5772

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.Ф. УТКИНА



# ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## ЧАСТЬ 1

Методические указания к самостоятельной работе

Рязань 2021

УДК 517.98

Тематические тесты по математике. Ч. 1: методические указания к самостоятельной работе/ Рязан. гос. радиотехн. ун- т; сост.: Г.С. Лукьянова, Н.В. Елкина, Е.А. Сюсюкалова, С.В. Богатова. – Рязань, 2021. – 40 с.

Содержат методические указания к самостоятельной работе по математике, краткий теоретический справочник и примеры тестов то темам «Комплексные числа», «Линейная алгебра», «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Введение в анализ» и «Производные и их приложения».

Предназначены для студентов всех направлений и специальностей, изучающих высшую математику.

Библиогр.: 7 назв.

*Комплексное число, матрица определитель, вектор, скалярное произведение, векторное произведение, плоскость, прямая, окружность, предел, производная*

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра высшей математики Рязанского государственного радиотехнического университета (зав. кафедрой канд. физ.-мат. наук К.В. Бухенский)

## Предисловие

При обучении математике самостоятельная работа играет важную роль в ходе всего учебного процесса. Чтобы добиться хороших результатов, недостаточно записывать лекции или решать задачи на очных занятиях, нужна регулярная самостоятельная работа с изучаемым материалом.

Рекомендуем сочетать работу на занятиях с самостоятельным изучением дистанционного курса по математике, доступ к которому вы получили у преподавателя.

Свою самостоятельную работу целесообразно организовать следующим образом:

1) внимательно изучите материал лекций, выделите основные формулы, теоремы и типовые примеры;

2) запишите возникающие у вас вопросы и вопросы, которые преподаватель оставил на самостоятельное изучение;

3) найдите ответы на эти вопросы в рекомендованной преподавателем литературе, дистанционном курсе по математике или в интернет-источниках, запишите их в тетрадь;

4) изучите материалы практических занятий и выполните домашнюю работу, сравните свои решения с образцами, представленными в дистанционных практикумах;

5) выполните тренировочный тест по соответствующей теме из данных методических указаний. Тест считается зачтенным, если вы правильно решили не менее 7 заданий.

## Комплексные числа

**Алгебраическая форма**: $z = x + yi$, где $i^2 = -1$.

**Тригонометрическая форма**: $z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$,

где $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,

$$\varphi = \arg z = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}, \ x > 0; \\ \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} + \pi, \ x < 0, \ y \geq 0; \\ \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} - \pi, \ x < 0, \ y < 0; \\ \dfrac{\pi}{2}, \ x = 0, \ y > 0; \\ -\dfrac{\pi}{2}, \ x = 0, \ y < 0, \end{cases} \qquad \varphi \in (-\pi; \pi].$$

**Показательная форма**: $z = |z| e^{i\varphi}$ .

### *Действия с комплексными числами*

Пусть $z_1 = x_1 + i\,y_1$, $z_2 = x_2 + i\,y_2$.

1) $z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2)$

2) $z_1 \cdot z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1)$

3) $$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z}_2}{z_2 \cdot \overline{z}_2} = \frac{(x_1 + i\,y_1)(x_2 - i\,y_2)}{(x_2 + i\,y_2)(x_2 - i\,y_2)} =$$

$$= \frac{(x_1x_2 + y_1y_2) + i(y_1x_2 - x_1y_2)}{x_2^2 + y_2^2}$$

Пусть $z_1 = |z_1| e^{i\varphi_1}$, $z_2 = |z_2| e^{i\varphi_2}$ .

1) $z_1 \cdot z_2 = |z_1| \cdot |z_2| e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$

2) $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{|z_1|}{|z_2|} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$

3) $(z_1)^n = |z_1|^n e^{i(n\varphi_1)}$ 4) $\sqrt[n]{z_1} = \sqrt[n]{|z_1|}e^{i\frac{\varphi+2\pi k}{n}}$, $k = \overline{0, n-1}$

## Тест 1

**1.** Если $z_1 = -1+\sqrt{3}\cdot i$ и $z_2 = -1+1\cdot i$, то значение $\frac{z_1}{z_2}$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

**а)** $\frac{2}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right)\right)$;

**б)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$;

**в)** $\frac{2}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$;

**г)** $\frac{2}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$;

**д)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$.

**2.** Если $z_1 = -1+1\cdot i$ и $z_2 = 1-1\cdot i$, то произведение комплексных чисел $z_1 \cdot z_2$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

**а)** $\sqrt{2}\cdot\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$;

**б)** $2\cdot\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$;

**в)** $2\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$;

**г)** $2\cdot(\cos(-\pi)+i\cdot\sin(-\pi))$;

д) $\sqrt{2}\cdot\left(\cos(\pi)+i\cdot\sin(\pi)\right)$.

**3.** Тригонометрическая форма записи комплексного числа $z=-1-i\sqrt{3}$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

**а)** $2\cdot\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\cdot\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$;

**б)** $2\cdot\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)-i\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$;

**в)** $2\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$;

**г)** $2\cdot\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+i\cdot\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$;

**д)** $2\cdot\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)-i\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.

**4.** Аргумент комплексного числа $-\sqrt{7}-\sqrt{7}\cdot i$ равен … .

Выберите один ответ:

**а)** $\frac{\pi}{4}$; **б)** $-\frac{3\pi}{4}$; **в)** $\frac{3\pi}{4}$; **г)** $-\frac{\pi}{4}$.

**5.** Модуль комплексного числа $\frac{-2\sqrt{3}}{6i}$ равен … .

Выберите один ответ:

**а)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **б)** $2$; **в)** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; **г)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$; **д)** $-2$.

**6.** Установите соответствие между комплексными числами

**1)** $3-\sqrt{3}\cdot i$; **2)** $\sqrt{3}+3\cdot i$; **3)** $-\sqrt{6}-\sqrt{2}\cdot i$

и их аргументами

**A.** $\frac{\pi}{6}$; **B.** $-\frac{\pi}{6}$; **C.** $-\frac{\pi}{3}$; **D.** $\frac{\pi}{3}$; **E.** $-\frac{5\pi}{6}$; **F.** $\frac{5\pi}{6}$ .

(Ответ запишите без пробелов и запятых, например **1A2B3C**.)

**7.** Найдите все значения корня $\sqrt{-\frac{1}{81}}$.

Выберите один или несколько ответов:

**а)** $\frac{1}{9}\cdot\left(\cos\left(\frac{5\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)\right)$; **б)** $\frac{1}{9}\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$;

**в)** $\frac{1}{9}\cdot\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$; **г)** $\frac{1}{9}\cdot\left(\cos(-\pi)+i\sin(-\pi)\right)$;

**д)** $\frac{1}{9}\cdot\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)$.

**8.** Значение комплексного числа $\frac{1+i}{3+i}$ равно … .

Выберите один ответ:

**а)** $-\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\cdot i$; **б)** $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\cdot i$; **в)** $-\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\cdot i$; **г)** $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\cdot i$.

**9.** Установите соответствие между комплексными числами

**1)** $\frac{i}{i+1}$; **2)** $\frac{1-\sqrt{3}\cdot i}{i}$; **3)** $\frac{6}{1+i}$

и комплексно-сопряженными к ним

**A.** $-\sqrt{3}+i$; **B.** $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$; **C.** $-3+3i$;

**D.** $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$; **E.** $\sqrt{3}-i$; **F.** $3+3i$.

(Ответ запишите без пробелов и запятых, например **1A2B3C**.)

**10.** Если $z=-\sqrt{3}-i$, то значение комплексного числа $\left(-\sqrt{3}-i\right)^6$ равно … .

## Тест 2

**1.** Если $z_1 = -\sqrt{3} - 1 \cdot i$ и $z_2 = -1 - \sqrt{3} \cdot i$, то $\frac{z_1}{z_2}$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

**а)** $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$;

**б)** $\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$;

**в)** $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;

**г)** $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$;

**д)** $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

**2.** Если $z_1 = -\sqrt{3} - 1 \cdot i$ и $z_2 = -1 + 1 \cdot i$, то произведение комплексных чисел $z_1 \cdot z_2$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

**а)** $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)\right)$;

**б)** $2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$;

**в)** $2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right)$;

**г)** $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$;

**д)** $2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$.

**3.** Тригонометрическая форма записи комплексного числа $-\sqrt{3}-i\cdot 1$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

**а)** $2\left(\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right)$;

**б)** $2\left(\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)-i\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)\right)$;

**в)** $2\left(\cos\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)\right)$;

**г)** $2\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$;

**д)** $2\left(\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)-i\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)\right)$.

**4.** Аргумент комплексного числа $-2-2\sqrt{3}\cdot i$ равен … .

Выберите один ответ:

**а)** $\dfrac{\pi}{6}$; **б)** $-\dfrac{5\pi}{6}$; **в)** $\dfrac{\pi}{3}$; **г)** $\dfrac{2\pi}{3}$; **д)** $-\dfrac{2\pi}{3}$.

**5.** Модуль комплексного числа $\dfrac{-i}{\sqrt{3}i+1}$ равен … .

Выберите один ответ:

**а)** $\dfrac{1}{2}$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; **в)** $-\dfrac{1}{2}$; **г)** $-\dfrac{1}{4}$; **д)** $\dfrac{1}{4}$.

**6.** Установите соответствие между комплексными числами

**1.** $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$; **2.** $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$; **3.** $2\sqrt{3}-2\cdot i$

и их аргументами

**A.** $\dfrac{\pi}{6}$; **B.** $-\dfrac{\pi}{6}$; **C.** $-\dfrac{\pi}{3}$; **D.** $\dfrac{\pi}{3}$; **E.** $-\dfrac{2\pi}{3}$; **F.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

(Ответ запишите без пробелов и запятых, например **1A2B3C**.)

**7.** Найдите все значения корня $\sqrt{-i}$ … .

Выберите один или несколько ответов:

**а)** $\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$; **б)** $\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)\right)$;

**в)** $\left(\cos\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)+i\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)\right)$; **г)** $\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$;

**д)** $\left(\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)\right)$.

**8.** Значение комплексного числа $\dfrac{2i}{\sqrt{3}i-1}$ равно … .

Выберите один ответ:

**а)** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot i$; **б)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot i$; **в)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot i$; **г)** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot i$.

**9.** Установите соответствие между комплексными числами

**1.** $\dfrac{3-\sqrt{3}i}{5i}$; **2.** $\dfrac{5i}{1-i}$; **3.** $\dfrac{\sqrt{3}+3i}{-4i}$

и комплексно-сопряженными к ним

**A.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{5}-\dfrac{3}{5}i$; **B.** $-\dfrac{5}{2}-\dfrac{5}{2}i$; **C.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{5}+\dfrac{3}{5}i$;

**D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{5}+\dfrac{3}{5}i$; **E.** $\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}i$; **F.** $-\dfrac{3}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$.

(Ответ запишите без пробелов и запятых, например **1A2B3C**.)

**10.** Если $z=1-\sqrt{3}i$, то значение комплексного числа $\left(1-\sqrt{3}i\right)^3$ равно … .

## Линейная алгебра

***Сложение матриц***: пусть заданы матрицы $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$ и $B=\left(b_{ij}\right)_{m\times n}$. Тогда $C=\left(c_{ij}\right)_{m\times n}=A+B$, если $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$.

***Умножение матрицы на число***: для любого $\alpha\in\mathbb{R}$ $C=\left(c_{ij}\right)_{m\times n}=\alpha\cdot A$, если $c_{ij}=\alpha\cdot a_{ij}$.

***Умножение матриц***: пусть $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times p}$ и $B=\left(b_{ij}\right)_{p\times n}$. Тогда определено произведение $C=\left(c_{ij}\right)_{m\times n}=A\cdot B$, если

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{p}a_{ik}b_{kj}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\ldots+a_{ip}b_{pj}.$$

***Элементарные преобразования матрицы***:

1) перестановка строк (столбцов);
2) умножение строки (столбца) на число $\alpha\neq 0$;
3) прибавление к элементам строки (столбца) матрицы элементов другой строки (столбца), умноженных на некоторое число.

***Определители***: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$,

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{32}a_{11}a_{23}-a_{33}a_{21}a_{12},$$

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\ldots+a_{in}A_{in},\ i=\overline{1,n},$$

где $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$ – алгебраическое дополнение элемента $a_{ij}$.

Элементарные преобразования не изменяют $rg(A)$ (***ранг матрицы*** $A$). С помощью элементарных преобразований любую матрицу можно привести к ступенчатому виду ([1, с. 15]). Ранг ступенчатой матрицы равен числу ее ненулевых строк.

Обратная матрица $A^{-1}$ вычисляется по формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

***СЛАУ.*** Для того чтобы СЛАУ $A \cdot X = B$ была совместной, необходимо и достаточно, чтобы $rg(A) = rg(A|B)$ (ранг основной матрицы системы был равен рангу ее расширенной матрицы).

Если $A$ - квадратная матрица и $|A| \neq 0$, то решение СЛАУ $A \cdot X = B$ можно найти с помощью обратной матрицы $X = A^{-1} \cdot B$ или по формулам Крамера $x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$, $i = \overline{1,n}$, где $|A_i|$ – определитель, полученный из определителя $|A|$ путём замены в нём $i$-го столбца столбцом свободных членов.

## Тест 1

**1.** Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \end{vmatrix}$.

**2.** Решением уравнения $\begin{vmatrix} x & -2x+2 \\ -2 & x \end{vmatrix} = 0$ являются числа:

(ответ запишите в порядке возрастания, разделяя числа знаком «;» и не используя пробелов, например **-5;5**).

**3.** Решением неравенства $\begin{vmatrix} x & 5 \\ 4 & x+1 \end{vmatrix} < 0$ является промежуток:

[ответ запишите в виде промежутка, разделяя числа знаком ";" и не используя пробелы, например **(2;7)**].

**4.** Вычислить определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 2 & -2 \\ 5 & -5 & 0 & 0 \\ -4 & -6 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

**5.** Чему равно произведение элементов второй строки матрицы, обратной к матрице $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$?

**а)** $-2$; **б)** $2$; **в)** $\frac{1}{4}$; **г)** $\frac{1}{2}$; **д)** $0$.

**6.** Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 6 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & -3 & 4 & 8 \\ 4 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**7.** Решение системы уравнений $\begin{cases} x - y + 5z = 7 \\ 2x + y - z = 0 \\ x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$ имеет вид… .

(Ответ введите с клавиатуры, разделяя значения знаком ";" и не используя пробелы, например: **0;0;0**.)

**8.** Сумма элементов, расположенных на главной диагонали матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, равна… .

**а)** $16$; **б)** $3$; **в)** $17$; **г)** $4$; **д)** $7$.

**9.** В матрице, являющейся результатом умножения матриц $A \cdot B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \\ 3 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$, произведение элементов второго столбца равно… .

**10.** Значение определителя матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = -4x + 3$ и $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$, равно… .

**Тест 2**

**1.** Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ -2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$.

**2.** Решением уравнения $\begin{vmatrix} x+3 & 3x+1 \\ x+2 & 3x \end{vmatrix} = 0$ являются числа… .

(Ответ запишите в порядке возрастания, разделяя числа знаком «;» и не используя пробелов, например **-5;5**.)

**3.** Решением неравенства $\begin{vmatrix} x & -2 \\ x & x+1 \end{vmatrix} \le 0$ является промежуток… .

[Ответ запишите в виде промежутка, разделяя числа знаком ";" и не используя пробелы, например **(2;7)**.]

**4.** Вычислить определитель четвертого порядка $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 5 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

**5.** Сумма элементов третьего столбца матрицы, обратной к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, равна:

**а)** $-1$; **б)** $-\dfrac{10}{27}$; **в)** $\dfrac{10}{27}$; **г)** $-\dfrac{1}{3}$; **д)** $\dfrac{1}{3}$; **е)** $1$.

**6.** Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & -5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

**7.** Решение системы уравнений $\begin{cases} x+3y-3z=1 \\ 3x-3y+4z=4 \\ x-3y-3z=-5 \end{cases}$ имеет вид… .

(Ответ введите с клавиатуры, разделяя значения знаком ";" и не используя пробелы, например: **0;0;0**.)

**8.** Элемент, находящийся на пересечении третьей строки и второго столбца матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$, равен:

**а)** $-17$; **б)** $-27$; **в)** $13$; **г)** $32$; **д)** $26$.

**9.** В матрице, являющейся результатом умножения матриц $A \cdot B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ 5 & -7 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 5 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, сумма всех элементов равна… .

**10.** Значение определителя матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = -3x + 2$ и $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, равно… .

## Векторная алгебра

Если точки $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ – начало и конец вектора $\overline{AB}$ соответственно, то $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$.

Пусть $\bar{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\bar{b} = (b_x, b_y, b_z)$ и $\alpha \in \mathbb{R}$.

***Сложение векторов***: $\bar{a} + \bar{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$, то есть при сложении двух векторов их координаты складываются.

***Умножение вектора на число***: $\alpha\bar{a} = (\alpha a_x, \alpha a_y, \alpha a_z)$, то есть все координаты вектора умножаются на число.

***Орт*** вектора $\bar{a}$ – вектор $\bar{a}^0 = \dfrac{1}{|\bar{a}|}\bar{a}$.

***Необходимое и достаточное условие коллинеарности:*** если $\bar{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\bar{b} = (b_x, b_y, b_z)$, то

$$\bar{a} \parallel \bar{b} \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}.$$

***Скалярным произведением двух векторов*** $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется число, равное произведению длин этих векторов и косинуса угла между ними: $(\bar{a}, \bar{b}) = \bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos\varphi$, $\varphi = \angle(\bar{a}, \bar{b})$.

***Векторным произведением двух векторов*** $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется вектор $\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b} = [\bar{a}, \bar{b}]$ такой, что: 1) $\bar{c} \perp \bar{a}, \bar{c} \perp \bar{b}$; 2) $|\bar{c}| = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \sin\varphi$, $\varphi = \angle(\bar{a}, \bar{b})$; 3) векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют правую тройку векторов.

***Смешанным произведением трех векторов*** $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ называется число, равное скалярному произведению векторного произведения векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ и вектора $\bar{c}$: $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = ([\bar{a}, \bar{b}], \bar{c})$.

***Геометрический смысл*: 1)** $(\bar{a}, \bar{b}) = |\bar{a}|\, np_{\bar{a}}\bar{b} = |\bar{b}|\, np_{\bar{b}}\bar{a}$;

**2)** $S_{\square} = |\bar{a} \times \bar{b}|$, $S_{\Delta} = \dfrac{1}{2}|\bar{a} \times \bar{b}|$;

**3)** $V_{\text{параллелепипеда}} = \left|\bar{a}\bar{b}\bar{c}\right|$, $V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{6}\left|\bar{a}\bar{b}\bar{c}\right|$.

***Вычисление*:** если в ПДСК $\bar{a} = \left(a_x, a_y, a_z\right)$, $\bar{b} = \left(b_x, b_y, b_z\right)$ и $\bar{c} = \left(c_x, c_y, c_z\right)$, то:

**1)** $\left(\bar{a}, \bar{b}\right) = \bar{a} \cdot \bar{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$;

**2)** $\left|\bar{a}\right| = \sqrt{\bar{a}^2} = \sqrt{\bar{a} \cdot \bar{a}} = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z^2}$;

**3)** $\cos\varphi = \dfrac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$;

**4)** направляющие косинусы вектора $\bar{a}$: $\cos\alpha = \dfrac{a_x}{\left|\bar{a}\right|}$, $\cos\beta = \dfrac{a_y}{\left|\bar{a}\right|}$, $\cos\gamma = \dfrac{a_z}{\left|\bar{a}\right|}$; **5)** $\bar{a}^0 = \left(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\right)$, $\left|\bar{a}^0\right| = 1$;

**6)** $\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$; **7)** $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$.



### Тест 1

**1.** Даны разложения векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ по базису $\left\langle \bar{i}, \bar{j}, \bar{k} \right\rangle$:

$$\bar{a} = 3\bar{i} + 2\bar{j} + \beta\bar{k}, \quad \bar{b} = \alpha\,\bar{i} + 4\bar{j} - 3\bar{k}.$$

Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ коллинеарны, то сумма $\alpha + \beta$ равна… .

**2.** Направление силы $\bar{F} = \left(2; 2; -2\sqrt{2}\right)$ задается углами:

а) $\alpha = 60^0, \beta = 60^0, \gamma = 120^0$;

б) $\alpha = 60^0, \beta = 60^0, \gamma = 135^0$;

в) $\alpha = 30^0, \beta = 30^0, \gamma = 135^0$;

г) $\alpha = 120^0, \beta = 90^0, \gamma = 60^0$;

д) $\alpha = 90^0$, $\beta = 90^0$, $\gamma = 120^0$;

е) $\alpha = 60^0$, $\beta = 60^0$, $\gamma = 45^0$.

**3.** Заданы три точки своими координатами: $A(3;-2;8)$, $B(2;5;-8)$, $C(-4;3;8)$. Тогда проекция вектора $\bar{a} = 2\overline{AB} + 4\overline{CB}$ на ось абсцисс равна… .

**4.** При каком значении $x$ векторы $\bar{a} = (-9;4;7)$ и $\bar{b} = (-7{,}7;-9;x)$ ортогональны? (Ответ найдите с тремя знаками после запятой.)

**5.** Значение выражения $4\cdot\bar{m}\cdot\bar{n} + 3\cdot(\bar{m} - 4\bar{n})^2 + 4$ при условии $|\bar{m}| = 2$, $|\bar{n}| = 7$, $\angle(\bar{m},\bar{n}) = \dfrac{\pi}{6}$ равно… . (Ответ найдите с тремя знаками после запятой.)

**6.** Площадь треугольника с вершинами в точках $A(1;2;0)$, $B(3;2;1)$, $C(-2;1;2)$ равна:

а) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$; б) $5\sqrt{6}$; в) $\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$;

г) $3\sqrt{6}$; д) $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$; е) $4\sqrt{6}$.

**7.** Значение выражения $|(4\bar{n} + \bar{m})\times\bar{n}|$, если $|\bar{m}| = 8$, $|\bar{n}| = 3$, $\angle(\bar{m},\bar{n}) = 150^0$, равно… .

**8.** Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a} = (-6;-7;-8)$, $\bar{b} = (6;6;-4)$, $\bar{c} = (-8;8;-5)$, равен… .

**9.** Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = 3\bar{p} + 2\bar{q}$ и $\bar{b} = 2\bar{p} - \bar{q}$, где $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 3$, $\angle(\bar{p},\bar{q}) = \dfrac{3\pi}{4}$, равна:

а) $29\sqrt{2}$;  б) $21\sqrt{2}$;  в) $\dfrac{29\sqrt{2}}{2}$;

г) $42\sqrt{2}$;  д) $58\sqrt{2}$;  е) $23$.

**10.** Работа, совершаемая силой $\overline{F} = -4\overline{i} + 9\overline{j} - 6\overline{k}$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; -5; 4)$ в положение $B(0; -1; 5)$, равна… .

## Тест 2

**1.** Векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ совпадают со сторонами параллелограмма. Укажите верные утверждения:

а) $|\overline{a} + \overline{b}| = |\overline{a} - \overline{b}|$, если $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны;

б) $|\overline{a} + \overline{b}| < |\overline{a} - \overline{b}|$, если $\angle(\overline{a}, \overline{b})$ острый;

в) $(\overline{a} + \overline{b})^2 = |\overline{a}|^2 + |\overline{b}|^2 - 2 \cdot |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot \cos\angle(\overline{a}, \overline{b})$;

г) $(\overline{a} + \overline{b})^2 = |\overline{a}|^2 + |\overline{b}|^2 + 2 \cdot \overline{a} \cdot \overline{b}$;

д) $|\overline{a} + \overline{b}| > |\overline{a} - \overline{b}|$, если $\angle(\overline{a}, \overline{b})$ тупой;

е) $(\overline{a} + \overline{b}) \cdot (\overline{a} - \overline{b}) = 0$.

**2.** Вектор $\overline{x}$, образующий со всеми тремя базисными ортами равные острые углы, при условии $|\overline{x}| = 2\sqrt{3}$ имеет координаты:

а) $-2\overline{i} + 2\overline{j} - 2\overline{k}$;  б) $2\overline{i} - 2\overline{j} - 2\overline{k}$;

в) $2\overline{i} + 2\overline{j} + 2\overline{k}$;  г) $-2\overline{i} + 2\overline{j} + 2\overline{k}$;

д) $2\overline{i} - 2\overline{j} + 2\overline{k}$;  е) $-2\overline{i} - 2\overline{j} - 2\overline{k}$.

**3.** Заданы три точки своими координатами: $A(5; -8; 3)$, $B(8; 9; -3)$, $C(-4; 5; 3)$. Тогда проекция вектора $\overline{a} = 8\overline{AB} + 4\overline{CB}$ на ось аппликат равна… .

**4.** В треугольнике $ABC$ косинус угла между сторонами $AB$ и $AC$, где $A(3; 1; 2)$, $B(1; -2; 1)$, $C(-2; 1; 0)$, равен:

а) $-\dfrac{14}{\sqrt{12}\cdot\sqrt{19}}$; б) $\dfrac{12}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{19}}$;

в) $-\dfrac{15}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{14}}$; г) $\dfrac{15}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{14}}$;

д) $\dfrac{14}{\sqrt{12}\cdot\sqrt{19}}$; е) $-\dfrac{12}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{29}}$.

**5.** Значение выражения $(2\bar{m}-\bar{n})\cdot(n-2\bar{m})+30$, если $|\bar{m}|=1$, $|\bar{n}|=4$, $\angle(\bar{m},\bar{n})=120^0$, равно… .

**6.** Сила $\bar{F}=(2;-4;5)$ приложена к точке $O=(0;2;1)$. Момент этой силы относительно точки $A(-1;2;3)$ равен:

а) $\bar{M}=(-4;-9;8)$; б) $\bar{M}=(-9;-8;-4)$;

в) $\bar{M}=(9;8;4)$; г) $\bar{M}=(8;9;4)$;

д) $\bar{M}=(8;-9;4)$; е) $\bar{M}=(9;-8;4)$.

**7.** Если упростить выражение:

$$\bar{i}\times(\bar{j}+4\bar{k})-(2\bar{j}-\bar{k})\times(2\bar{j}-\bar{k})+\bar{k}\times(\bar{j}+8\bar{k}),$$

в котором $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ – базисные ортонормированные векторы, то получится… . (Ответ введите с клавиатуры с использованием латинских букв, располагая слагаемые в алфавитном порядке, не применяя символы векторов, например $2i+3j+k$.)

**8.** При каком значении $\lambda$ векторы $\bar{a}=(-3;\lambda;-1)$, $\bar{b}=(6;9;4)$, $\bar{c}=(1;-10;9)$ будут компланарны? (Ответ найдите с тремя знаками после запятой.)

**9.** Площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}-2\bar{b}$ и $3\bar{a}+2\bar{b}$, при условии $|\bar{a}|=|\bar{b}|=5$, $\angle(\bar{a},\bar{b})=\dfrac{\pi}{4}$ равна:

а) $50$; б) $60\sqrt{2}$; в) $100\sqrt{2}$;

г) $80\sqrt{2}$; д) $50\sqrt{2}$; е) $30\sqrt{2}$.

**10.** Даны координаты вершин пирамиды $A(2;10;-4)$, $B(-4;-4;-5)$, $C(1;7;-4)$, $D(1;2;-3)$. Тогда косинус угла между ребрами $AB$ и $AD$ равен… . (Ответ найдите с тремя знаками после запятой.)

## Аналитическая геометрия

### *Прямая на плоскости*

| **Вид уравнения** | **Уравнение** | **Геометрический смысл коэффициентов** |
|---|---|---|
| Общее | $Ax+By+D=0$, $A^2+B^2\neq 0$ | $\bar{n}=(A,B)$ – вектор нормали |
| Через две точки | $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$ | $M_1(x_1,y_1)$, $M_2(x_2,y_2)$ – точки на прямой |
| Каноническое | $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}$ | $M_0(x_0,y_0)$ – точка на прямой, $\bar{s}=(m,n)$ – направляющий вектор |
| Параметрическое | $\begin{cases} x=mt+x_0 \\ y=nt+y_0 \end{cases}$ | $M_0(x_0,y_0)$ – точка на прямой, $\bar{s}=(m,n)$ – направляющий вектор |
| В отрезках | $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ | $a$, $b$ – отрезки на осях $Ox$, $Oy$ |
| С угловым коэффициентом | $y=kx+b$ | $k=tg\,\alpha$, $\alpha$ – угол наклона к оси $Ox$, $(0,b)$ – точка пересечения с осью $Oy$ |

***Кривые второго порядка***

| Вид кривой | Каноническое уравнение |
|---|---|
| Окружность | $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$, где $(x_0, y_0)$ – центр окружности, $R$ – радиус |
| Эллипс | $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, где $a$ и $b$ – полуоси эллипса ( $a>b$ ), $F_{1,2}(\pm c, 0)$ – фокусы, $c=\sqrt{a^2-b^2}$ |
| Гипербола | $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, где $a$ и $b$ – полуоси эллипса, $F_{1,2}(\pm c, 0)$ – фокусы, $c=\sqrt{a^2+b^2}$ |
| Парабола | $y^2=2px$, где $p$ – параметр параболы, $F\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$ – фокус параболы |

***Плоскость в пространстве***

| Вид уравнения | Уравнение |
|---|---|
| По точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и вектору нормали $\bar{n}=(A, B, C)$ | $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$, $A^2+B^2+C^2\neq 0$ |
| Общее | $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2\neq 0$ |

Окончание таблицы

| | |
|---|---|
| По трем точкам $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$, $M_3(x_3, y_3, z_3)$ | $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$ |
| По точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и двум неколлинеарным векторам $\bar{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\bar{b} = (b_x, b_y, b_z)$ | $\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = 0$ |

***Прямая в пространстве***

| Вид уравнения | Уравнение |
|---|---|
| Общее (пересечение двух плоскостей) | $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ |
| Через две точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ | $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1} = \dfrac{y-y_1}{y_2-y_1} = \dfrac{z-z_1}{z_2-z_1}$ |
| Канонические (по точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и направляющему вектору $\bar{s} = (m, n, p)$) | $\dfrac{x-x_0}{m} = \dfrac{y-y_0}{n} = \dfrac{z-z_0}{p}$ |
| Параметрические | $\begin{cases} x = x_0 + mt, \\ y = y_0 + nt, \\ z = z_0 + pt \end{cases}$ |

## Тест 1

**1.** Записать уравнение прямой $\ell_2$, проходящей через точку $M_0(-12;9)$ параллельно прямой $\ell_1: 9x-11y+11=0$. В ответе указать ординату точки пересечения прямой $\ell_2$ с осью $Oy$. (Ответ округлить до сотых.)

**2.** Если прямая $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}=\dfrac{z-z_0}{p}$ проходит через точку $A(-1;1;2)$ перпендикулярно к векторам $\bar{a}=(2;-1;0)$ и $\bar{b}=(0;3;1)$, то число $\dfrac{m\cdot x_0}{n}$ равно … . (Ответ округлить до сотых.)

**3.** Прямая $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{0}$.

Выберите один ответ:

1) проходит через точку $A(5;-3;0)$;
2) образует угол $90°$ с осью $Oz$;
3) проходит через две точки $A(2;-3;1)$ и $B(7;-5;2)$;
4) параллельна плоскости $x=0$.

**4.** Найти косинус угла между прямыми $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{3}$ и $\begin{cases}3x+y-5z+2=0,\\2x+3y-8z+3=0.\end{cases}$ (Ответ округлить до сотых.)

**5.** Плоскость $3x-8y-6=0$. Выберите один ответ:

1) совпадает с плоскостью $xOy$;
2) параллельна плоскости $z=0$;
3) проходит через точку $(3;-8;-6)$;
4) параллельна оси $Oz$.

**6.** Сумма координат центра окружности

$$x^2+y^2-5,2x-19,8y=-74,52$$

равна … . (Ответ округлить до сотых.)

**7.** Если $ax+by+cz+d=0$ – уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-3;1;-1)$ параллельно прямым

$$L_1:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z-3}{2} \text{ и } L_2:\begin{cases} x=2+t, \\ y=-1+2t, \\ z=4, \end{cases} \text{ то } \frac{d}{b} \text{ равно } \dots .$$

**8.** Ордината фокуса параболы $x^2=8,4y$ равна … . (Ответ округлить до сотых.)

**9.** В треугольнике $ABC$ с вершинами $A(2;-2)$, $B(6;1)$ и $C(-2;0)$ длина высоты равна $CH$ … .

**10.** Если $y=kx+b$ – уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;6)$ перпендикулярно к прямой $y=-\dfrac{1}{2}x+9$,

то $k+b$ равно … .

**Тест 2**

**1.** Найдите тангенс угла наклона между прямыми $\dfrac{x-8}{8}=\dfrac{y-7}{-10}$ и $y=2x+6$. (В ответе введите только число, округленное до 2- х знаков после запятой, например $2,45$ или $-1.13$.)

**2.** Если $\begin{cases} x=x_0+mt, \\ y=y_0+nt, \\ z=z_0+pt, \end{cases}$ – параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $A(4;-1;2)$ и $B(0;-3;6)$, то $\dfrac{m+n}{p}$ равно … . (Ответ округлить до сотых.)

**3.** Прямая $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{0}=\dfrac{z+1}{0}$.

Выберите один ответ:

1) проходит через точку $A(3;0;0)$;

2) проходит через две точки $A(-4;3;-1)$ и $B(-1;6;2)$;

3) параллельна оси $Ox$;

4) перпендикулярна к оси $Ox$.

**4.** Значение $m$, при котором прямая $\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y-1}{m}=\dfrac{z}{-2}$ параллельна плоскости $2x+3y+6z-5=0$, равно … .

**5.** Плоскость $-5x+4z-1=0$.

Выберите один ответ:

1) перпендикулярна к плоскости $xOz$;

2) параллельна плоскости $yOz$;

3) проходит через точку $(-5;0;4)$;

4) совпадает с плоскостью $y=0$.

**6.** Радиус окружности $x^2+y^2-16,6x-12y=-73,53$ равен … . (Ответ округлить до сотых.)

**7.** Если $ax+by+cz+d=0$ – уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1;2;-3)$ перпендикулярно к вектору $\overline{AB}$, где $B(0;5;-1)$, то $\dfrac{d}{a}$ равно … .

**8.** Квадрат расстояния между фокусами гиперболы $x^2-y^2=3$ равен … .

**9.** Параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2;3)$ параллельно прямой $\begin{cases} x=3+2t, \\ y=1-5t, \end{cases}$ имеет вид … .

Выберите один ответ:

1) $\begin{cases} x = 2 + 2t, \\ y = -3 - 5t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = -2 + 2t, \\ y = 3 - 5t \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = 2 - 2t, \\ y = -5 + 3t \end{cases}$

**10.** Абсцисса точки пересечения с осью $Ox$ прямой, проходящей через точки $A(-18; -15)$ и $B(-12; -12)$, равна … . (Ответ округлить до сотых.)

## Введение в анализ

### *Раскрытие неопределенностей*

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \Bigg|$ разделить числитель и знаменатель на наибольшую степень $x$, т.е. на $x^{\max(n,m)}$ $\Bigg| = \ldots.$

2) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \Bigg|$ разложить $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ на множители, сократить дробь на $(x-a)$ $\Bigg| = \ldots.$

3) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}}{P(x)} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \Bigg|$ умножить числитель и знаменатель на сопряженное выражение $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}$; знаменатель дроби $P(x)$ разложить на множители; сократить на

$(x-a)\ \Big| = \ldots$ .

4) $\lim\limits_{x\to a} f(x)\cdot g(x) = [0\cdot\infty] = \Big|$ привести к $\left(\dfrac{0}{0}\right)$ или $\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)$ $\Big| =$

$$= \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{1/g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{g(x)}{1/f(x)} = \ldots .$$

5) $\lim\limits_{x\to a}(1+f(x))^{g(x)} = \left[1^{\infty}\right] = \Big|$ выделить второй замечательный

предел: $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ \alpha(x)\to 0}} (1+\alpha(x))^{\frac{1}{\alpha(x)}} = e$ или $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ \alpha(x)\to\infty}}\left(1+\dfrac{1}{\alpha(x)}\right)^{\alpha(x)} = e$ .

6) $\lim\limits_{x\to a}(f(x)-g(x)) = [\infty-\infty] = \Big|$ привести к общему знаменателю $\Big| = \ldots .$

### ***Эквивалентные бесконечно малые функции***

Если $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0$ и $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$, то $f(x)\sim g(x)$ при $x\to x_0$, то есть функции $f(x)$ и $g(x)$ – эквивалентные бесконечно малые функции при $x\to x_0$.

**При $\alpha(x)\to 0$:**

| | |
|---|---|
| $\sin(\alpha(x))\sim\alpha(x)$ | $\operatorname{tg}(\alpha(x))\sim\alpha(x)$ |
| $\arcsin(\alpha(x))\sim\alpha(x)$ | $\operatorname{arctg}(\alpha(x))\sim\alpha(x)$ |
| $1-\cos(\alpha(x))\sim\dfrac{\alpha^2(x)}{2}$ | $c^{\alpha(x)}-1\sim\alpha(x)\cdot\ln c$ |
| $(1\pm\alpha(x))^m-1\sim\pm m\cdot\alpha(x)$ | $\ln(1\pm\alpha(x))\sim\pm\alpha(x)$ |

## *Непрерывность функции*

Функция $y = f(x)$ называется непрерывной в точке $x_0$, если:

1) функция $y = f(x)$ определена в точке $x_0$;

2) существуют односторонние пределы $f(x_0 - 0) = \lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x)$ и $f(x_0 + 0) = \lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$;

3) $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) = f(x_0)$.

### Тест 1

**1.** Последовательность $(a_n)$, где $a_n = \dfrac{3}{2n^2 + (-1)^n}$ … .

Выберите один вариант ответа:
1) убывает;
2) возрастает;
3) не ограничена;
4) не монотонна.

**2.** Вычислите предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 7x}{1 - \cos 3x}$.

(В ответе запишите целое число или обыкновенную дробь без пробелов, например **5** или **-11/7**. Если в ответе получили $\infty$, то ввести в ответ **inf**.)

**3.** Вычислите предел $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{7x^4 + 3x^3 - 5x + 7}{3x^5 + 6x - 1}$.

(В ответе запишите целое число или обыкновенную дробь без пробелов, например **5** или **-11/7**. Если в ответе получили $\infty$, то ввести в ответ **inf**.)

**4.** Вычислите предел $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x^2 - 12}{8 - x^3}$.

(В ответе запишите целое число или обыкновенную дробь без пробелов, например **5** или **-11/7**. Если в ответе получили $\infty$, то ввести в ответ **inf**.)

**5.** Если $k = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{4}{1-2x}\right)^{6x}$, то $\ln k$ равен … .

(При необходимости ответ округлить до сотых. Если в ответе получается **бесконечность**, то ввести **888**. Например, если у вас получилось в ответе $-\infty$, то необходимо ввести **-888**.)

**6.** Предел $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{5-x}-2}{1-e^{1-x}}$ равен …

(При необходимости ответ округлить до сотых. Если в ответе получается **бесконечность**, то ввести **888**. Например, если у вас получилось в ответе $-\infty$, то необходимо ввести **-888**.)

**7.** Предел $\lim\limits_{n \to +\infty} \left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+4{,}9} - \sqrt{n+9{,}6}\right)\right]$ равен … . (Ответ округлите до сотых.)

**8.** Предел $\lim\limits_{x \to 3-0} 7^{\frac{2}{9-x^2}}$ равен … .

(При необходимости ответ округлить до сотых. Если в ответе получается **бесконечность**, то ввести **888**. Например, если у вас получилось в ответе $-\infty$, то необходимо ввести **-888**.)

**9.** Функция $f(x) = 3x + k\arcsin 4x$ эквивалентна $x$ при $x \to 0$, если $k$ равно … .

**10.** Функция $f(x) = \begin{cases} 5x, \ x < 1, \\ kx^4 + 2, \ x \geq 1 \end{cases}$ является непрерывной, если $k$ равно … .

## Тест 2

**1.** Наибольший член последовательности $(a_n)$, где $a_n = \cos\dfrac{\pi n}{3} - 5\sin\dfrac{\pi n}{4}$, равен … .

**2.** Вычислите предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 7x}{\ln(9x+1)}$.

(В ответе запишите целое число или обыкновенную дробь без пробелов, например **5** или **-11/7**. Если в ответе получили $\infty$, то ввести в ответ **inf**.)

**3.** Вычислите предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2x-1)^3-4x^3}{3x^3+x^2-x+1}$.

(В ответе запишите целое число или обыкновенную дробь без пробелов, например **5** или **-11/7**. Если в ответе получили $\infty$, то ввести в ответ **inf**.)

**4.** Вычислите предел $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-2x+1}$.

(В ответе запишите целое число или обыкновенную дробь без пробелов, например **5** или **-11/7**. Если в ответе получили $\infty$, то ввести в ответ **inf**.)

**5.** Если $k=\lim\limits_{x\to0}(1+\arcsin 2x)^{\frac{5}{x}}$, то $\ln k$ равен … .

(При необходимости ответ округлить до сотых. Если в ответе получается **бесконечность**, то ввести **888**. Например, если у вас получилось в ответе $-\infty$, то необходимо ввести **-888**.)

**6.** Предел $\lim\limits_{x\to3\pi}\dfrac{\operatorname{tg}x}{\sin 3x}$ равен … .

(При необходимости ответ округлить до сотых. Если в ответе получается **бесконечность**, то ввести **888**. Например, если у вас получилось в ответе $-\infty$, то необходимо ввести **-888**.)

**7.** Предел $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{(10n+9,8)^2-9n^2}{(10n+1,7)^2+9n^2}$ равен … . (Ответ округлите до сотых.)

**8.** Предел $\lim\limits_{x\to1-0}\dfrac{2}{\pi}\operatorname{arctg}\dfrac{5x+9}{x-1}$ равен … .

(При необходимости ответ округлить до сотых. Если в ответе получается **бесконечность**, то ввести **888**. Например, если у вас получилось в ответе $-\infty$, то необходимо ввести **-888**.)

**9.** Если $f(x)=\ln\left(1+7x^3\right)$ и $f(x)\sim Cx^n$ при $x\to0$, то $C+n$ равно … .

**10.** Функция $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin 5x}{x}, & x\neq 0,\\ k-1, & x=0\end{cases}$ является непрерывной, если $k$ равно … .

## Производные и их приложения

***Таблица производных***

| | |
|---|---|
| **1.** $(u^{\alpha})'=\alpha\cdot u^{\alpha-1}\cdot u'$, $\alpha\in\mathbf{R},\ \alpha\neq 0$ | **2.** $(\mathrm{tg}\,u)'=\dfrac{1}{\cos^2 u}\cdot u'$ |
| **3.** $C'=0,\quad C=const$ | **4.** $(\mathrm{ctg}\,u)'=-\dfrac{1\cdot u'}{\sin^2 u}$ |
| **5.** $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{u}}\cdot u'$ | **6.** $(\arcsin u)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}\cdot u'$ |
| **7.** $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{1}{u^2}\cdot u'$ | **8.** $(\arccos u)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}\cdot u'$ |
| **9.** $(a^u)'=a^u\cdot u'\cdot\ln a$ | **10.** $(\mathrm{arctg}\,u)'=\dfrac{1}{1+u^2}\cdot u'$ |
| **11.** $(e^u)'=e^u\cdot u'$ | **12.** $(\mathrm{arcctg}\,u)'=-\dfrac{1}{1+u^2}\cdot u'$ |
| **13.** $(\ln u)'=\dfrac{1}{u}\cdot u'$ | **14.** $(\mathrm{sh}\,u)'=\left(\dfrac{e^u-e^{-u}}{2}\right)'=\mathrm{ch}\,u\cdot u'$ |
| **15.** $(\log_a u)'=\dfrac{1}{u\cdot\ln a}\cdot u'$ | **16.** $(\mathrm{ch}\,u)'=\left(\dfrac{e^u+e^{-u}}{2}\right)'=\mathrm{sh}\,u\cdot u'$ |
| **17.** $(\sin u)'=\cos u\cdot u'$ | **18.** $(\mathrm{th}\,u)'=\left(\dfrac{\mathrm{sh}\,u}{\mathrm{ch}\,u}\right)'=\dfrac{1}{\mathrm{ch}^2 u}\cdot u'$ |

Окончание таблицы

| | |
|---|---|
| **19.** $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$ | **20.** $(\operatorname{cth} u)' = \left(\dfrac{\operatorname{ch} u}{\operatorname{sh} u}\right)' = -\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2 u} \cdot u'$ |

### *Правила дифференцирования*

1) $(u \pm v)' = u' \pm v'$  2) $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

3) Если $c = const$, то $(c \cdot u)' = c \cdot u'$

4) Если $v \neq 0$, то $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

***Уравнение касательной*** к графику функции $y = f(x)$ в точке $x_0$ имеет вид $y_{кас} - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$, где $y_0 = f(x_0)$.

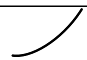
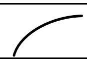
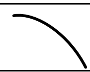
***Уравнение нормали***: если $f'(x_0) \neq 0$, то

$$y_{норм} - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0).$$

***Физический смысл***: $v(t) = S'(t)$, $a(t) = v'(t)$.

***Дифференциал*** функции $y = f(x)$ в точке $x_0$ равен $df(x_0) = f'(x_0) \cdot dx$, где $dx = x - x_0$.

### *Применение производных к исследованию функций*

| Знак $f'(x)$ | Знак $f''(x)$ | $f(x)$ |
|---|---|---|
| + | + |  |
| + | - |  |
| - | + |  |
| - | - |  |

## Тест 1

**1.** Значение производной функции $f(x)=\operatorname{arctg} x^2+\pi$ в точке $x_0=1$ равно…

**2.** Производная $y'_x$ от функции $\begin{cases} x=\cos t^2, \\ y=\operatorname{tg}(2t-1) \end{cases}$ имеет вид:

а) $y'_x=-\dfrac{\sin t^2}{\cos^2(2t-1)}$; б) $y'_x=-t\cos^2(2t-1)\sin t^2$;

в) $y'_x=-\dfrac{1}{\cos^2(2t-1)\sin t^2}$; г) $y'_x=-\dfrac{1}{t\cos^2(2t-1)\sin t^2}$.

**3.** Дифференциал функции $y=\arcsin\sqrt{x}$ в точке $x_0=\frac{1}{2}$ равен:

а) $dy=dx$; б) $dy=-\sqrt{2}dx$; в) $dy=0$;

г) $dy=\sqrt{2}dx$; д) $dy=-dx$.

**4.** Формула приближенного вычисления $\sqrt[3]{7{,}96}$ с помощью первого дифференциала имеет вид:

а) $2+\dfrac{1}{3\sqrt[3]{64}}\cdot\dfrac{1}{25}$; б) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{64}}\cdot\dfrac{1}{25}$;

в) $2-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{64}}\cdot\dfrac{1}{25}$; г) $2-\dfrac{1}{\sqrt{8}}\cdot\dfrac{1}{4}$.

**5.** Если к пределу $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\log_2 x}{x\sqrt{x}}$ применить правило Лопиталя, то он преобразуется к виду:

а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}$; б) правило не применимо;

в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\ln 2}{x^{\frac{1}{2}}}$; г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x\ln 2\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}$; д) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\ln 2}{\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}$.

**6.** Тело движется прямолинейно по закону:

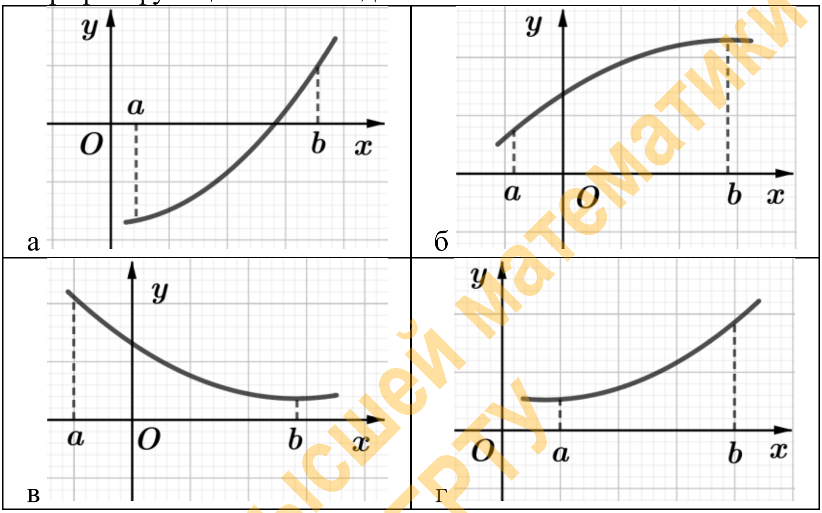
$$S(t)=3t^3+3\cdot\sqrt[3]{(t-1)^4}-\tfrac{3}{2}t^2+2.$$

Тогда скорость тела $v(t)$ в момент времени $t_0 = 2$ равна… .

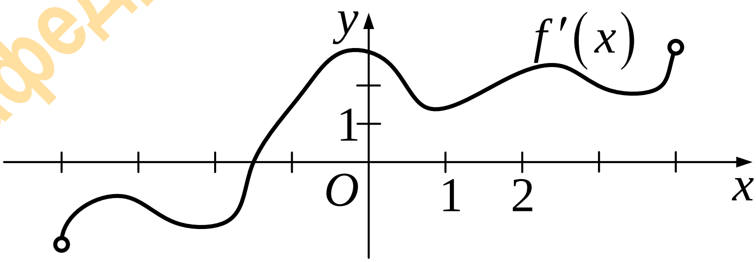
**7.** Если на отрезке $[a; b]$ выполняются неравенства:

$$f(x) > 0, \quad f'(x) > 0, \quad f''(x) > 0,$$

то график функции имеет вид:




**8.** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 4)$. На рисунке изображен график ее первой производной $f'(x)$.




Найдите длину промежутка убывания функции $y = f(x)$.

**9.** Точкой максимума функции $y = x + \dfrac{4}{x^2}$ является:

а) точки максимума нет; б) $x=2$;

в) $x=0$; г) $x=8$; д) $x=-2$.

**10.** Вторая производная функции $y=\operatorname{arctg} x$ в точке $x_0=3$ равна… .

**Тест 2**

**1.** Значение производной функции $f(x)=e^{\sin 3x}$ в точке $x_0=0$ равно… .

**2.** Производная $y'_x$ от функции $\begin{cases} x=\ln\left(t^2+1\right), \\ y=\sqrt{t^2+1} \end{cases}$ в точке $t_0=0$ равна… .

**3.** Дифференциал функции $y=\cos^2 x$ в точке $x_0=\frac{\pi}{4}$ равен:

а) $dy=2dx$; б) $dy=dx$; в) $dy=0$;

г) $dy=-2dx$; д) $dy=-dx$.

**4.** Формула приближенного вычисления $\ln 0{,}8$ с помощью первого дифференциала имеет вид:

а) $\ln 1-\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{10}$; б) $\ln 1-\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{10}$;

в) $\ln 1+\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{10}$; г) $\ln 1-\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{10}$.

**5.** Если к пределу $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{2^{\sqrt{x}}}$ применить правило Лопиталя, то он преобразуется к виду:

а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^2}{2^{\sqrt{x}}\cdot\ln 2\cdot 2\sqrt{x}}$; б) правило не применимо;

в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^2\cdot 2\sqrt{x}}{2^{\sqrt{x}}\cdot\ln 2}$; г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^2}{2^{\sqrt{x}}\cdot\ln 2}$; д) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^2}{2^{\sqrt{x}}\cdot 2\sqrt{x}}$.

**6.** Уравнение касательной к кривой $f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)+2$ в точке с абсциссой $x_0=0$ имеет вид:

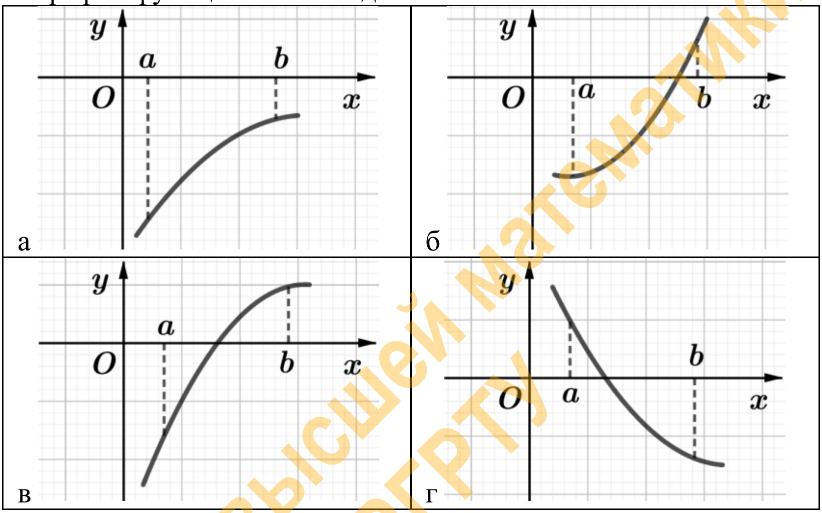
а) $y=-2x+1$;  б) $y=2x+1$;

в) $y=-2x+2$;  г) $y=2x+2$.

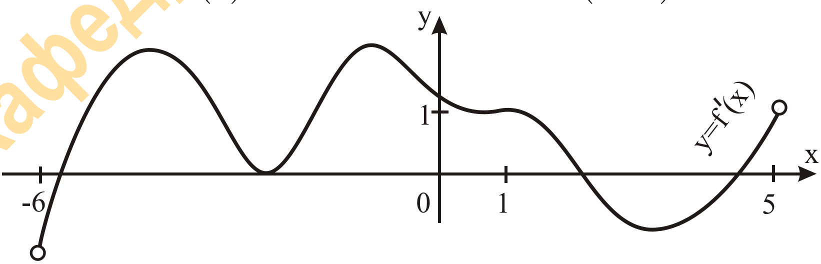
**7.** Если на отрезке $\left[a;b\right]$ выполняются неравенства:

$$f(a)\cdot f(b)<0,\quad f'(x)>0,\quad f''(x)<0,$$

то график функции имеет вид:




**8.** На рисунке изображен график производной $f'(x)$ некоторой функции $y=f(x)$, заданной на промежутке $(-6;5)$.




Укажите число точек экстремума функции $y=f(x)$.

**9.** Длина промежутка убывания функции $y=\dfrac{3-x}{x^2-7}$ равна… .

(Ответ найдите с тремя знаками после запятой.)

**10.** Вторая производная функции $y = x^2 \ln x$ в точке $x_0 = 1$ равна… .

## ОТВЕТЫ

### Комплексные числа

**Тест 1**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** в | **2.** в | **3.** г | **4.** б | **5.** г |
| **6.** 1B2D3E | **7.** б, д | **8.** б | **9.** 1D2A3F | **10.** -64 |

**Тест 2**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** в | **2.** г | **3.** в | **4.** д | **5.** а |
| **6.** 1C2F3B | **7.** г, д | **8.** б | **9.** 1C2B3F | **10.** -8 |

### Линейная алгебра

**Тест 1**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** 65 | **2.** 2 | **3.** (-5;4) | **4.** 40 | **5.** в |
| **6.** 4 | **7.** 1;-1;1 | **8.** г | **9.** 108 | **10.** -15 |

**Тест 2**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** 61 | **2.** 1 | **3.** [-3;0] | **4.** 54 | **5.** г |
| **6.** 4 | **7.** 1;1;1 | **8.** а | **9.** -20 | **10.** 88 |

### Векторная алгебра

**Тест 1**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** 4,5 | **2.** б | **3.** 22 | **4.** -4,757 | **5.** $2125{,}513$ |
| **6.** д | **7.** 12 | **8.** 1214 | **9.** г | **10.** 30 |

**Тест 2**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** а, б, г | **2.** в | **3.** -72 | **4.** б | **5.** $2$ |
| **6.** г | **7.** $-i-4j+k$ | **8.** -5,880 | **9.** д | **10.** 0,943 |

## Аналитическая геометрия

**Тест 1**

**1.** $18,82$ **2.** $-0,50$ **3.** $2$ **4.** $0$ **5.** $4$

**6.** $12,50$ **7.** $-6$ **8.** $2,10$ **9.** $4$ **10.** $2$

**Тест 2**

**1.** $2,17$ **2.** $-1,50$ **3**. 3 **4.** 2 **5.** 1

**6.** $5,60$ **7.** 1 **8.** $24$ **9.** $2$ **10.** $12,00$

## Введение в анализ

**Тест 1**

**1.** $1$ **2.** inf **3.** $0$ **4.** $-1$ **5.** $-12$

**6.** $-0,25$ **7.** $-2,35$ **8.** 888 **9.** $-0,5$ **10.** $3$

**Тест 2**

**1.** $6$ **2.** 7/9 **3.** 4/3 **4.** inf **5.** 10

**6.** $-1,67$ **7.** $0,83$ **8.** $-1$ **9.** 10 **10.** $6$

## Производные и их приложения

**Тест 1**

**1.** 1 **2.** г **3.** а **4.** в **5.** г

**6.** 34 **7.** г **8.** 2,5 **9.** д **10.** -0,06

**Тест 2**

**1.** 3 **2.** 0,5 **3.** д **4.** а **5.** в

**6.** г **7.** в **8.** 3 **9.** 2,828 **10.** 3

## Библиографический список


1. Бухенский К.В., Карасёв И.П., Лукьянова Г.С. Краткий курс линейной алгебры и аналитической геометрии. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. – М.: КУРС, 2020.
2. Бухенский К.В., Карасёв И.П., Лукьянова Г.С. Краткий курс линейной алгебры и аналитической геометрии. Ч. 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Линейные операторы. – М.: КУРС, 2020.
3. Бухенский К.В. Опорные конспекты по высшей математике: учеб. пособие. Ч. 1. – Рязань: РГРТУ, 2010.
4. Бухенский К.В., Елкина Н.В., Маслова Н.Н., Ципоркова К.А. Опорные конспекты по высшей математике: учеб. пособие. Ч. 2. – Рязань: РГРТУ, 2010.
5. Иванова Е.Е. Дифференциальное исчисление функций одного переменного. М.: МГТУ, 1999.
6. Морозова В.Д. Введение в анализ: учеб. для вузов / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 2-е изд. - М.: Изд-во МГТУ, 2000.
7. Новиков А.И. Начала линейной алгебры и аналитическая геометрия. – М.: Физматлит, 2015.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Тематические тесты по математике. Часть 1

Составители: Л у к ь я н о в а Галина Сергеевна
Е л к и н а Наталья Викторовна
С ю с ю к а л о в а Елена Александровна
Б о г а т о в а Светлана Викторовна

Редактор М.Е. Цветкова
Корректор С.В. Макушина
Подписано в печать 25.03.21. Формат бумаги 60×84 1/16.
Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 2,5.
Тираж 50 экз. Заказ
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.