом, входящим в систему из N зарядов, в отдельности.

- Поток вектора напряженности электрического поля через поверхность площадью S

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS,$$

где $E_n = E\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к элементу поверхности площадью dS, α – угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$.

Если в каждой точке поверхности S напряженность электрического поля одинакова (например, если поле однородное), то поток вектора $\vec{E}$ можно определить как

$$\Phi_E = ES\cos\alpha.$$

- Теорема Гаусса для вектора $\vec{E}$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i,$$

где S – площадь замкнутой поверхности, охватывающей заряды $q_1, q_2, ..., q_N$; ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная, ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды (в вакууме ε = 1).

На основании теоремы Гаусса можно рассчитать напряженность электрического поля любой системы зарядов, причем заряды могут быть как дискретными, так и распределенными в пространстве с известной плотностью. Приведем несколько частных случаев.

1. Напряженность электрического поля точечного заряда q

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2},$$

где r – расстояние от заряда до рассматриваемой точки пространства.

2. Напряженность электрического поля бесконечно длинной заряженной нити (тонкого цилиндра)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{2\tau}{r},$$

где τ – линейная плотность заряда, r – расстояние от нити (оси цилиндра) до рассматриваемой точки пространства.

3. Напряженность электрического поля заряженной проводящей сферы радиусом R

$$E = 0,\ \ r < R,$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2},\ \ r \ge R,$$

где q – величина заряда на поверхности сферы, r – расстояние от центра сферы до рассматриваемой точки пространства.

4. Напряженность электрического поля бесконечной заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

- Вектор электрического смещения $\vec{D}$ связан с вектором напряженности $\vec{E}$ соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}.$$

- Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_i.$$

- Потенциал электрического поля точечного положительного заряда q_0

$$\varphi = W / q_0,$$

где W – потенциальная энергия заряда q_0, помещенного в рассматриваемую точку пространства.

- Работа сил электрического поля по перемещению заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = W_1 - W_2.$$

- Потенциал поля, созданного системой электрических зарядов,

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + ... + \varphi_N,$$

где φ_i – потенциал поля каждого заряда в отдельности.

- Потенциал электрического поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

где r – расстояние от заряда до рассматриваемой точки пространства.

- Потенциал электрического поля, создаваемого заряженной проводящей сферой радиусом R:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{R}, \ r \le R,$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \ r > R,$$

где q – величина заряда на поверхности сферы, r – расстояние от центра сферы до рассматриваемой точки пространства.

- Вектор напряженности $\vec{E}$ и значение потенциала φ в рассматриваемой точке связаны соотношением

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi,$$

где $\operatorname{grad}\varphi$ – градиент потенциала.

В декартовой системе координат последнее выражение имеет вид

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right).$$

Тогда модуль вектора $\vec{E}$ можно определить как

$$E=\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}\,.$$

Для сферически-симметричного поля (поле точечного заряда, заряженной сферы) связь между E и φ выглядит как

$$E=-\frac{d\varphi}{dr}\,.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных заряда +1 нКл и –2 нКл находятся на расстоянии 4 см друг от друга. Найти напряженность электрического поля в точке, удаленной на расстояние 3 см от первого заряда и 5 см от второго.

Решение. Результирующую напряженность поля в рассматриваемой точке определим по принципу суперпозиции: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$. Изобразим графически расположение этих векторов для системы двух разноименных зарядов (рис. 1). Для определения модуля вектора $\vec{E}$ используем теорему косинусов: $E=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\alpha}$.

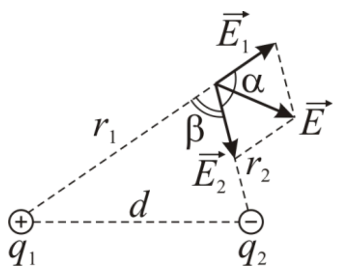

Рис. 1

Из рис. 1 видно, что угол α является смежным с углом β, который, в свою очередь, может быть определен из треугольника со сторонами r_1, r_2, d:

$$\cos\beta=-\frac{d^2-r_1^2-r_2^2}{2r_1r_2}=0{,}6\,.$$

Используя тригонометрическое соотношение $\cos\alpha=\cos(\pi-\beta)=-\cos\beta$, а также известные выражения для напряженности поля точечного заряда, получаем расчетную формулу

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\left(\frac{q_1}{r_1^2}\right)^2+\left(\frac{q_2}{r_2^2}\right)^2-2\frac{|q_1q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\beta}\,.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ E = 8 кВ/м.

Ответ: 8 кВ/м.

Пример 2. Определить разность потенциалов двух точек, находящихся на расстояниях 3 см и 6 см от заряженной проводящей сферы радиусом 5 см. Заряд сферы 5 нКл.

Решение

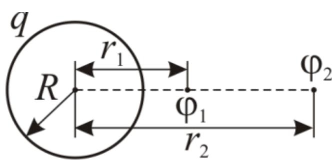

Рис. 2

Способ I. Используя выражения для потенциала заряженной сферы, определяем разность потенциалов в заданных точках (рис. 2):

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{R}\right).$$

В последнем выражении расстояние r_1 заменено на R (R – радиус сферы), т.к. первая точка находится внутри проводящей сферы и потенциал в ней равен потенциалу поверхности.

Способ II. Разность потенциалов можно определить, используя связь напряженности поля заряженной сферы и потенциала: $E = -d\varphi / dr$. Откуда

$$\Delta\varphi = -\int_{r_1}^{r_2} E dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{R}\right).$$

Таким образом, разность потенциалов равна $\Delta\varphi = -16{,}7$ В.

Ответ: –16,7 В.

Пример 3. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = 2$ нКл/м^2. Определить напряженность E поля между пластинами.

Решение. Электрическое поле каждой заряженной пластины является однородным, а его напряженность в вакууме определяется формулой $E = \sigma / 2\varepsilon_0$. Напряженность результирующего поля определим по принципу суперпозиции: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Поскольку в промежутке между пластинами векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены вдоль одной прямой в про-

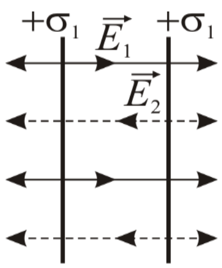

Рис. 3

тивоположные стороны (рис. 3), то модуль их результирующего вектора будет равен

$$E = \left|E_1 - E_2\right| = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left|\sigma_1 - \sigma_2\right|.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ: E = 56,5 В/м.

Ответ: 56,5 В/м.

Пример 4. Керамический шар ($\varepsilon = 4$) радиусом $R = 12$ см заряжен равномерно с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м^3. Определить напряженность электрического поля на расстояниях $r_1 = 3$ см и $r_2 = 15$ см от центра шара.

Решение. Для определения напряженности поля в произвольной точке воспользуемся теоремой Гаусса в виде:

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q,$$

где $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, а S – площадь поверхности, охватывающей заряд q.

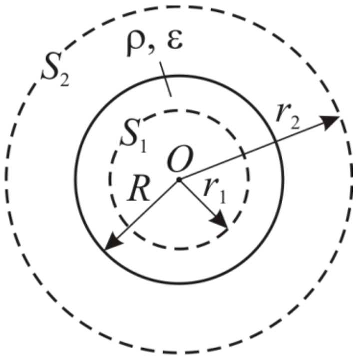

Рис. 4

В качестве замкнутой поверхности выберем сферу S_1 радиусом r_1, концентрическую с шаром (рис. 4). Поскольку электрическое поле заряженного шара обладает сферической симметрией, его напряженность в каждой точке сферы будет одинакова. Тогда теорему Гаусса можно записать в виде $\varepsilon\varepsilon_0 E\oint_{S_1} dS = q$. С учетом того, что $\oint_{S_1} dS = 4\pi r_1^2$, получаем: $E_1 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}$. Величину заряда q, охватываемого поверхностью S_1, определим через объемную плотность ρ заряда: $q = \rho V$, где V – объем пространства внутри сферы: $V = 4\pi r_1^3/3$. В итоге напряженность электрического поля в первой точке определим как

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}\frac{4}{3}\pi\rho r_1^3 = \frac{\rho r_1}{3\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Подставляя в это выражение исходные данные, получаем E_1 = 2,8 В/м.

Вычисление напряженности поля во второй точке производится аналогично, но с учетом следующих замечаний. Во-первых, вторая точка лежит за пределами шара, тогда $q = 4\rho\pi R^3/3$. Во-вторых, относительная диэлектрическая проницаемость среды вне шара равна 1. Тогда

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\frac{4}{3}\pi\rho R^3 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r_2^2}.$$

Подставляя в это выражение исходные данные, получаем E_2 = 28,9 В/м.

Ответ: 2,8 В/м и 28,9 В/м.

Пример 5. Потенциал электрического поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = a\left(y^4 + 2y^2x^2\right)$, где a = 1 В/м^4. Найти модуль напряженности электрического поля в точке с координатами $x = 1$ м, $y = 1$ м. Ответ привести в системе СИ и округлить с точностью до двух цифр после запятой.

Решение. Для определения модуля напряженности электрического поля используем связь между E и φ:

$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2}.$$

В нашем случае $\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 4ay^2x$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 4a\left(y^3 + yx^2\right)$. Тогда

$$E = 4a\sqrt{\left(y^2x\right)^2 + \left(y^3 + yx^2\right)^2}.$$

Подставляя в последнее выражение значения координат x и y точки, получаем E = 8,9 В/м.

Ответ: 8,9 В/м.

Пример 6. Точечный заряд, находящийся внутри сферы радиусом $R = 10$ см, создает на ее поверхности напряженность поля $E = 125$ В/м. Найти поток вектора напряженности электростатического поля через поверхность сферы.

Решение. Поток вектора напряженности электростатического поля определим по теореме Гаусса

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Модуль напряженности электрического поля точечного заряда определим по формуле $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2}$. Откуда $q = 4\pi\varepsilon_0 R^2 E$. Тогда поток вектора $\vec{E}$ будет вычисляться по формуле

$$\Phi = 4\pi R^2 E.$$

Подставляя в последнее выражение исходные данные, получаем Ф=15,7 В·м.

Ответ: 15,7 В·м.

Задачи для самостоятельного решения

1. Расстояние между зарядами +5 нКл и –5 нКл равно 10 см. Определить напряженность электрического поля, созданного этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии 5 см от первого и 10 см от второго заряда.

2. Сфера несет на себе равномерно распределенный заряд. Определить радиус сферы, если потенциал в ее центре равен $\varphi_1 = 100$ В, а в точке, лежащей от центра на расстоянии $r = 10$ см, $\varphi_2 = 10$ В.

3. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = -1$ нКл/м^2. Определить напряженность E поля вне пластин.

4. Электростатическое поле создается равномерно заряженным шаром радиусом $R = 0{,}5$ м с общим зарядом $q = 10$ нКл. Определить разность потенциалов точек, лежащих от центра шара на расстояниях $r_1 = 0{,}1$ м и $r_2 = 0{,}2$ м.

5. Потенциал электрического поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = a\left(x^3 + 10xy^2 - 2x^2y\right)$, где $a = 1$ В/м^3. Найти модуль напряженности электрического поля в точке с координатами $x = 0{,}5$ м, $y = 0{,}5$ м. Ответ привести в системе СИ и округлить с точностью до двух цифр после запятой.

Тема № 2. Электрический диполь. Электрическое поле в диэлектриках

Основные физические законы и формулы

- Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |q|\vec{l}\,,$$

где q – заряд диполя, $\vec{l}$ – вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному (рис. 5).

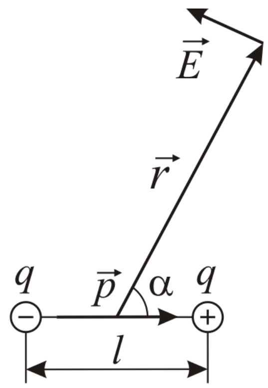

Рис. 5

- Напряженность электрического поля точечного ($r >> l$) диполя

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}\,,$$

где α – угол между векторами $\vec{l}$ и $\vec{r}$.

- Потенциал электрического поля точечного диполя

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha\,.$$

При вычислении E и φ при различных углах α возможны частные случаи:

$\alpha = 0,\ \pi$	$E = \dfrac{p}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}$	$\varphi = \pm\dfrac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
$\alpha = \pi/2$	$E = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}$	$\varphi = 0$

- Потенциальная энергия диполя во внешнем электрическом поле

$$\Pi = -pE\cos\alpha ,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{E}$.

- Механический момент, действующий на диполь со стороны однородного электрического поля

$$M = pE\sin\alpha .$$

- Проекция силы на ось *OX*, действующей на диполь со стороны неоднородного электрического поля, изменяющегося вдоль оси *OX*,

$$F_x = p\frac{\partial E}{\partial x}\cos\alpha .$$

- Поляризованность однородного диэлектрика

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{p}_i ,$$

где ΔV – физически бесконечно малый объем диэлектрика, $\vec{p}_i$ – дипольный момент *i*-й молекулы.

- Напряженность среднего макроскопического поля в диэлектрике

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} ,$$

где E_0 – напряженность внешнего электрического поля, ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

- Связь поляризованности и напряженности среднего макроскопического поля

$$P = \chi\varepsilon_0 E ,$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость среды.

- Связь диэлектрической проницаемости и диэлектрической восприимчивости

$$\varepsilon = 1 + \chi .$$

Примеры решения задач

Пример 1. Диполь с электрическим моментом p = 0,2 нКл·м образован двумя точечными зарядами q = 1 нКл. Найти напряженность E электрического поля в точке A (см. рис. 6), находящейся на расстоянии a = 6 см от положительного заряда.

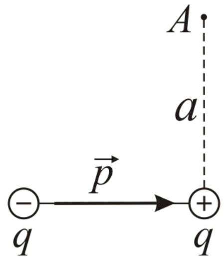

Рис. 6

Решение. Определим напряженность электрического поля как

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}\,.$$

Расстояние r от центра диполя до точки A определим по теореме Пифагора: $r = \sqrt{a^2 + \left(l/2\right)^2}$, где $l = p/q$ – плечо диполя. Косинус угла α между векторами $\vec{p}$ и $\vec{r}$ будет равен: $\cos\alpha = l/\left(2r\right)$. Выполним предварительные расчеты: l = 0,2 м, r = 0,117 м, $\cos\alpha$ = 0, 857. Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ E = 2 кВ/м.

Аналогичный результат можно получить, рассмотрев данный диполь как систему двух разноименных точечных зарядов. В этом случае напряженность E поля такой системы в точке A определяется как суперпозиция полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности (см. тему 1).

Ответ: 2 кВ/м.

Пример 2. Определить потенциал φ поля, созданного диполем в точке A. Его электрический момент p =1 пКл·м, а расстояние от точки A до центра диполя равно 20 см (см. рис. 7).

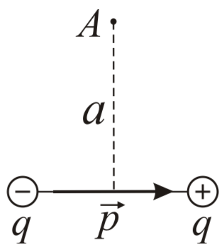

Рис. 7

Решение. Потенциал электрического поля в точке A определим по формуле

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha\,.$$

Поскольку угол α между векторами $\vec{p}$ и $\vec{r}$ равен π/2, то потенциал в искомой точке будет равен нулю.

Ответ: 0.

Пример 3. Диполь с электрическим моментом p=100 пКл·м свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью E=150 кВ/м. Вычислить работу A, необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол α=180º.

Решение. Работа внешних сил численно равна изменению потенциальной энергии ΔП:

$$A = \Pi_2 - \Pi_1,$$

где Π_1 и Π_2 – потенциальные энергии системы соответственно в начальном и конечном состояниях.

Потенциальная энергия диполя в электрическом поле выражается формулой $\Pi = -pE\cos\alpha$. Тогда

$$A = -pE\cos\alpha_2 - \left(-pE\cos\alpha_1\right) = pE\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

Угол α_1 соответствует начальному расположению диполя в электрическом поле, а угол α_2 – конечному. Свободный диполь располагается во внешнем электрическом поле так, что его потенциальная энергия минимальна: $\Pi_{\min} = -pE$. Тогда $\alpha_1 = 0$. По условию задачи $\alpha_2 = 180^\circ$. В итоге получаем

$$A = -pE\cos\alpha_2.$$

Таким образом, работа равна: A = 15 мкДж.

Ответ: 15 мкДж.

Пример 4. Определить поляризованность P стекла (ε = 7), помещенного во внешнее электрическое поле напряженностью E_0 = 4 МВ/м.

Решение. Поляризованность P диэлектрика связана с напряженностью E среднего макроскопического поля в нем соотношением

$$P = \chi\varepsilon_0 E.$$

Диэлектрическую восприимчивость χ определим как $\chi = \varepsilon - 1$. Учитывая, что напряженность среднего макроскопического поля E и напряженность внешнего поля E_0 связаны соотношением $E = E_0 / \varepsilon$, получаем

$$P = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \varepsilon_0 E_0 .$$

Подставляя исходные данные в последнюю формулу, получаем P = 30,3 мкКл/м^2.

Ответ: 30,3 мкКл/м^2.

Пример 5. В некоторой точке изотропного диэлектрика смещение имеет значение D = 6 мкКл/м^2, а поляризованность P = 4,5 мкКл/м^2. Чему равна диэлектрическая восприимчивость χ диэлектрика?

Решение. Напряженность E среднего макроскопического поля и электрическое смешение D связаны соотношением $D = \varepsilon\varepsilon_0 E = (1+\chi)\varepsilon_0 E$. Учитывая также, что $P = \chi\varepsilon_0 E$, получаем $\dfrac{D}{P} = \dfrac{1+\chi}{\chi}$. Откуда

$$\chi = \frac{P}{D - P} .$$

Таким образом, диэлектрическая восприимчивость равна χ = 3.

Ответ: 3.

Пример 6. Определить, при какой напряженности E среднего макроскопического поля в диэлектрике (ε = 2) поляризованность P достигнет значения, равного 220 нКл/м^2.

Решение. Напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике и поляризованность P связаны соотношением

$$P = \chi\varepsilon_0 E .$$

Учитывая, что диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость связаны формулой $\chi = \varepsilon - 1$, получаем

$$E = \frac{P}{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0} .$$

Подставляя исходные данные в последнюю формулу, получаем E $=2{,}5\cdot10^4$ В/м.

Ответ: $2{,}5\cdot10^4$ В/м.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить напряженность E электрического поля, созданного диполем в точке A (см. рис. 8), если его электрический момент p=1,5 пКл·м, а расстояние r от точки A до центра диполя равно 12 см.

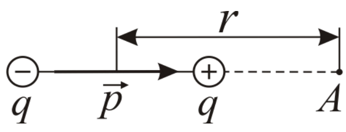

Рис. 8

2. Расстояние l между зарядами $q=\pm2$ нКл диполя равно 10 см. Найти потенциал φ поля, созданного диполем, в точке, удаленной на 5 см от первого и на 7 см от второго заряда.

3. Диполь с электрическим моментом p = 50 пКл·м свободно установился в однородном электрическом поле напряженностью E = 10 кВ/м. Определить изменение потенциальной энергии ΔП диполя при повороте его на угол $\alpha = 40^{\circ}$.

4. Бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε=3 помещена в однородное электрическое поле с напряженностью E_0=100 В/м. Определить поляризованность диэлектрика P.

5. В некоторой точке изотропного диэлектрика электрическое смещение D равно 3 мкКл/м^2, а поляризованность P=2,5 мкКл/м^2. Чему равна диэлектрическая восприимчивость диэлектрика?

Тема № 3. Электроемкость. Конденсаторы. Энергия электрического поля

Основные физические законы и формулы

- Электроемкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U},$$

где q – модуль заряда на обкладке конденсатора, U – разность потенциалов (напряжение) между обкладками.

- Электроемкость конденсаторов с различными формами обкладок.

1. Плоский конденсатор:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками, S – площадь одной обкладки, d – расстояние между обкладками.

2. Цилиндрический конденсатор:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\left(R_2 / R_1\right)},$$

где l – длина цилиндрических обкладок, R_1, R_2 – радиус внутренней и наружной обкладки, соответственно.

3. Сферический конденсатор:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

- Электроемкость батареи, состоящей из n последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}.$$

Если батарея образована конденсаторами одинаковой емкости C_1, то емкость батареи равна $C = C_1 / n$.

- Электроемкость батареи, состоящей из n параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n.$$

Если батарея образована конденсаторами одинаковой емкости C_1, то емкость батареи равна $C = nC_1$.

- Энергия неоднородного электрического поля, заключенного в объеме пространства V:

$$W = \int_V \varpi dV,$$

где ϖ – объемная плотность энергии:

$$\varpi = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{DE}{2}.$$

- Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Примеры решения задач

<u>Пример 1.</u> На сколько изменится емкость плоского воздушного конденсатора с площадью обкладок $S = 8$ см^2, если увеличить расстояние между обкладками от $d_1 = 1{,}2$ мм до $d_2 = 1{,}6$ мм?

Решение. Электроемкость плоского конденсатора определим по формуле $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$. Для воздушного конденсатора $\varepsilon = 1$. При изменении расстояния между обкладками электроемкость изменится на величину

$$\Delta C = \varepsilon_0 S\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right).$$

Подставляя исходные данные в последнюю формулу, получаем ΔC = 1,5 мкФ.

Ответ: 1,5 мкФ.

<u>Пример 2.</u> На нижнюю обкладку вертикально расположенного плоского воздушного конденсатора электроемкостью C=3 мкФ положили стеклянную (ε=7) пластинку толщиной h=1 мм, площадь которой равна площади обкладки. Какой стала электроемкость конденсатора, если расстояние d между его обкладками 1,5 мм?

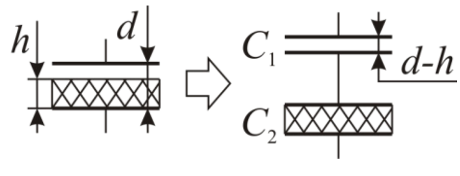

Рис. 9

Решение. Рассмотрим два последовательно соединенных конденсатора C_1 и C_2. Конденсатор C_1 образован воздушной прослойкой толщиной $d - h$ над поверхностью стеклянной пластинки (см. рис. 9). Конденсатор C_2 образован поверхностями стеклянной пластинки толщиной h. Электроемкость C' получившейся батареи конденсаторов определим из соотношения:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d-h}{\varepsilon_0 S} + \frac{h}{\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

Зная электроемкость исходного конденсатора, можно записать равенство: $\varepsilon_0 S = Cd$. В итоге получаем

$$C' = C\frac{\varepsilon d}{\varepsilon\left(d-h\right)-h}.$$

Подставляя исходные данные в итоговую формулу, получаем C' = 7 мкФ.

Ответ: 7 мкФ.

Пример 3. Конденсаторы с электроемкостями C_1 = 1 мкФ, C_2 = 2 мкФ, C_3 = 3 мкФ включены в цепь с напряжением U = 900 В. Определить энергию третьего конденсатора при их последовательном включении.

Решение. Энергию третьего конденсатора определим по формуле

$$W_3 = \frac{q^2}{2C_3}.$$

Заряд обкладок равен $q = UC'$, где $C' = \dfrac{C_1C_2C_3}{C_2C_3 + C_1C_3 + C_1C_2}$ – электроемкость батареи конденсаторов. В итоге получаем

$$W_3 = \frac{C_3U^2}{2}\left(\frac{C_1C_2}{C_2C_3 + C_1C_3 + C_1C_2}\right)^2.$$

Подставляя исходные данные в итоговую формулу, получаем W_3 =0,36 Дж.

Ответ: 0,36 Дж.

Пример 4. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью C = 1 нФ заряжен до разности потенциалов U = 250 В. После отключения от источника тока расстояние между обкладками конденсатора было увеличено в 3 раза. Определить работу A внешних сил по раздвижению обкладок.

Решение. Работа А внешних сил по раздвижению обкладок конденсатора может быть определена как

$$A = \Delta W = W_2 - W_1,$$

где W_1, W_2 – энергия конденсатора в начальном и конечном состояниях соответственно.

Поскольку раздвижение обкладок производилось после отключения конденсатора от источника тока, заряд на обкладках оставался неизменным и равным $q = CU$. Тогда, выразив энергию электрического поля конденсатора как $W = q^2 / (2C)$, работу внешних сил найдем по формуле

$$A = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1} = \frac{(C_1U)^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right),$$

где C_1 и C_2 – электроемкости конденсатора до и после раздвижения его обкладок.

Электроемкость плоского конденсатора определяется как $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d$. При увеличении расстояния между обкладками в 3 раза электроемкость уменьшается тоже в 3 раза. Тогда справедливо соотношение $C_1 / C_2 = 3$, и работа внешних сил будет равна

$$A = \frac{(C_1U)^2}{2}\left(\frac{3}{C_1} - \frac{1}{C_1}\right) = C_1U^2.$$

Подставляя исходные данные в расчетную формулу, получаем A =16 мДж.

Ответ: 16 мДж.

Пример 5. Какое количество теплоты Q выделится при разряде плоского конденсатора, если разность потенциалов U между пластинами равна 12 кВ, расстояние d = 1,5 мм, диэлектрик – фарфор (ε = 5) и площадь S каждой пластины равна 170 см^2?

Решение. По закону сохранения энергии количество теплоты, которое выделится при разрядке конденсатора, равно запасенной в нем энергии:

$$Q = W = \frac{CU^2}{2}.$$

Емкость плоского конденсатора вычисляется по формуле $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d$. В итоге получаем

$$Q = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} U^2.$$

Подставляя исходные данные в расчетную формулу, получаем Q =0,07 Дж.

Ответ: 0,07 Дж.

Пример 6. Сплошной парафиновый шар (ε = 2) радиусом 5 см заряжен равномерно по объему с объемной плотностью 0,5 мкКл/м^3. Определить энергию электрического поля, сосредоточенную внутри сферы радиусом 8 см.

Решение. Энергию электрического поля определим по формуле

$$W = \int_V \varpi dV,$$

где V – объем, заключенный внутри сферы с заданным радиусом r_1.

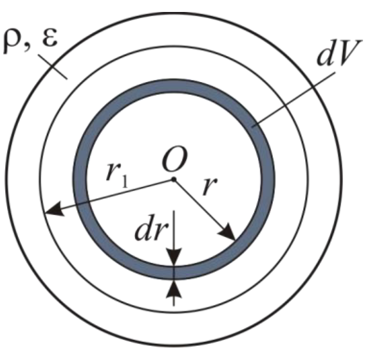

Рис. 10

В качестве dV выберем объем шарового слоя радиусом r, толщиной бесконечно малой dr: $dV = 4\pi r^2 dr$ (см. рис. 10). Объемная плотность энергии ϖ может быть найдена как $\varpi = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 / 2$. Напряженность E электрического поля в каждой точке внутри заряженной сферы определим по формуле $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$, где q – заряд, охватываемый сферой радиусом r. Зная объемную плотность заряда ρ, напряженность можно рассчитать по формуле $E = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon\varepsilon_0}$ (см. тему 1, пример 5). В итоге выражение для энергии принимает вид

$$W = \int_0^{r_1} \varpi 4\pi r^2 dr = 4\pi \int_0^{r_1} \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\rho r}{3\varepsilon\varepsilon_0}\right)^2 r^2 dr = \frac{2\pi\rho^2}{9\varepsilon\varepsilon_0}\int_0^{r_1} r^4 dr = \frac{2\pi\rho^2}{45\varepsilon\varepsilon_0} r_1^5 .$$

Подставляя в эту формулу исходные данные, получаем W= 6,5 нДж.

Ответ: 6,5 нДж.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить электроемкость сферического конденсатора, пространство между обкладками которого заполнено парафином (ε=2). Радиусы обкладок R_1 = 2 см, R_2 = 2,5 см.

2. Определить емкость батареи конденсаторов, схема которой показана на рис. 11, где C_1 = 1 пФ, C_2 = 1 пФ, C_3 = 2 пФ, C_4 = 4 пФ.

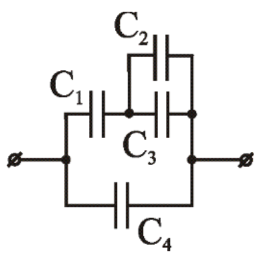

Рис. 11

3. Конденсаторы электроемкостями C_1=1 мкФ, C_2=3 мкФ, C_3=5 мкФ включены в цепь. Определить энергию первого конденсатора при их параллельном включении, если суммарный заряд двух других 2 мКл.

4. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью C = 100 пФ заряжен до разности потенциалов U = 220 В. После отключения от источника тока расстояние между обкладками конденсатора было увеличено в n раз. Работа A внешних сил по раздвижению обкладок 0,25 мДж. Определить n.

5. Диэлектрический шар (ε=3) равномерно заряжен по объему. Во сколько раз энергия электрического поля, распределенная в окружающем шар пространстве, превосходит энергию, сосредоточенную внутри шара?

Тема № 4. Постоянный электрический ток

Основные физические законы и формулы

- Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq – электрический заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за время dt.

В случае постоянного электрического тока сила тока может быть определена как

$$I = \frac{q}{t}.$$

- Плотность постоянного тока

$$\vec{j} = \frac{I}{S}\vec{k},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника, $\vec{k}$ – единичный вектор, указывающий направление движения положительных зарядов в проводнике.

- Электрическое сопротивление однородного проводника

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника, l – его длина.

- Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0\left(1 + \alpha t\right),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при температуре 0 ºС; α – температурный коэффициент сопротивления; t – температура проводника в градусах Цельсия.

- Сопротивление n последовательно соединенных проводников

$$R = R_1 + R_2 + ... + R_n.$$

Если все проводники имеют одинаковые сопротивления R_1, то результирующее сопротивление равно $R = nR_1$.

- Сопротивление n параллельно соединенных проводников

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}.$$

Если все проводники имеют одинаковые сопротивления R_1, то результирующее сопротивление равно $R = R_1 / n$.

- Закон Ома для участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов на концах участка цепи.

- Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R + r},$$

где ε – ЭДС источника тока, r – внутреннее сопротивление источника тока.

Знак «+» ставится тогда, когда источник ЭДС способствует протеканию тока в цепи под действием разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, знак «–» – в противном случае.

- Закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

- Правила Кирхгофа для разветвленной электрической цепи.

<u>Первое правило</u>: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – количество токов.

<u>Второе правило</u>: алгебраическая сумма напряжений на всех участках замкнутой электрической цепи равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этой цепи, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_k ,$$

где m – количество источников тока.

- Мощность постоянного тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R ,$$

где dA – работа сил электростатического поля и сторонних сил в проводнике при протекании постоянного тока за время dt.

- Закон Джоуля – Ленца

$$dQ = I^2 R dt ,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющееся в проводнике сопротивлением R, при протекании по нему тока силой I за время dt.

- Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} ,$$

где σ – удельная электропроводность проводника: $\sigma = \dfrac{1}{\rho}$; $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля в проводнике.

- Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$\varpi = \sigma E^2 = \rho j^2 ,$$

где ϖ – объемная плотность тепловой мощности.

Примеры решения задач

<u>Пример 1.</u> Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I(t) = kt^2$, где k = 1,5 А/с^2. Найти заряд q, протекающий через поперечное сечение проводника за время τ = 1 с.

Решение. Заряд, переносимый электрическим током через поперечное сечение проводника, определяется по формуле

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt\,.$$

Учитывая зависимость силы тока от времени, получаем

$$q = \int_{0}^{\tau} kt^2 dt = \frac{1}{3}k\tau^3\,.$$

Подставляя в данную формулу исходные данные, получаем q= 0,5 Кл.

Ответ: 0,5 Кл.

Пример 2. Цепь состоит из последовательно соединенных сопротивлений R_1 = 3 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3 = 1 Ом. Найти падение напряжения на сопротивлении R_2, если к цепи приложено напряжение 9 В.

Решение. Согласно закону Ома для участка цепи сила тока в данной цепи будет равна

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}\,.$$

Из того же закона следует, что напряжение на сопротивлении R_2 можно определить как $U_2 = IR_2$. В итоге получаем

$$U_2 = U\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}\,.$$

Подстановка исходных данных в эту формулу дает ответ: U_2= 3 В.

Ответ: 3 В.

Пример 3. Два источника тока (ε_1= 2 В, r_1=1 Ом; ε_2= 12 В, r_2=2 Ом) и реостат (R=10 Ом) соединены, как показано на рис. 12. Вычислить силу тока I, текущего через реостат.

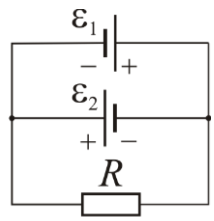

Рис. 12

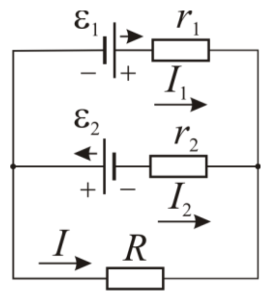

Рис. 13

Решение. Изобразим электрическую схему более подробно (рис. 13). Выберем произвольно направления токов на каждом участке цепи. Используя второе правило Кирхгофа, запишем следующие уравнения:

$$I_1 r_1 - I_2 r_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$
$$IR - I_2 r_2 = \varepsilon_2.$$

Согласно первому правилу Кирхгофа для любого из двух узлов данной цепи будет справедливо равенство

$$I_1 + I_2 + I = 0.$$

Таким образом, получаем систему трех линейных уравнений. Подставив в нее значения ЭДС и сопротивлений, получим

$$\begin{cases} I_1 - 2I_2 = 14, \\ 10I - 2I_2 = 12, \\ I_1 + I_2 + I = 0. \end{cases}$$

Решив данную систему, получим I= 0,25 А.

Ответ: 0,25 А.

Пример 4. Сила тока в проводнике изменяется по закону $I = kt^3$ в течение времени $\tau = 7$ с, достигнув величины I_m=5 А. Какое количество теплоты выделилось в проводнике, если его сопротивление R = 2 Ом?

Решение. Поскольку сила тока в проводнике изменяется неравномерно во времени, количество выделившейся теплоты определим как

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt = \int_0^{\tau} \left(kt^3\right)^2 R dt = Rk^2 \int_0^{\tau} t^6 dt .$$

Коэффициент k найдем из условия: при $t = \tau$ $I = I_m = k\tau^3$. Откуда $k = \dfrac{I_m}{\tau^3}$. Тогда искомое количество теплоты будет равно

$$Q = R\left(\frac{I_m}{\tau^3}\right)^2 \int_0^{\tau} t^6 dt = R\left(\frac{I_m}{\tau^3}\right)^2 \frac{\tau^7}{7} = \frac{1}{7} R I_m^2 \tau .$$

Подставляя исходные данные в последнюю формулу, получаем Q

=50 Дж.

Ответ: 50 Дж.

Пример 5. К батарее аккумуляторов, ЭДС которой ε = 4 В и внутреннее сопротивление r=0,5 Ом, присоединен проводник. Найти мощность P, которая выделяется во внешней цепи, если падение напряжения на проводнике U = 2 В.

Решение. Мощность, выделяемую на сопротивлении R при протекании тока I, определим по формуле

$$P = IU .$$

Определим силу тока по закону Ома: $Ir + U = \varepsilon \Rightarrow I = \left(\varepsilon - U\right)/r$. В итоге получаем

$$P = \frac{\varepsilon - U}{r} U .$$

Подставляя исходные данные в эту формулу, получаем P = 8 Вт.

Ответ: 8 Вт.

Пример 6. Определить силу электрического тока в алюминиевом проводнике диаметром 2 мм, если удельная тепловая мощность тока равна 600 Вт/м^3. Удельное сопротивление алюминия 15 нОм·м.

Решение. Запишем закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$\varpi = \rho j^2 .$$

Учитывая связь силы тока с плотностью тока $j = \frac{I}{S} = \frac{4I}{\pi d^2}$, получаем формулу для расчета силы тока:

$$I = \frac{1}{4}\pi d^2 j = \frac{1}{4}\pi d^2 \sqrt{\frac{\varpi}{\rho}} .$$

Подставляя исходные данные в эту формулу, получаем I= 0,63 А.

Ответ: 0,63 А.

Задачи для самостоятельного решения

1. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I(t) = kt^3$, где k = 1,5 А/с^2. Найти заряд q, протекающий через поперечное сечение проводника за время τ = 1 с.

2. Цепь состоит из последовательно соединенных сопротивлений R_1 = 2 Ом и R_2 = 3 Ом. Найти разность потенциалов на концах цепи, если падение напряжения U_2 на сопротивлении R_2 равно 4 В.

3. В схеме, изображенной на рис. 14, ε = 5 В, R_1=4 Ом, R_2=6 Ом. Внутреннее сопротивление источника тока r=0,1 Ом. Найти силу тока через сопротивление R_1.

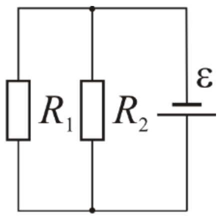

Рис. 14

4. При силе тока I_1 = 3 А во внешней цепи аккумулятора выделяется мощность P_1 = 18 Вт, при силе тока I_2 = 1 А – соответственно P_2 = 10 Вт. Определить внутреннее сопротивление r батареи.

5. Определить напряженность электрического поля в проводнике, если объемная плотность тепловой мощности равна 7 кВт/м^3, а плотность тока 3 А/мм^2.

Тема № 5. Магнитное поле постоянного тока

Основные физические законы и формулы

- Закон Био – Савара – Лапласа в скалярном виде

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl,$$

где dB – модуль вектора индукции $d\vec{B}$ магнитного поля, создаваемого элементом dl проводника с током I на расстоянии r; μ – магнитная проницаемость среды; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

- Связь между вектором индукции $\vec{B}$ и вектором напряженности $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}.$$

Индукция магнитного поля в центре кругового витка с током

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{I}{R},$$

где R – радиус витка.

- Индукция магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0},$$

где r_0 – расстояние от оси проводника до точки в пространстве.

- Индукция магнитного поля, создаваемого отрезком проводника с током (см. рис. 15),

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

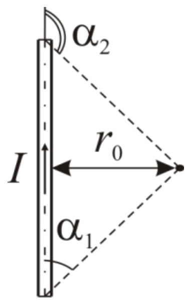

Рис. 15

- Индукция магнитного поля на оси длинного[1] соленоида

$$B = \mu\mu_0 In,$$

где n – число витков провода, приходящееся на единицу длины соленоида.

- Принцип суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots + \vec{B}_N,$$

где $\vec{B}_i$ – индукция магнитного поля, созданного i-м током, входящим в систему из N токов, в отдельности.

- Теорема о циркуляции вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля в вакууме

$$\oint_\Gamma \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_i,$$

где Г – произвольный замкнутый контур, охватывающий токи I_i; $d\vec{l}$ – элемент контура Г.

[1] Соленоид считается длинным, если его длина много больше поперечного размера сердечника.

При суммировании ток считается положительным, если его направление образует с направлением обхода контура правовинтовую систему.

- Теорема о циркуляции вектора напряженности $\vec{H}$ магнитного поля в произвольной среде

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N} I_i \, .$$

Примеры решения задач

<u>Пример 1.</u> По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток 10 А. На каком расстоянии от него напряженность магнитного поля равна 5 А/м?

Решение. Индукция магнитного поля на расстоянии r_0 от оси бесконечно длинного проводника определяется как

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r_0} \, .$$

Выразим отсюда r_0, учитывая, что индукция магнитного поля в вакууме ($\mu = 1$) и напряженность связаны соотношением $B = \mu_0 H$:

$$r_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{B} = \frac{I}{2\pi H} \, .$$

Подставляя исходные данные в расчетную формулу, получаем r_0 =0,32 м.

Ответ: 0,32 м.

<u>Пример 2.</u> По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи I_1 = 5 А и I_2 = 10 А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на r_1 = 10 см от первого и на r_2 = 8 см от второго провода.

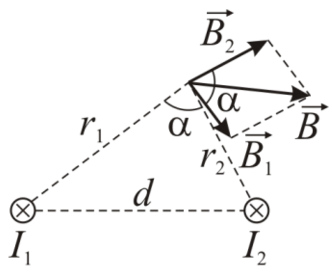

Рис. 16

Решение. Индукцию магнитного поля в рассматриваемой точке определим по принципу суперпозиции полей, создаваемых первым и вторым проводником в отдельности: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Изобразим графически расположение этих векторов (рис. 16). Для определения модуля вектора $\vec{B}$ используем теорему косинусов: $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}$. Индукцию магнитного поля, создаваемого токами I_1 и I_2, определим как $B_{1,2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_{1,2}}{r_{1,2}}$.

Косинус угла α определим из треугольника со сторонами r_1r_2d:

$$\cos\alpha = -\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} = 0{,}4\,.$$

Таким образом, расчетная формула примет вид

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{I_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{r_2}\right)^2 + 2\frac{I_1I_2}{r_1r_2}\cos\alpha}\,.$$

Подстановка исходных данных в эту формулу дает ответ $B = 3\cdot10^{-5}$ Тл.

Ответ: $3\cdot10^{-5}$ Тл.

<u>Пример 3.</u> Длинный проводник изогнут в форме плоской петли (см. рис. 17). По проводнику течет ток 10 А. Найти магнитную индукцию в точке O, если R = 1 см.

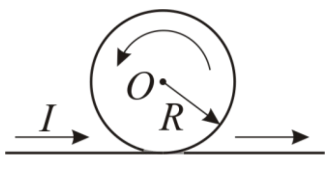

Рис. 17

Решение. Рассмотрим магнитное поле в точке O как суперпозицию полей длинного проводника и кругового проводника радиусом R:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Поскольку векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ параллельны, то магнитную индукцию B результирующего поля определим как алгебраическую сумму $B = B_1 + B_2$. Индукцию магнитного поля бесконечно длинного проводника с током B_1

определим по формуле $B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$, а индукцию поля в центре кругового проводника – по формуле $B_2 = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}$. Тогда итоговая формула примет вид:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(\frac{1}{\pi} + 1\right).$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ B = 82,8 мТл.

Ответ: 82,8 мТл.

Пример 4. Сколько витков на единицу длины содержит длинный соленоид при силе тока I = 1 А, если напряженность поля на оси соленоида H = 1000 А/м?

Решение. Индукцию магнитного поля на оси длинного соленоида найдем по формуле

$$B = \mu\mu_0 In.$$

В нашем случае сердечник соленоида немагнитный, поэтому $\mu = 1$. Выразив из данной формулы число витков n на единицу длины соленоида, учитывая, что в немагнитной среде $B = \mu_0 H$, получаем

$$n = \frac{B}{\mu_0 I} = \frac{H}{I}.$$

Подставляя исходные данные в расчетную формулу, получаем n = 1000 м$^{-1}$.

Ответ: 1000 м$^{-1}$.

Пример 5. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи I_1 = 1 А, I_2 = 5 А, текущие в одном направлении, и ток I_3 = 2 А, текущий в противоположном направлении.

Решение. Запишем теорему о циркуляции вектора индукции магнитного поля:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_i .$$

Согласно данной теореме циркуляция вектора $\vec{B}$ определяется алгебраической суммой токов, охватываемых контуром Г. Применительно к нашей задаче теорема принимает вид

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \left(I_1 + I_2 - I_3 \right).$$

Подставляя значения сил токов в правую часть расчетной формулы, получаем $\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = 5$ мкТл·м.

Ответ: 5 мкТл·м.

Задачи для самостоятельного решения

1. Чему равен радиус тонкого кольца, по которому течет ток 15 А, если напряженность магнитного поля в центре кольца равна 3 А/м?

2. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи I_1 = 5 А и I_2 = 10 А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние r = 15 см.

3. Длинный проводник изогнут в форме плоской петли (см. рис. 18). По проводнику течет ток 5 А. Найти магнитную индукцию в точке O, если R = 5 см.

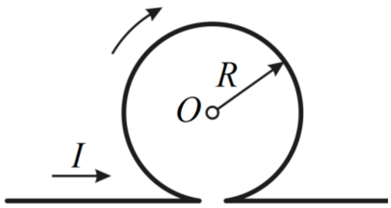

Рис. 18

4. Определить силу тока, протекающего по длинному соленоиду, содержащему n = 25 витков на сантиметр длины, если напряженность магнитного поля на его оси равна H = 600 А/м.

5. По тонкой тороидальной катушке со средним радиусом R = 5 см, содержащей N = 1500 витков, протекает ток I = 5 А. Пользуясь теоремой о циркуляции вектора магнитной индукции $\vec{B}$, определить индукцию магнитного поля на оси катушки.

Тема № 6. Силы в магнитном поле

Основные физические законы и формулы

- Модуль силы, действующей на заряженную частицу, движущуюся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B (магнитная составляющая силы Лоренца),

$$F_Л = qvB\sin\alpha,$$

где q – заряд частицы, α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

- Модуль силы (силы Ампера), действующей на элемент dl проводника с током I со стороны магнитного поля с индукцией B,

$$dF_A = IBdl\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

- В случае однородного магнитного поля и прямолинейного отрезка проводника

$$F_A = IBl\sin\alpha.$$

Магнитный момент контура с током

$$p_m = IS,$$

где S – площадь контура.

- Модуль механического момента, действующего на контур с током, находящийся в магнитном поле,

$$M = p_m B\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

- Потенциальная энергия магнитного диполя во внешнем магнитном поле

$$\Pi = -p_m B\cos\alpha.$$

- Сила, действующая на магнитный диполь со стороны неоднородного магнитного поля, изменяющегося вдоль оси OX,

$$F_x = p_m \frac{\partial B}{\partial x}\cos\alpha.$$

Примеры решения задач

<u>Пример 1.</u> Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,02 Тл по окружности радиусом R = 20 см. Определить импульс p протона.

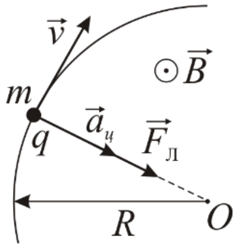

Рис. 19

Решение. Согласно второму закона Ньютона движение протона по окружности в однородном магнитном поле описывается уравнением (рис. 19)

$$m\vec{a}_ц = \vec{F}_Л .$$

В проекции на радиус-вектор протона в каждый момент времени данное уравнение принимает вид

$$m\frac{v^2}{R} = qvB\sin\alpha .$$

Учитывая, что в любой момент времени векторы $\vec{v}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны ($\sin\alpha = 1$), а также, что заряд протона q равен по элементарному заряду e, импульс протона будет определяться как

$$p = mv = eBR .$$

Подставляя исходные данные в полученную формулу, получаем p = $6{,}4\cdot10^{-22}$ кг·м/с.

Ответ: $6{,}4\cdot10^{-22}$ кг·м/с.

<u>Пример 2.</u> Двухпроводная линия состоит из длинных параллельных прямых проводов, находящихся на расстоянии d = 5 мм друг от друга. По проводам текут одинаковые токи I = 10 А. Определить силу взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины провода.

Решение. Определим силу, действующую на один из проводников со стороны магнитного поля другого проводника, как

$$F = IBl\sin\alpha .$$

Поскольку проводники лежат в одной плоскости параллельно друг другу, то угол α между векторами $\vec{l}$ и $\vec{B}$ равен π/2. Индукцию магнитного поля, создаваемого одним из проводников в точке расположения другого, найдем по формуле $B = \mu_0 I / (2\pi d)$. Тогда сила взаимодействия проводников будет равна $F = \mu_0 I^2 l / (2\pi d)$. А на единицу длины провода будет действовать сила

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}.$$

Подставляя исходные данные в эту формулу, получаем F/*l*= 4 мН/м.

Ответ: 4 мН/м.

Пример 3. Короткая катушка радиусом R = 1 см содержит N = 150 витков провода, по которому течет ток I = 2 А. Катушка помещена в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл. Определить вращающий момент M, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол α = 30° с линиями индукции.

Решение. Вращающий момент M, действующий на контур с током со стороны магнитного поля, определим по формуле

$$M = p_m B \sin\alpha.$$

Величину магнитного момента p_m короткой катушки, содержащей N витков провода, вычислим как $p_m = NIS$. Площадь сечения одного витка равна $S = \pi R^2$. В итоге получаем окончательное выражение для вращающего момента

$$M = NI\pi R^2 B \sin\alpha.$$

Подставляя исходные данные в итоговую формулу, получаем M = 4,7 мН·м.

Ответ: 4,7 мН·м.

Пример 4. Два точечных магнитных диполя (см. рис. 20) с магнитными моментами p_{m1} = 1 мА·м и p_{m2} = 2 мА·м расположены на расстоянии r = 1 м друг от друга. Определить потенциальную энергию П их взаимодействия.

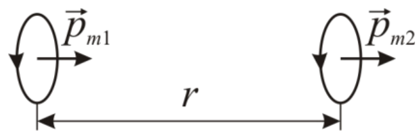

Рис. 20

Решение. Потенциальная энергия магнитного диполя во внешнем магнитном поле определяется как

$$\Pi = -p_m B \cos\alpha .$$

Выберем в качестве источника магнитного поля диполь с магнитным моментом p_{m1}. Рассматривая магнитный диполь как круговой проводник радиусом R с током I, индукцию магнитного поля на его оси, на расстоянии r от центра, определим по формуле $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + r^2\right)^{3/2}}$. Учитывая, что $p_{m1} = IS = I\pi R^2$, и пренебрегая R^2 в знаменателе по сравнению с r^2, получаем

$$B = \frac{\mu_0 p_{m1}}{2\pi r^3} .$$

С учетом того, что при заданном расположении магнитных диполей угол α между векторами $\vec{p}_{m2}$ и $\vec{B}$ равен нулю, потенциальная энергия второго магнитного диполя будет равна

$$\Pi = -p_{m2} B = -\frac{\mu_0 p_{m1} p_{m2}}{2\pi r^3} .$$

Подставляя в эту формулу исходные данные, получаем $\Pi = -4\cdot 10^{-13}$ Дж.

Ответ: $-4\cdot 10^{-13}$ Дж.

Пример 5. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл со скоростью $v = 10$ Мм/с. Вектор скорости составляет угол $\alpha = 45°$ с направлением линий индукции. Определить шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

Решение. Шаг винтовой линии – это расстояние, пролетаемое частицей в направлении магнитного поля за время одного оборота по окружности (рис. 21). В этом случае шаг можно определить как

$$h = v_{\parallel} T ,$$

где $v_\parallel$ – составляющая вектора скорости, направленная вдоль вектора $\vec{B}$; T – период обращения частицы по окружности.

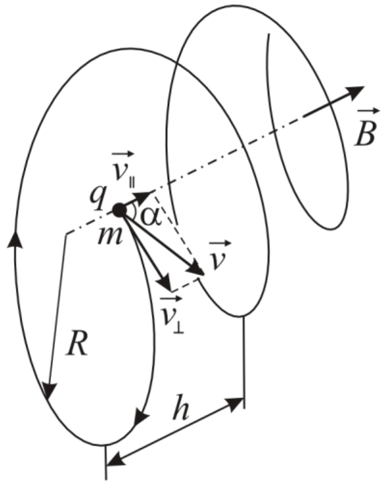

Рис. 21

Для вычисления периода T рассмотрим движение электрона по окружности под действием силы Лоренца. Уравнение движения можно представить в виде

$$m\frac{v_\perp^2}{R} = |e|v_\perp B,$$

где $v_\perp$ – составляющая вектора скорости, направленная перпендикулярно к вектору $\vec{B}$.

Период обращения T электрона по окружности определим как

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{|e|B}.$$

В итоге получаем расчетную формулу для шага винтовой линии:

$$h = \frac{2\pi m}{|e|B}v_\parallel = \frac{2\pi m v\cos\alpha}{|e|B}.$$

Подставляя в последнюю формулу исходные данные, получаем h = 2,5 мм.

Ответ: 2,5 мм.

<u>Пример 6.</u> Перпендикулярно к магнитному полю с индукцией B = 0,5 Тл возбуждено электрическое поле напряженностью E = 80 кВ/м.

Перпендикулярно к обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость v частицы.

Решение. Согласно второму закону Ньютона условием прямолинейного равномерного движения тела является равенство нулю равнодействующей силы. В нашем случае на заряженную частицу действуют сила $F_Э = qE$ со стороны электрического поля и сила $F_M = qvB\sin\alpha$ со стороны магнитного. Тогда

$$qE = qvB\sin\alpha .$$

Откуда $v = \dfrac{E}{B\sin\alpha}$. По условию задачи $\alpha=\pi/2$, тогда

$$v = \frac{E}{B}.$$

Подставляя в последнюю формулу исходные данные, получаем $v = 1{,}6\cdot 10^5$ м/с.

Ответ: $1{,}6\cdot 10^5$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

1. Прямой провод, по которому течет ток, расположен в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл под углом 30° к линиям магнитной индукции. Найти силу тока в проводнике, если на отрезок проводника длиной $l = 1$ м действует сила $F = 0{,}5$ Н.

2. Электрон движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 5$ Мм/с перпендикулярно к линиям магнитной индукции. Найти ускорение электрона, если магнитная индукция B равна 10 мТл.

3. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка равна 100 А/м. Магнитный момент p_m витка равен 5 А·м^2. Вычислить силу тока I в витке.

4. Два точечных магнитных диполя (рис. 22) с магнитными моментами p_{m1} = 1 мА·м и p_{m2} = 2 мА·м расположены на расстоянии r = 1 м друг от друга. Определить силу их взаимодей-

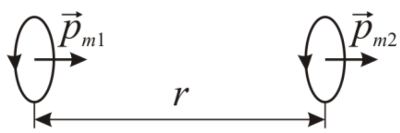

Рис. 22

ствия.

5. Протон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл со скоростью $v = 5$ Мм/с. Вектор скорости составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением линий индукции. Определить радиус R винтовой линии, по которой будет двигаться протон в магнитном поле.

Тема № 7. Электромагнитная индукция

Основные физические законы и формулы

- Магнитный поток индукции неоднородного магнитного поля через плоский контур площадью S

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

- Магнитный поток индукции однородного магнитного поля через плоский контур

$$\Phi = \vec{B}\vec{S}\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к поверхности контура.

- Полный магнитный поток (потокосцепление) через поперечное сечение катушки

$$\Psi = N\Phi = LI,$$

где N – число витков, L – индуктивность катушки.

- Индуктивность длинного соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника, n – количество витков на единицу длины, V – объем сердечника.

- Работа силы Ампера, совершаемая по перемещению контура с током I в магнитном поле из положения 1 в положение 2,

$$A = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right).$$

- Закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС индукции, возникающая в замкнутом контуре при изменении магнитного потока через его поперечное сечение.

- ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt},$$

где dI/dt – скорость изменения силы тока в контуре.

Закон изменения силы тока в цепи, содержащей индуктивность:

а) после замыкания цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

где ε – ЭДС источника тока, R – активное сопротивление цепи;

б) после размыкания цепи:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},$$

где I_0 – значение силы тока при t=0 (в момент размыкания цепи).

- Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

- Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\varpi = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Цепь состоит из последовательно соединенных сопротивления R = 1 Ом, катушки индуктивности L = 0,3 Гн, источника тока и ключа. Ключ разомкнут. Через какое время после замыкания ключа сила тока в цепи достигнет уровня 0,7 от максимального?

Решение. Зависимость силы тока от времени после замыкания цепи имеет вид

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

В данной формуле отношение $\varepsilon / R = I_{\max}$ – установившееся (максимальное) значение силы тока в цепи. По условию задачи $I / I_{\max} = 0{,}7$. Выразим время t из исходной формулы. Для этого вначале преобразуем ее к виду

$$1 - \frac{I}{I_{\max}} = e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Прологарифмируем обе части последнего выражения:

$$\ln\left(1 - \frac{I}{I_{\max}}\right) = -\frac{R}{L}t.$$

Откуда

$$t = -\frac{L}{R}\ln\left(1 - \frac{I}{I_{\max}}\right).$$

Подставляя в эту формулу исходные данные, получаем t = 0,36 с.

Ответ: 0,36 с.

Пример 2. Определить индуктивность соленоида без сердечника, содержащего N = 1000 витков провода, намотанного в один слой на цилиндрический каркас длиной l = 10 см, диаметром d = 2 см.

Решение. Индуктивность соленоида определим по формуле

$$L = \mu\mu_0 n^2 V.$$

В нашем случае сердечник отсутствует, а значит, μ=1. Количество витков провода на единицу длины определим как $n = N / l$. Объем V каркаса соленоида рассчитаем как объем цилиндра: $V = \frac{1}{4}\pi d^2 l$. В итоге получаем расчетную формулу для индуктивности соленоида:

$$L = \mu_0\left(\frac{N}{l}\right)^2 \frac{1}{4}\pi d^2 l = \frac{\mu_0 \pi N^2 d^2}{4l}.$$

Подставляя в итоговую формулу исходные данные, получаем L = 4 мГн.

Ответ: 4 мГн.

Пример 3. Соленоид без сердечника содержит $N = 600$ витков провода. Определить энергию магнитного поля при силе тока $I = 2$ А, если длина соленоида $l = 5$ см, диаметр $d = 1{,}5$ см.

Решение. Энергию магнитного поля определим по формуле

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

В предыдущем примере получено выражение для расчета индуктивности соленоида: $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 d^2}{4l}$. Тогда расчетная формула принимает вид:

$$W = \frac{\mu_0 \pi N^2 d^2 I^2}{8l}.$$

Подставляя в последнюю формулу исходные данные, получаем W = 1,7 мкДж.

Ответ: 1,7 мкДж.

Пример 4. Обмотка соленоида с немагнитным сердечником содержит n = 25 витков на сантиметр длины. Определить объемную плотность энергии поля, если по обмотке течет ток I = 5 А.

Решение. Объемную плотность энергии магнитного поля определим по формуле

$$\varpi = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Поскольку сердечник немагнитный $\mu = 1$, напряженность магнитного поля на оси длинного соленоида найдем по формуле $H = In$. В итоге расчетная формула принимает вид:

$$\varpi = \frac{\mu_0 (In)^2}{2}.$$

Подставляя в итоговую формулу исходные данные, получаем ϖ = 98 Дж/м^3.

Ответ: 98 Дж/м^3.

Пример 5. В однородном магнитном поле с индукцией B=1 Тл равномерно с частотой n=10 с$^{-1}$ вращается тонкая катушка, содержащая N=200 витков провода площадью S = 20 см^2. Ось вращения лежит в плоскости катушки. Определить максимальную силу индукционного тока I_{max}, возникающего в катушке, если ее активное сопротивление R=0,5 Ом.

Решение. При равномерном вращении катушки магнитный поток через ее сечение будет изменяться со временем по закону

$$\Phi(t) = NSB\cos(\alpha(t)).$$

Зависимость угла α от времени запишем в виде $\alpha(t) = \alpha_0 + \omega t = \alpha_0 + 2\pi nt$. В катушке, при ее вращении, возникает ЭДС индукции $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt} = 2\pi nNSB\sin(2\pi nt + \alpha_0)$. Максимальное значение ЭДС индукции будет равно $\varepsilon_{\max} = 2\pi nNSB$. Максимальное значение силы тока определим по закону Ома:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{R} = \frac{2\pi nNSB}{R}.$$

Подставляя в эту формулу исходные данные, получаем $I_{\max}$=5 А.

Ответ: 5 А.

Пример 6. В однородном магнитном поле с индукцией B=0,1 Тл находится прямой проводник длиной l=10 см, расположенный перпендикулярно к линиям индукции. По проводнику течет ток I=1 А. Под действием силы Ампера проводник смещается на s=2 см. Найти работу A силы Ампера.

Решение. Поскольку магнитное поле однородное, работу A силы Ампера по перемещению проводника на расстояние s определим по формуле

$$A = F_A s\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором $\vec{F}_A$ и направлением перемещения (в нашем случае $\alpha = 0$).

Учитывая, что проводник расположен перпендикулярно к вектору $\vec{B}$, силу Ампера рассчитаем как $F_A = IBl$. Тогда работа будет равна

$$A = IBls.$$

Подстановка исходных данных в эту формулу дает ответ: A= 0,2 мДж.

Ответ: 0,2 мДж.

Задачи для самостоятельного решения

1. Цепь состоит из последовательно соединенных сопротивления, катушки индуктивности, источника тока и ключа. Ключ замкнут. Во сколько раз уменьшится сила тока в цепи через t = 0,5 с после размыкания ключа, если сопротивление R =1 Ом, индуктивность L = 2 Гн?

2. Определить индуктивность катушки без сердечника, содержащей N = 1000 витков провода, намотанного в один слой на каркас в форме тороида круглого сечения диаметром d = 0,5 см. Диаметр тороида по средней линии D = 10 см.

3. Обмотка соленоида с немагнитным сердечником содержит n = 10 витков на сантиметр длины. Определить объемную плотность энергии поля, если по обмотке течет ток I = 10 А.

4. Генератор представляет собой катушку диаметром 2 см, содержащую 500 витков и вращающуюся в однородном магнитном поле с индукцией 0,01 Тл. С какой частотой надо вращать катушку, чтобы снимать с ее концов напряжение амплитудой 2,5 В?

5. Плоская замкнутая рамка из одного витка провода, охватывающая прямоугольник площадью S = 0,01 м^2, лежит на горизонтальной плоскости в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B = 2 Тл. Какой заряд протечет по рамке, если ее повернуть на 180° вокруг одной из ее сторон? Сопротивление рамки равно R = 0,1 Ом.

Справочные таблицы

Таблица 1. Приставки и множители в наименованиях кратных и дольных единиц измерения системы СИ

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
Атто	а	10^{-18}	Дека	да	10^{1}
Фемто	ф	10^{-15}	Гекто	г	10^{2}
Пико	п	10^{-12}	Кило	к	10^{3}
Нано	н	10^{-9}	Мега	М	10^{6}
Микро	мк	10^{-6}	Гига	Г	10^{9}
Милли	м	10^{-3}	Тера	Т	10^{12}
Санти	см	10^{-2}	Пета	П	10^{15}
Деци	дм	10^{-1}	Экса	Э	10^{18}

Таблица 2. Производные и интегралы некоторых функций

Производные	Интегралы
$\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\left(\ln x\right)' = \frac{1}{x}$	$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$
$\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\int \frac{dx}{x^n} = \frac{x^{1-n}}{n-1} + C$ (при $n \geq 2$)
$\left(a^x\right)' = a^x \ln a$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
$\left(e^x\right)' = e^x$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\left(\sin x\right)' = \cos x$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\left(\cos x\right)' = -\sin x$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\left(\mathrm{tg}\, x\right)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \mathrm{tg}\, dx = -\ln\left(\cos x\right) + C$
$\left(\mathrm{ctg}\, x\right)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \mathrm{ctg}\, x dx = \ln\left(\sin x\right) + C$

Таблица 3. Диэлектрическая проницаемость вещества

Вещество	Диэлектрическая проницаемость ε
Воздух	≈1
Вода	81
Парафин	2
Эбонит	3
Фарфор	5
Стекло, слюда	7

Таблица 4. Удельное сопротивление проводников

Вещество	Удельное сопротивление ρ (при 20 ºС), нОм·м
Медь	17
Алюминий	26
Железо	98
Графит	$3{,}9\cdot 10^{3}$

Таблица 5. Основные физические постоянные

Элементарный заряд	$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м

Библиографический список

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: учеб. пособие для вузов.– М.: Академия, 2009.

2. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для студ. втузов.– М.: Астрель; АСТ, 2003. Кн. 2: Электричество и магнетизм.

3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: учеб. пособие для втузов.– М.: Физматлит, 2003.

Оглавление