План УМД 1989 г.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

и методические рекомендации по самостоятельной работе

для его выполнения

по курсу

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ

Составитель Санников В.Г.

Издание утверждено на заседании кафедры ТЭС 7.02.89 г.
Протокол № 11.

1. ИСХОДНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Непрерывное сообщение $a(t)$, наблюдаемое на выходе источника (ИС), представляет собой реализацию стационарного гауссовского случайного процесса с нулевым средним и известной функцией корреляции $B_a(\tau)$. Сообщение передается в цифровой форме по смешанной системе связи.

В передающем устройстве (ПДУ) системы на основе аналого-цифрового преобразования (АЦП) сообщение отображается в сигнал импульсно-кодовой модуляции (ИКМ), который модулирует один из информационных параметров гармонического переносчика. В результате формируется линейный сигнал $s(t)$ дискретной амплитудной (ДАМ), дискретной частотной (ДЧМ) или дискретной относительной фазовой модуляции (ДОФМ).

Сигнал дискретной модуляции передается по узкополосному гауссовскому непрерывному каналу связи (НКС).

В приемном устройстве (ПРУ) системы принятая смесь сигнала и шума $z(t) = s(t) + n(t)$ подвергается когерентной (КП) или некогерентной (НП) обработке с последующим поэлементным принятием решения методом однократного отсчета. Прием сигнала ДОФМ осуществляется либо методом сравнения фаз (СФ), либо методом сравнения полярностей (СП).

Восстановление оценки $\hat{a}(t)$ сообщения по принятому с искажениями сигналу ИКМ осуществляется на основе цифроаналогового преобразования (ЦАП) с последующей низкочастотной фильтрацией (ФНЧ).

Исходные данные для расчетов приведены в табл. 1, где $P_a = \sigma_a^2$ – мощность (дисперсия) сообщения, β – показатель затухания функции корреляции, L – число уровней квантования, G_0 – постоянная энергетического спектра шума НКС, h^2 – отношение сигнал-шум (ОСШ) по мощности на входе детектора, $\delta_{доп}$ – допустимая относительная среднеквадратическая погрешность (СКП) восстановления сообщения.

Требуется:

1.1. Изобразить структурную схему смешанной системы связи и нарисовать сигналы в различных ее сечениях;

1.2. Рассчитать: спектр плотности мощности $G_a(f)$ сообщения; энергетическую ширину спектра Δf_a и интервал корреляции τ_k сообщения. Построить графики $B_a(\tau)$ и $G_a(f)$;

1.3. Рассчитать: СКП фильтрации ε_φ^2 сообщения; мощность $P_x = \sigma_x^2$ отклика ФНЧ; частоту $f_д$ и интервал T временной дискретизации отклика ФНЧ. Считать, что исходное сообщение воздействует на идеальный ФНЧ с частотой среза

$$f_{ср} = \Delta f_a = f_в - f_н = f_в , \quad (f_н = 0);$$

I.4. Рассчитать: интервал квантования Δq, пороги квантования h_ℓ, $\ell=\overline{0,L-1}$, и СКП квантования $\overline{\varepsilon_q^2}$ квантователя АЦП; распределение вероятностей P_ℓ, $\ell=\overline{0,L-1}$, и интегральное распределение вероятностей F_ℓ, $\ell=\overline{0,L-1}$, квантованной последовательности $\{x_k^\ell\}$; энтропию H, производительность H' и избыточность $\varkappa$ квантованной последовательности. В расчетах принять квантование с равномерным шагом;

I.5. Закодировать L-ичную последовательность $\{x_k^\ell\}$ двоичным безызбыточным блочным кодом $\{\bar{b}_k^\ell\}$; выписать все кодовые комбинации кода и построить таблицу кодовых расстояний $\{d_{\ell m}\}$ кода.

Рассчитать: априорные вероятности $p(0)$ и $p(1)$ передачи нуля и единицы по двоичному ДКС; ширину спектра $\Delta f_{ИКМ}$ сигнала ИКМ;

I.6. Рассчитать и построить спектр сигнала дискретной модуляции и определить ширину его спектра Δf_s;

I.7. Рассчитать: приходящуюся в среднем на один двоичный символ (бит) мощность P_s и амплитуду U_m сигнала дискретной модуляции, необходимую для обеспечения требуемого ОСШ h^2; пропускную способность C гауссовского НКС. Построить функции плотности вероятности (ФПВ) мгновенных значений и огибающей узкополосной гауссовской помехи (УГП), а также ФПВ мгновенных значений и огибающей суммы гармонического сигнала и УГП;

I.8. Изобразить схему приемника сигнала дискретной модуляции (это можно сделать сразу при построении структурной схемы всей системы).

Рассчитать: среднюю вероятность ошибки $P_{ош}$ и скорость R_2 передачи информации по двоичному симметричному ДКС; показатель эффективности $Э$ передачи сигнала дискретной модуляции по НКС;

I.9. Рассчитать: скорость передачи информации R_L по L-ичному ДКС и относительные потери в скорости передачи информации; СКП шума передачи $\overline{\varepsilon_п^2}$ и относительную суммарную СКП δ_Σ восстановления непрерывного сообщения.

Указать пути уменьшения величины δ_Σ, если окажется, что $\delta_\Sigma > \delta_{доп}$.

Таблица I

№ п/п	ИС; АЦП: $L=8$		ПДУ			НКС	ПРУ		ЦАП; ПС	Функция корреляции сообщения $B_a(\tau)$, τ [мс]
	P_a [$В^2$]	α [c^{-1}]	способ перед.	частота [МГц] f_0	f_1	G_0 [$Вт\cdot c$]	h^2	способ приема	δ^2 доп	
I	I,0	I3	АМ	I,0		0,000I	I4,5	КП	0,I0	$P_a \cdot e^{-\beta\lvert\tau\rvert}$, $-\infty<\tau<\infty$, $\beta=\alpha\cdot10^3$ [c^{-1}]
2	I,5	I4	ЧМ	I,2	I,25	0,00I0	8,5	НП	0,I2	
3	2,0	I5	ОФМ	I,2		0,0028	4,3	СФ	0,I4	
4	2,5	I6	АМ	I,3		0,0002	I5,0	НП	0,I6	
5	3,0	I7	ЧМ	I,4	I,45	0,00II	9,0	КП	0,I8	
6	3,5	I8	ОФМ	I,5		0,0029	5,2	СП	0,20	
7	I,2	29	АМ	I,6		0,0003	I5,5	КП	0,09	$P_a(1+\beta\cdot\lvert\tau\rvert)\cdot e^{-\beta\lvert\tau\rvert}$, $\beta=\alpha\cdot10^3$
8	I,7	30	ЧМ	I,7	I,75	0,00I2	9,5	НП	0,II	
9	2,2	3I	ОФМ	I,8		0,0030	4,6	СФ	0,I3	
I0	2,7	32	АМ	I,9		0,0004	I6,0	НП	0,I5	
II	3,2	33	ЧМ	2,0	2,05	0,00I3	I0,0	КП	0,I7	
I2	3,7	34	ОФМ	2,I		0,003I	4,9	СП	0,I9	
I3	I,4	I7	АМ	2,2		0,0005	I6,5	КП	0,I0	$P_a\cdot e^{-\frac{\beta^2\tau^2}{2}}$, $\beta=\alpha\cdot10^3$
I4	I,9	I8	ЧМ	2,3	2,35	0,00I4	I0,5	НП	0,I2	
I5	2,4	I9	ОФМ	2,4		0,0032	5,5	СФ	0,I4	
I6	2,9	20	АМ	2,5		0,0006	I7,0	НП	0,I6	
I7	3,4	2I	ЧМ	2,6	2,65	0,00I5	II,0	КП	0,I8	
I8	3,9	22	ОФМ	2,7		0,0033	5,8	СП	0,20	

Окончание табл. I

№ № п/п	ИС; АЦП: L=8		ПДУ			НКС	ПРУ		ЦАП; ПС	Функция корреляции сообщения $B_a(\tau)$, τ [мс]
	$P_a\,[B^2]$	$\alpha\,[c^{-1}]$	способ перед.	частота [МГц] f_0	f_1	$E_б\,[Вт\cdot c]$	h^2	способ приема	δ доп	
I9	4,0	5	АМ	2,8		0,0007	I7,5	КП	0,09	$P_a\cdot e^{-\beta\|\tau\|}\cdot\cos\omega_a\tau$,
20	4,2	6	ЧМ	2,9	2,95	0,00I6	II,5	НП	0,II	$\beta=\alpha\cdot10^3\ [c^{-1}]$,
2I	4,4	7	ОФМ	3,0		0,0022	6,I	СФ	0,I3	$\omega_a=\pi\beta/3$
22	4,6	8	АМ	3,I		0,0008	I8,0	НП	0,I5	
23	4,8	9	ЧМ	3,2	3,25	0,00I7	I2,0	КП	0,I7	
24	5,0	I0	ОФМ	3,3		0,0023	6,4	СП	0,I9	
25	3,8	I3	АМ	3,4		0,0009	I8,5	КП	0,I0	$P_a(1+\beta\|\tau\|)\,e^{-\beta\|\tau\|}\cos\omega_a\tau$,
26	3,3	I4	ЧМ	3,5	3,55	0,00I8	I2,5	НП	0,I2	$\beta=\alpha\cdot10^3$,
27	2,8	I5	ОФМ	3,6		0,0024	6,7	СФ	0,I4	$\omega_a=\pi\beta/6$
28	2,3	I6	АМ	3,7		0,0004	I9,0	НП	0,I6	
29	I,8	I7	ЧМ	3,8	3,85	0,00I9	I3,0	КП	0,I8	
30	I,3	I8	ОФМ	3,9		0,0025	7,0	СП	0,20	
3I	3,6	7	АМ	4,0		0,0005	I9,5	КП	0,09	$P_a e^{-\frac{\beta^2\tau^2}{2}}\cos\omega_a\tau$,
32	3,I	8	ЧМ	4,I	4,I5	0,0020	I3,5	НП	0,II	$\beta=\alpha\cdot10^3$,
33	2,6	9	ОФМ	4,2		0,0026	7,3	СФ	0,I3	$\omega_a=\beta\cdot\sqrt{2\pi}/3$
34	2,I	I0	АМ	4,3		0,0006	20,0	НП	0,I5	
35	I,6	II	ЧМ	4,4	4,45	0,002I	I4,0	КП	0,I7	
36	I,I	I2	ОФМ	4,5		0,0027	7,6	СП	0,I9	

2. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. – М.: Радио и связь, I986.

2. Назаров М.В., Кувшинов Б.И., Попов О.В. Теория передачи сигналов. – М.: Связь, I970.

3. Прудников А.П., Бычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. – М.: Наука, I98I.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Цель данного домашнего задания состоит в оказании помощи студентам вузов связных специальностей 23.05 (Автоматическая электросвязь), 23.06 (Многоканальная электросвязь) и 23.07 (Радиосвязь, радиовещание и телевидение) в приобретении и развитии навыков и умений анализа помехоустойчивости и эффективности систем передачи информации, а также в ознакомлении их с цифровыми методами представления и передачи непрерывных сообщений.

Материал домашнего задания соответствует программе дисциплины "Теория электрической связи" – индекс УМО–связь, утвержденной I3.03.89 г.

Ввиду того, что основная литература по дисциплине ТЭС пока отсутствует, в списке литературы приведены учебники по смежной дисциплине, где в той или иной мере освещаются поднимаемые в домашнем задании вопросы. Для облегчения решения домашнего задания в его последующих разделах описываются основные преобразования непрерывного сообщения, передаваемого в цифровой форме по смешанной системе связи, и приводятся основные расчетные соотношения.

3.I. Структурная схема смешанной системы электросвязи, назначение отдельных элементов

В целом ряде случаев практики встает проблема передачи непрерывного сообщения по дискретному каналу связи. Эта проблема решается при использовании смешанной системы связи. Одной из таких систем является система передачи непрерывного сообщения методом импульсно-кодовой модуляции (ИКМ). Структурная схема такой системы приведена на рис.I. Она состоит из источника сообщений (ИС), аналого-цифрового преобразователя (АЦП), двоичного дискретного канала связи (ДКС), составной частью которого является непрерывный канал связи (НКС), цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) и получателя сообщений (ПС). Каждая из указанных частей системы содержит еще целый ряд элементов. Остановимся на них подробнее.

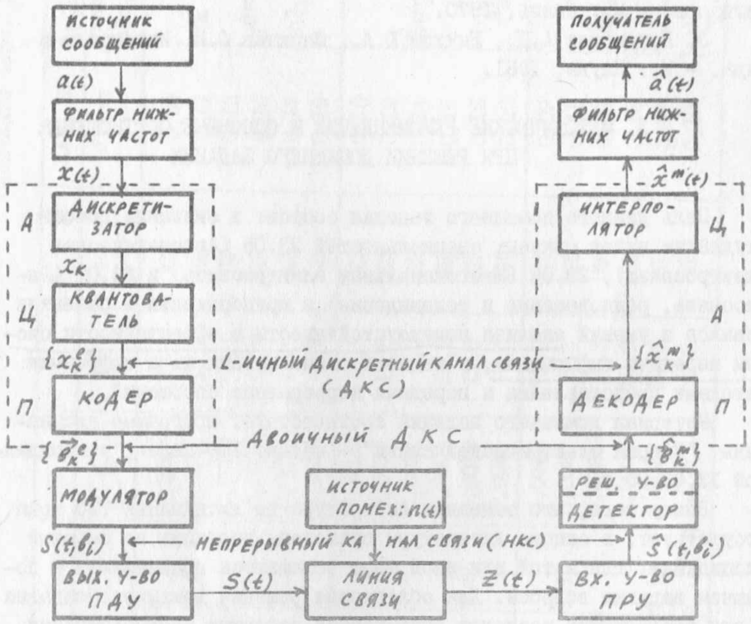

Рис. I

Источник сообщений - это некоторый объект или система, информацию о состоянии или поведении которого необходимо передать на некоторое расстояние. Причем под объектом или системой подразумевают человека, ЭВМ, автоматическое устройство или что-либо другое. Передаваемая от ИС информация является непредвиденной для получателя. Поэтому количественную меру передаваемой по системе информации в теории электросвязи выражают через статистические (вероятностные) характеристики сообщений (сигналов). Сообщение - есть физическая форма представления информации. Часто сообщение представляют в виде изменяющегося во времени тока или напряжения, отображающих передаваемую информацию. Например,

в телефонии это изменение тока микрофона под действием звукового давления говорящего человека; в телевидении это изменение напряжения на выходе видикона под действием изменения яркости или цветности отображаемого объекта и т.д.

В ПДУ сообщение вначале фильтруется с целью ограничения его спектра некоторой верхней частотой f_B. Это необходимо для эффективного представления отклика ФНЧ $x(t)$ в виде последовательности отсчетов $x_k = x(kT)$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, наблюдаемых на выходе дискретизатора. Отметим, что фильтрация связана с внесением погрешности $\varepsilon_\varphi(t)$, отображающей ту часть сообщения, которая подавляется ФНЧ. Далее отсчеты $\{x_k\}$ квантуются по уровню. Процесс квантования связан с нелинейным преобразованием непрерывнозначных отсчетов $\{x_k\}$ в дискретнозначные $\{x_k^\ell\}$, $\ell = \overline{0, L-1}$, что также привносит погрешность, называемую погрешностью (шумом) квантования $\varepsilon_q(t)$. Квантованные уровни $\{y_k = x_k^\ell\}$ затем кодируются двоичным безызбыточным кодом.

Последовательность кодовых комбинаций $\{\vec{b}_k^\ell\}$ образует сигнал ИКМ, который подводится к модулятору - устройству, предназначенному для согласования источника сообщений с используемой линией связи. Модулятор формирует линейный сигнал $S(t, b_i)$, который представляет собой электрическое или электромагнитное колебание, способное распространяться по линии связи и однозначно связанное с передаваемым сообщением (в данном случае с сигналом ИКМ). Сигнал $S(t, b_i)$ создается в результате модуляции - процесса изменения одного или нескольких параметров переносчика по закону модулирующего ИКМ сигнала. При использовании гармонического переносчика $U_n(t) = U_m \cdot \cos(2\pi f_n t + \varphi_0)$ различают сигналы амплитудной, частотной и фазовой модуляции (АМ, ЧМ и ФМ).

Для предотвращения внеполосных излучений в одноканальной или при организации многоканальной связи, а также для установления требуемого ОСШ на входе приемника линейный сигнал фильтруется и усиливается в выходном каскаде ПДУ.

Сигнал $S(t)$ с выхода ПДУ поступает в линию связи, где на него накладывается помеха $n(t)$. На вход РПУ воздействует смесь $z(t) = s(t) + n(t)$ переданного сигнала и помехи. Здесь во входном каскаде ПРУ $z(t)$ фильтруется и подается на детектор.

При демодуляции из принятого сигнала $\hat{S}(t, b_i)$ выделяется закон изменения информационного параметра, который в нашем случае пропорционален сигналу ИКМ. При этом для опознавания переданных двоичных символов на выход демодулятора подключается решающее устройство (РУ). При передаче двоичных сигналов $b_i, i=\overline{0,1}$, по ДКС наличие помех в НКС приводит к неоднозначным решениям (ошибкам) РУ, что в свою очередь вызывает несоответствие переданных $\{b_k^{\ell}\}$ и принятых $\{\hat{b}_k^{m}\}$ кодовых комбинаций.

Наконец, для восстановления переданного непрерывного сообщения $a(t)$, т.е. получения его оценки $\hat{a}(t)$, принятые кодовые комбинации подвергаются декодированию, интерполяции и низкочастотной фильтрации. При этом в декодере по двоичным кодовым комбинациям восстанавливаются L-ичные уровни $\{\hat{x}_k^{m}\}, m=\overline{0,L-1}$

Наличие ошибок в двоичном ДКС приводит к ошибкам передачи в L-ичном ДКС и, соответственно, к возникновению шума передачи $\varepsilon_n(t)$. Совокупное действие погрешности фильтрации, шумов квантования и передачи приводит к неоднозначности между переданными и принятыми сообщениями $\hat{a}(t) \neq a(t)$.

В системах передачи непрерывных сообщений верность (качество) передачи считается удовлетворительной, если суммарная относительная СКП восстановления не превосходит допустимую, т.е. $\delta_\Sigma \leq \delta_{доп}$.

Перейдем теперь к количественным оценкам величин и характеристик, указанных в задании.

3.2. Анализ статистических характеристик и параметров передаваемого сообщения

По условию домашнего задания исходное непрерывное сообщение $a(t)$ представляет собой стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием ($\bar{a} = M\{a\} = 0$, где M - знак статистического усреднения по множеству реализаций), мощность ($P_a = \sigma_a^2 = M\{(a-\bar{a})^2\}$) и функция корреляции $B_a(\tau) = M\{[a(t)-\bar{a}][a(t+\tau)-\bar{a}]\}$ которого заданы в табл. I.

Гауссовский (нормальный) случайный процесс в любой момент времени характеризуется одномерной ФПВ следующего вида:

$$W_a(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_a}\cdot \exp\left\{-\frac{(y-\bar{a})^2}{2\sigma_a^2}\right\}, y \in]-\infty, +\infty[. \quad (I)$$

Во временной и спектральной областях стационарный случайный процесс определяется, соответственно, функцией корреляции $B_a(\tau)$ и спектром плотности мощности или энергетическим спектром $G_a(\omega)$, где $\omega = 2\pi f$. Эти характеристики связаны парой преобразований Винера-Хинчина:

$$G_a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_a(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}\cdot d\tau,$$

$$B_a(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G_a(\omega)\cdot e^{j\omega\tau}\cdot d\omega. \quad (2)$$

Учитывая, что для стационарного случайного процесса обе эти функции действительны и четны, соотношения (2) можно представить в виде:

$$G_a(f) = 2\int_0^{\infty} B_a(\tau)\cdot \cos(2\pi f\tau) d\tau, \quad B_a(\tau) = 2\cdot\int_0^{\infty} G_a(f)\cdot\cos(2\pi f\tau) df. \quad (3)$$

По известным функциям $G_a(f)$ и $B_a(\tau)$ находят такие их параметры, как энергетическая ширина спектра Δf_a и интервал корреляции τ_k :

$$\Delta f_a = \frac{1}{G_{max}}\cdot\int_0^{\infty} G_a(f)\cdot df, \quad \tau_k = \frac{1}{B_a(0)}\cdot\int_0^{\infty} B_a(\tau)\cdot d\tau, \quad (4)$$

где $G_{a\,max}$ – максимальное значение энергетического спектра. Напомним, что под шириной спектра понимают ту область частот, в которой сосредоточена основная доля энергии сообщения (сигнала); под интервалом корреляции понимают промежуток времени между сечениями случайного процесса, в пределах которого еще наблюдается их взаимосвязь (корреляция), при $\tau > \tau_k$ этой взаимосвязью (корреляцией) пренебрегают.

Исходное сообщение перед его аналого-цифровым преобразованием пропускается через идеальный ФНЧ (см.рис.I). Фильтрация - это линейное преобразование. Поэтому отклик $x(t)$ ФНЧ на гауссовское воздействие будет также гауссовским случайным процессом с нулевым математическим ожиданием ($\bar{x} = M\{x(t)\} = 0$) и мощностью, определяемой из соотношения

$$P_x = 2\int_0^{2\pi f_{cp}} G_a(f)\cdot H^2(f) df = 2\cdot\int_0^{2\pi\cdot\Delta f_a} G_a(f) df. \quad (5)$$

Здесь учтено, что амплитудно-частотная характеристика идеального ФНЧ равна единице в полосе частот $[-f_{cp}, f_{cp}]$ и нулю вне этой полосы. Кроме того, его полоса пропускания Δf_{cp} принята равной энергетической ширине спектра сообщения $\Delta f_{cp} = \Delta f_a = f_в - f_н$, где $f_н$ и $f_в$ – соответственно, нижняя и верхняя частоты, которые для условий домашнего задания равны $f_н = 0$, $f_в > 0$. Отсюда частота среза ИФНЧ равна $f_{cp} = f_в$. Это говорит о том, что отклик ИФНЧ является ограниченным по спектру сообщением. В нем не содержатся составляющие исходного сообщения на частотах $f > f_в$. Количественно эти потери при фильтрации сообщения характеризуют средней квадратической погрешностью (СКП)

$$\varepsilon_\varphi^2 = 2 \cdot \int\limits_{2\pi f_{cp}}^{\infty} G_a(f) \cdot H^2(f)\,df = 2 \cdot \int\limits_{2\pi\Delta f_a}^{\infty} G_a(f)\,df = P_a - P_x . \quad (6)$$

$$\delta_\varphi = \overline{\varepsilon_\varphi^2}/P_a$$

3.3. Анализ характеристик и параметров аналого-цифрового преобразования сообщения

Аналого-цифровое преобразование (АЦП) исходного сообщения осуществляется в три этапа (см. рис.I). Вначале сообщение дискретизируется по времени, далее квантуется по уровню и затем квантованные уровни кодируются, в результате чего формируется сигнал импульсно-кодовой модуляции (ИКМ). Все эти преобразования иллюстрируются графически на рис.2.

Теоретической основой дискретизации служит теорема В.А.Котельникова. Суть ее в следующем: любая непрерывная функция $x(t)$, ограниченная по спектру верхней частотой $f_в$, может быть точно представлена последовательностью своих отсчетов $x_k = x(t_k = kT)$, взятых в моменты времени $t_k = kT$, кратные интервалу дискретизации

$$T \leq \frac{\pi}{\omega_в} = \frac{1}{2f_в} . \quad (7)$$

По условию домашнего задания, отклик $x(t)$ идеального ФНЧ удовлетворяет данной теореме. Поэтому его можно продискретизировать, т.е. преобразовать из аналоговой формы $x(t)$ в дискретно-

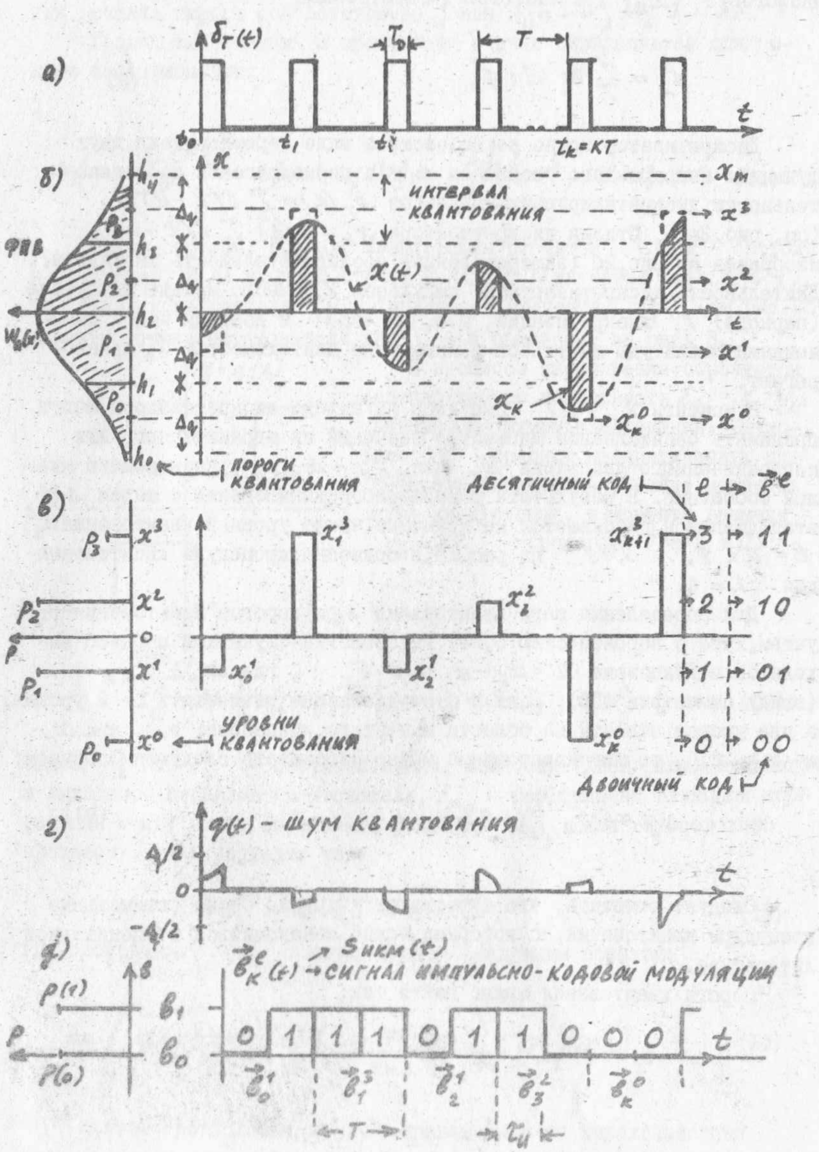

Рис. 2

аналоговую $\{x_k\}$, с частотой дискретизации

$$f_д = \frac{1}{T} \geq 2 \cdot f_в \quad (8)$$

Дискретизатор можно реализовать в виде перемножителя двух функций: непрерывного сообщения $x(t)$ и периодической последовательности дискретизирующих импульсов $\delta_T(t) = \sum_k \delta(t-kT)$ (см. рис.2а). Отклик дискретизатора $x_k = x(t) \cdot \sum_k \delta(t-kT)$ изображен на рис.2б (заштрихованная последовательность импульсов). Длительность дискретизирующих импульсов τ_0 много меньше интервала (периода) T дискретизации, т.е. $\tau_0 \ll T$ и поэтому часто изменениями амплитуды импульсов в интервале длительностью τ_0 пренебрегают.

В моменты $t_k = kT$ импульсы на выходе дискретизатора могут принимать бесчисленное множество значений из ограниченного или неограниченного диапазона $Ш_x = x_{max} - x_{min}$, называемого шкалой сообщения. В результате равномерного квантования с шагом Δq этот диапазон разбивается на конечное число уровней квантования x_k^ℓ, $\ell = 0, 1, 2, \dots L-1$. На рис.2б,в показана процедура квантования для $L = 4$.

Для определения шага квантования Δq и порогов квантования $\{h_\ell\}$ учтем, что с вероятностью 0,997 гауссовский случайный процесс находится в диапазоне $Ш = x_в - x_н = 6 \cdot \sigma_x$, где $x_н = -x_в$ (ввиду симметрии ФПВ). Если в этом диапазоне разместить $L-2$ уровня, а два уровня отвести на области вне этого диапазона, т.е. $x < x_н$ и $x > x_в$, то шаг квантования можно рассчитать следующим образом:

$$\Delta q = 6 \cdot \sigma_x / (L-2) = 6 \sqrt{P_x} / (L-2). \quad (9)$$

Следует отметить, что существуют и другие более оптимальные процедуры квантования, с которыми можно ознакомиться в специальной литературе.

Пороги квантования можно найти так:

$$h_\ell = 3 \cdot \sqrt{P_x} \cdot \left(\frac{\ell - 1}{0{,}5 \cdot L - 1} - 1 \right), \quad \ell = \overline{1, L-1}, \quad (10)$$

где крайние пороги соответственно равны $h_0 = -\infty$, $h_L = +\infty$.

Уровни квантования в простейшем случае определяются следующими соотношениями:

$$x_k^\ell = \frac{h_{\ell+1} + h_\ell}{2} = x_k^0 + \ell \cdot \Delta q, \quad x_k^0 = -\frac{\Delta q}{2}(L-1), \quad \ell = \overline{0, L-1}. \quad (11)$$

Таким образом, правило квантования отсчетов $\{x_k\}$ состоит в следующем. Если входной отсчет попадает в интервал $h_\ell < x_k \leq h_{\ell+1}$, то отклик квантователя y_k принимает значение x_k^ℓ (см.рис.2б). Характеристика квантователя для $L = 4$ приведена на рис. 3.

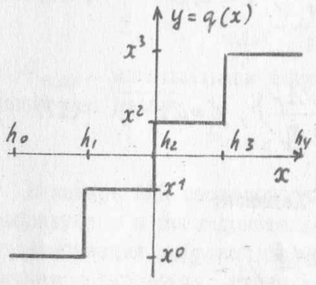

Рис.3

В процессе квантования образуется специфическая погрешность $\varepsilon_{qk} = x_k - y_k$, называемая шумом квантования. Вычислим $\overline{\varepsilon_q^2}$ среднюю квадратическую погрешность квантования, иначе мощность шума квантования, в моменты времени $t_k = kT$ (полагаем $T \gg \tau_0 \approx 0$):

$$\overline{\varepsilon_q^2} = M\left\{(x_k - y_k)^2\right\} = P_x - 2 \cdot B_{xy} + P_y. \quad (12)$$

Здесь P_x и P_y - соответственно, мощности (дисперсии) входного и выходного сигналов квантователя, B_{xy} - коэффициент взаимной корреляции между этими сигналами. Величину B_{xy} для гауссовского процесса $x(t)$ находят так:

$$B_{xy} = k \cdot \sigma_x^2 = k \cdot P_x, \quad (13)$$

где постоянная k определяется следующим образом:

$$k = \int_{-\infty}^{\infty} q'(x) \cdot W_x(x) dx = 2 \cdot \Delta q \cdot \sum_{\ell=0}^{0{,}5L-1} W_x(x^\ell). \quad (14)$$

В этом соотношении $q'(x)$ - производная от характеристики квантования $y = q(x)$ (см. рис.3), $W_x(x)$ - ФПВ гауссовской величины x_k, определяемая соотношением (1) с заменой σ_a^2

на $P_x = \sigma_x^2$. Подставляя теперь (I4) в (I3), а затем в (I2), окончательно для СКП квантования имеем:

$$\overline{\varepsilon_q^2} = P_x \cdot (1 - 2 \cdot k) + P_y \; . \qquad (I5)$$

Мощность P_y квантованного процесса $y_k = x_k^\ell$ равна

$$P_y = M\,(y - \overline{y})^2 = \sum_{\ell=0}^{L-1} (x_k^\ell)^2 P_\ell = 2 \sum_{\ell=0}^{0{,}5L-1} (x_k^\ell)^2 \cdot P_\ell \; . \qquad (I6)$$

В данном соотношении распределение вероятностей $P_\ell, \ell=\overline{0,L-1}$, дискретной случайной величины $y_k = x_k^\ell$, $\ell = \overline{0,L-1}$, с учетом (I0), рассчитывают так:

$$P_\ell = \int_{h_\ell}^{h_{\ell+1}} W_x(\nu)\,d\nu = \Phi\left(\frac{h_{\ell+1}}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{h_\ell}{\sigma_x}\right), \; \ell = \overline{0,\ell-1}, \qquad (I7)$$

где $\Phi(\nu)$ – табулированная функция Лапласа:

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\nu} e^{-t^2/2}\,dt . \qquad (I7a)$$

Интегральное распределение вероятностей находят так:

$$F_\ell = \sum_{i=0}^{\ell} P_\ell \; ; \; F_\ell = 0, \ell < 0; \; F_\ell = 1\,, \; \ell \geq L-1\,, \; \ell = \overline{0,L-1} \; . \qquad (I8)$$

Полагая, что отсчеты $\{x_k\}$ на выходе дискретизатора некоррелированы между собой, а для гауссовского процесса, следовательно, и независимы, определим информационные характеристики отклика $\{y_k\}$ квантователя, являющегося входным сигналом L -ичного ДКС. Квантованная последовательность $y_k = x_k^\ell$, $\ell = \overline{0,L-1}$ с учетом независимости ее значений определяется одномерным распределением вероятностей вида (I7).

Энтропия H_y характеризует количественную меру неопределенности о сообщении $\{y_k\}$ до его приема, т.е. то количество информации, которое должно быть в среднем получено для опознавания любого уровня x_k^ℓ из L - мерного их множества. Энтропия равна

$$H_y = -\sum_{\ell=0}^{L-1} P_\ell \cdot \log_2 P_\ell \, , \quad \left[\text{дв.ед. /отсчет}\right]. \qquad (I9)$$

Производительность или скорость ввода информации в ДКС определяется соотношением

$$H_y' = \frac{1}{T} \cdot H_y \qquad \left[\text{дв.ед. /с}\right]. \qquad (20)$$

Энтропию измеряют в двоичных единицах (битах), а производительность – в двоичных единицах в секунду (бит/с).

Избыточность последовательности $\{y_k = x_k^\ell\}$

$$z_y = (H_{max} - H_y) \,/\, H_{max} \, , \qquad (2I)$$

где H_{max} – максимальная энтропия. Для источника дискретных сообщений она равна

$$H_{max} = \log_2 L \; . \qquad (22)$$

В кодере АЦП последовательность x_k^ℓ , $\ell = \overline{0,L-1}$, $k = 0,1,2\,\ldots$ преобразуется в последовательность кодовых символов $\{b_\ell\}$. При организации цифровой связи широкое распространение получило двоичное кодирование, когда кодовые символы принимают только два значения $b_0 = 0$ и $b_1 = 1$. Собственно процедура двоичного безызбыточного блочного кодирования отсчетов $\{x_k^\ell\}$ состоит в следующем. Физические уровни $\{x_k^\ell\}$, $\ell = \overline{0,L-1}$ вначале перенумеровываются, т.е. заменяются их номерами $x_k^\ell \to \ell$, иначе, представляются в виде десятичных чисел от 0 до L – I. Например, для $L = 4$ ℓ = 0,I,2,3 (см. рис.2в). Затем эти десятичные числа представляют в двоичной системе счисления с основанием 2. Это представление имеет вид

$$\ell = \sum_{j=0}^{n-1} b_{\ell j} \cdot 2^j = b_{\ell,n-1} 2^{n-1} + b_{\ell,n-2} 2^{n-2} + \ldots + b_{\ell,1} 2^1 + b_{\ell,0} \cdot 2^0 \, , \qquad (23)$$

где $b_{\ell,j}$ – двоичный кодовый символ ($b_{\ell,j}$ = 0 или I) ℓ -ого десятичного числа, расположенный в j -ой позиции кодовой комбинации $b_k^\ell = (b_{\ell,n-1}; b_{\ell,n-2}; \ldots b_{\ell,1}; b_{\ell,0})_k$, $n = \log_2 L$.

Таким образом, в моменты времени $t_k = kT$ уровни x_k^ℓ переводятся в числа ℓ , а последние в кодовые комбинации $b_k^\ell, \ell = \overline{0,L-1}$.

В результате образуется сигнал импульсно-кодовой модуляции (ИКМ). Пример такого преобразования приведен на рис.2в,д для общего числа уровней квантования, равного $L = 4$.

Кодовым расстоянием Хэмминга $d_{\ell m}$ между двумя двоичными кодовыми комбинациями $\bar{\bar{b}}_k^{\ell}$ и $\bar{\bar{b}}_k^{m}$ называют суммарный эффект от попозиционного суммирования по модулю два кодовых символов сравниваемых кодовых комбинаций

$$d_{\ell m} = \sum_{j=0}^{n-1} b_{\ell,j} \oplus_2 b_{m,j}, \quad \ell, m = \overline{0, L-1}. \qquad (24)$$

Здесь $\sum$ - арифметическая сумма, $\oplus_2$ - суммирование по модулю два

$$b_{\ell,j} \oplus_2 b_{m,j} = \begin{cases} b_{\ell,j} + b_{m,j} & \text{при } b_{\ell,j} + b_{m,j} < 2, \\ b_{\ell,j} + b_{m,j} - 2 & \text{при } b_{\ell,j} + b_{m,j} \geq 2. \end{cases} \qquad (25)$$

Иначе $0 \oplus_2 0 = 0, \; 0 \oplus_2 1 = 1, \; 1 \oplus_2 0 = 1, \; 1 \oplus_2 1 = 0.$

Таблица кодовых расстояний строится на основе (24). Причем ℓ - номер строки, а m - номер столбца этой таблицы. Так как она симметрична относительно главной диагонали, где $\ell = m$, то целесообразно выписать лишь ее элементы выше главной диагонали.

Для вычисления вероятностей $p(0)$ и $p(1)$ появления нуля и единицы в сигнале ИКМ (см. рис.2д) обратимся к рис. 2в. Слева показаны вероятности p_ℓ, $\ell = \overline{0, L-1}$ появления кодовых комбинаций, а справа сами кодовые комбинации $\{\bar{\bar{b}}_k^{\ell}\}$. Распределение вероятностей относительно нулевого уровня симметрично. Число единиц и нулей в кодовых комбинациях $\bar{\bar{b}}_k^{\ell}$, соответствующих этим вероятностям, также симметрично, т.е.

$$\overline{n(0)} = \overline{n(1)}, \quad \bar{n}(0) = \sum_{\ell=0}^{L-1} n_\ell^0 \cdot p_\ell, \quad \bar{n}(1) = \sum_{\ell=0}^{L-1} n_\ell^1 \cdot p_\ell. \qquad (26)$$

Так как среднее число нулей $\bar{n}(0)$ и среднее число единиц $\bar{n}(1)$ в сигнале ИКМ одинаково (это справедливо для гауссовского сообщения и данного способа кодирования), то и вероятности их появления одинаковы $p(0) = p(1) = 0{,}5$.

Ширина спектра сигнала ИКМ находится из следующих соображений. На интервале дискретизации T при блочном безызбыточном

кодировании по правилу (23) должно уместиться n элементарных кодовых символов. Следовательно, их длительность равна $\tau_u = T/n = T/\log_2 L$ (см. рис.2д). Но ширина спектра элементарного прямоугольного импульса обратно пропорциональна τ_u. Таким образом, ширина спектра сигнала ИКМ

$$\Delta f_{ИКМ} = \frac{k_1}{\tau_u} = \frac{k_1 \cdot \log_2 L}{T} = 2 \cdot \Delta f_a \cdot k_1 \cdot \log_2 L, \qquad (27)$$

где k_1 - постоянная, равная I,5÷2, Δf_a - ширина спектра исходного сообщения $a(t)$ $(T = 1/2f_B = 1/2\Delta f_a)$.

3.4. Характеристики и параметры сигналов дискретной модуляции

Двоичные кодовые символы сигнала ИКМ могут быть переданы с помощью различных видов дискретной модуляции (манипуляции) параметров переносчика. Так на рис. 4 показаны: исходное модулирующее сообщение $\bar{\bar{b}}_k^{\ell}(t)$ или сигнал ИКМ (рис.4а), модулирующее сообщение $b_i(t)$ в виде двуполярных импульсов, связанное с исходным сообщением простым соотношением $b_i(t) = 2 \cdot \bar{\bar{b}}_k^{\ell}(t) - 1$ (рис.4б). На рис. 4в изображен гармонический переносчик вида $u_n(t) = U_m \cos(2\pi f_n t - \frac{\pi}{2})$, где U_m - амплитуда, f_n - частота, $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ - начальная фаза (в дальнейшем примем $\varphi_0 = 0$). Сигналы дискретной амплитудной (ДАМ), дискретной частотной (ДЧМ) и дискретной фазовой (ДФМ) модуляций приведены на рис. 4,г,д,е. Модулирующее сообщение в виде импульсов относительного кода $b_{от\,i}(t)$, необходимое для формирования сигнала дискретной относительной фазовой модуляции (ДОФМ), приведено на рис. 4ж, сам сигнал ДОФМ изображен на рис. 4з. При этом импульсы относительного кода формируются по правилу $b_{от\,i}(t) = b_i(t) \cdot b_j(t - \tau_u)$, где $b_j(t - \tau_u)$ - задержанное на длительность посылки τ_u сообщение $b_i(t)$; i, j = I; либо -I.

Рассмотрим аналитическое представление сигналов дискретной модуляции и их спектров. С этой целью в качестве модели модулирующего импульсного сообщения $b_i(t)$ примем сигнал вида

$$b_i(t) = \begin{cases} b_0 = -1, & -\tau_u \leq t < 0, \\ b_1 = +1, & 0 \leq t < \tau_u \end{cases} \qquad (28)$$

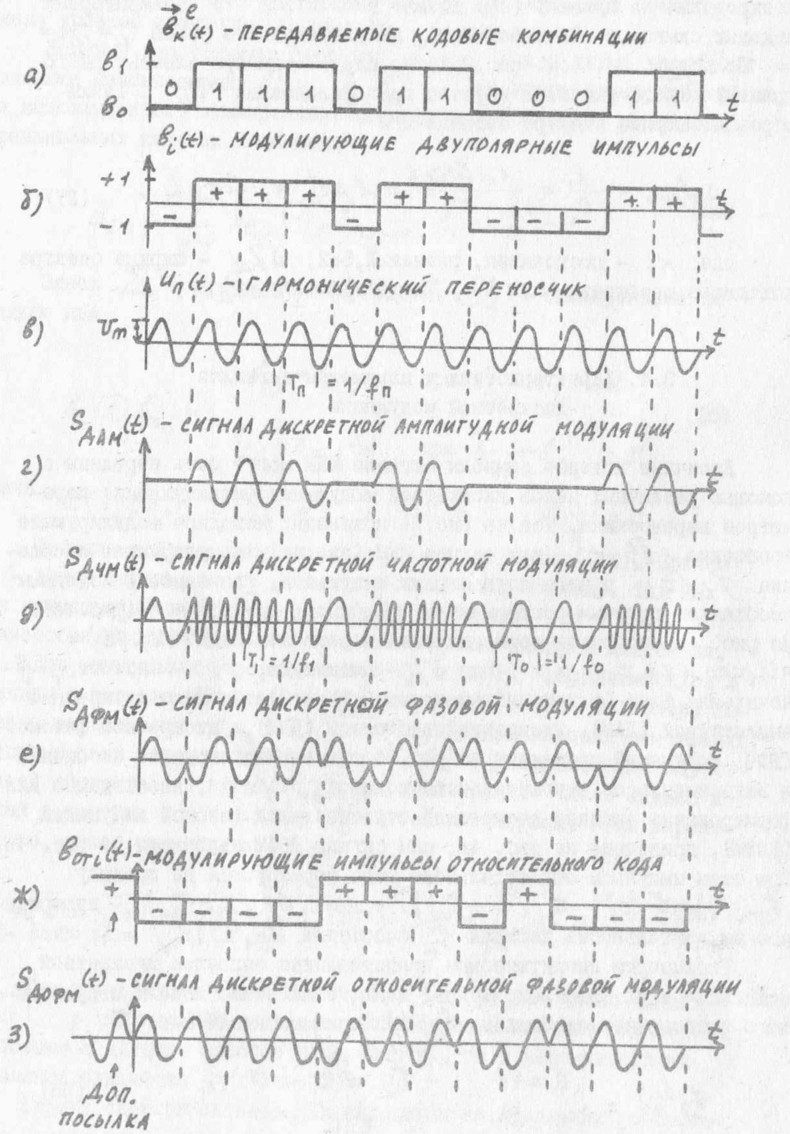

Рис. 4

Предполагая, что это сообщение периодично с периодом $T_u = 2\cdot\tau_u$, представляем его тригонометрическим рядом Фурье (без учета фазовых сдвигов):

$$b_i(t) = \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1-\cos k\pi}{k}\cdot\sin\frac{k\pi}{\tau_u}t = \frac{4}{\pi}\sum_{\substack{k=1\\ нeч.}}^{\infty}\frac{1}{k}\cdot\sin\frac{k\pi}{\tau_u}\cdot t,\; k=1,3,5\ldots \qquad (29)$$

Как следует из (29), это сообщение имеет только нечетные гармонические (спектральные) составляющие на частотах $f_k = k\cdot f_u = k/T_u = k/2\tau_u$, $k = 1, 3, 5, \ldots$, $\tau_u = 1/2\cdot\Delta f_a\cdot\log_2 L$.

Сигнал ДАМ представляется в виде

$$S_{ДАМ}(t) = 0{,}5\cdot U_m\left[1+b_i(t)\right]\sin\omega_n t = \begin{cases} S_0(t) = 0, \\ S_1(t) = U_m\sin 2\pi f_0 t \end{cases} \qquad (30)$$

Подставляя (29) в (30), получаем следующее спектральное разложение сигнала ДАМ:

$$S_{ДАМ}(t) = 0{,}5\cdot U_m\cdot\sin 2\pi f_0 t \;+$$

$$+\sum_{\substack{k=1\\ нeч}}^{\infty}\frac{U_m}{\pi\cdot k}\left[\sin 2\pi(f_0 - k f_u)t - \sin 2\pi(f_0 + k f_u)t\right]. \qquad (31)$$

Ширина спектра сигнала ДАМ в два раза больше ширины спектра модулирующего сообщения – сигнала ИКМ:

$$\Delta f_{s,ДАМ} = 2\cdot\Delta f_{ИКМ}. \qquad (32)$$

Сигнал ДЧМ представляется в виде

$$S_{ДЧМ}(t) = U_m\cdot\sin\left(\omega_n t + \omega_g\int_0^t b_i(t)\,dt\right) = \begin{cases} S_0(t) = U_m\sin 2\pi f_0 t, \\ S_1(t) = U_m\sin 2\pi f_1 t, \end{cases} \qquad (33)$$

где ω_n – частота переносчика; $\omega_n = (\omega_0 + \omega_1)/2$;

ω_g – девиация частоты (максимальное отклонение частоты);

$$\omega_g = (\omega_1 - \omega_0)/2,\quad \omega_0 = \omega_n - \omega_g,\quad \omega_1 = \omega_n + \omega_g.$$

После ряда преобразований разложение сигнала ДЧМ по гармоническим составляющим принимает следующий вид:

$$S_{ДЧМ}(t) = \frac{2\cdot U_m\cdot m_{ЧМ}}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\sin\left[\pi(m_{ЧМ}+k)/2\right]}{m_{ЧМ}^2 - k^2}\cdot\cos 2\pi(f_n + k f_H)t. \qquad (34)$$

536

Здесь $m_{ЧМ}$ – индекс частотной модуляции, $m_{ЧМ}=\omega_д/\Delta\omega_{НКМ}=(f_1-f_0)/2\cdot\Delta f_{НКМ}$; $\omega_И$ – круговая частота манипуляции, $\omega_И=2\pi f_И$.

С достаточной для практических целей точностью ширина спектра сигнала ДЧМ может быть определена так:

$$\Delta f_{S,ДЧМ}=2\cdot(m_{ЧМ}+1)\cdot\Delta f_{ИКМ}=f_1-f_0+2\cdot\Delta f_{ИКМ}\ . \qquad (35)$$

Сигнал ДФМ представляется в виде

$$S_{iДФМ}(t)=U_m\cdot\sin(\omega_n t+m_{ФМ}\cdot b_i(t))=\begin{cases}S_0(t)=U_m\cdot\sin(\omega_0 t-\pi/2),\\ S_1(t)=U_m\sin(\omega_0 t+\pi/2),\end{cases} \qquad (36)$$

где $m_{ФМ}=\pi/2$ – индекс фазовой модуляции (максимальное отклонение фазы сигнала ДФМ от фазы несущей).

Разложение сигнала ДФМ по гармоническим составляющим имеет следующий вид:

$$S_{ДФМ}(t)=U_m\cdot\cos m_{ФМ}\cdot\sin 2\pi f_0 t-$$

$$-\sum_{\substack{k=1\\ НЕЧ}}^{\infty}\frac{2\cdot U_m\cdot\sin m_{ФМ}}{\pi\cdot k}\Big[\sin 2\pi(f_0-kf_И)t+\sin 2\pi(f_0+kf_И)t\Big]\ . \qquad (37)$$

Ширина спектра сигнала ДФМ может быть определена следующим образом:

$$\Delta f_{S,ДФМ}=2\cdot(m_{ФМ}+1)\cdot\Delta f_{НКМ}=(\pi+2)\Delta f_{ИКМ}\ . \qquad (38)$$

По выражениям (3I), (34) и (37) строят амплитудные спектры сигналов дискретной модуляции на плоскости – амплитуда гармонической составляющей – частота (МГц). Спектр сигнала ДОФМ аналогичен спектру сигнала ДФМ.

3.5. Характеристики и параметры узкополосного непрерывного гауссовского канала связи

Модель узкополосного шумового гауссовского НКС представляют в виде: входной идеальный ПФ, линия связи без потерь с аддитивной гауссовской равномерно распределенной по спектру помехой, выходной

идеальный ПФ. Центральные частоты ПФ совпадают с частотой несущего колебания (переносчика). Полосы пропускания ПФ совпадают с шириной спектра сигнала дискретной модуляции. В полосе пропускания коэффициент передачи ПФ примем равным единице.

Помеху с равномерным спектром называют белым шумом. Спектр плотности мощности этого шума равен $G_Ш(\omega)=G_0\ ,\quad \omega\geq 0$.

Мощность гауссовского белого шума $P_Ш=G_Ш^2$ в полосе пропускания ПФ геометрически определяется как площадь прямоугольника с высотой G_0 и основанием Δf_S :

$$P_Ш=G_0\cdot\Delta f_S\ , \qquad (39)$$

где Δf_S определяют из соотношений (32), (35) или (38), в зависимости от вида модуляции.

Учитывая (39) и то, что требуемое отношение сигнал-шум (ОСШ) $h^2=P_S/P_Ш$ на входе детектора приемника известно, находим мощность сигнала дискретной модуляции, обеспечивающую это ОСШ:

$$P_S=h^2\cdot P_Ш=h^2\cdot G_0\cdot\Delta f_S\ . \qquad (40)$$

На длительности посылки сигнал дискретной модуляции имеет вид гармонического колебания (см. рис.4). Мощность гармонического колебания в этом случае равна $P_S=U_m^2/2$ (это мощность, развиваемая на сопротивлении в I Ом). Учитывая специфику формирования сигналов ДАМ, ДЧМ и ДФМ, получаем следующие соотношения для их мощностей и амплитуд, в среднем приходящихся на один двоичный символ:

$$\begin{aligned}
&P_{ДАМ}=P_S/2\ , && U_m=2\sqrt{P_{ДАМ}}\ ,\\
&P_{ДЧМ}=P_S\ , && U_m=\sqrt{2\cdot P_{ДЧМ}}\ ,\\
&P_{ДФМ}=P_{ДОФМ}=P_S\ , && U_m=\sqrt{2\cdot P_{ДОФМ}}\ .
\end{aligned} \qquad (41)$$

Пропускная способность НКС характеризует максимально возможную скорость передачи информации по данному каналу. Максимум ищется по всем возможным распределениям вероятностей сигналов, подводимых на вход НКС. В теории электросвязи доказывается, что максимальная скорость информации по НКС будет обеспечена при таких методах кодирования и модуляции, которые приводят к формированию сигнала в ЦДУ

53с

с гауссовским распределением мгновенных значений. При таком сигнале пропускная способность гауссовского НКС имеет вид

$$C=\Delta f_s \cdot \log_2\left(1+\frac{P_s}{P_ш}\right)=\Delta f_s \cdot \log_2(1+h^2). \qquad (42)$$

В случае, когда сигнал на входе НКС отсутствует, в нем действует лишь широкополосный гауссовский шум. При действии этого шума на полосовой фильтр отклик последнего представляет собой шум в полосе частот Δf_s. Если отношение $\Delta f_s / f_n \ll 1$, то такой фильтр и соответственно шум на его выходе называют узкополосными. Часто узкополосную гауссовскую помеху представляют в виде высокочастотного гармонического колебания, модулированного по амплитуде и фазе. Можно использовать две формы такого представления:

$$N(t)=N_m(t)\cdot\cos\left[\omega_n t+\Phi(t)\right],$$

$$N(t)=N_c(t)\cdot\cos\omega_n t+N_k(t)\cdot\sin\omega_n t,$$

где $N_m(t), N_c(t), N_k(t)$ и $\Phi(t)$ – низкочастотные случайные процессы, связанные соотношениями

$$N_m(t)=\sqrt{N_c^2(t)+N_k^2(t)},\quad \Phi(t)=arctg\,\frac{N_k(t)}{N_c(t)};$$

$N_c(t)$ и $N_k(t)$ – амплитуды синфазной и квадратурной составляющих помехи $N(t)$.

Функции плотности вероятности (ФПВ) мгновенных значений $N(t), N_c(t), N_k(t)$ имеют вид гауссовского распределения (см. соотношение (I)) с числовыми характеристиками: $\bar{N}=\bar{N_c}=\bar{N_k}=0, \sigma_N^2=\sigma_{Nc}^2=\sigma_{Nk}^2=\sigma_ш^2=P_ш$.

Огибающая $N_m(t)$ (случайно изменяющаяся амплитуда) гауссовской помехи распределена по закону Рэлея, т.е.

$$W_{N_m}(\vartheta)=\frac{\vartheta}{\sigma_ш^2}\cdot exp\left\{-\frac{\vartheta^2}{2\cdot\sigma_ш^2}\right\},\ \vartheta\geq 0. \qquad (43)$$

В случае, когда в НКС действует аддитивная смесь гармонического сигнала и узкополосной гауссовской помехи, воздействующая на детектор принятый сигнал можно представить в виде

$$z(t)=U_m\cdot\cos(\omega_n t+\varphi_0)+N(t)=$$

$$=U_m^*(t)\cdot\cos\left[\omega_n t+\Phi^*(t)\right]=$$

$$=U_c(t)\cdot\cos\omega_n t+U_k(t)\cdot\sin\omega_n t,$$

где $U_c=U_m\cdot\cos\varphi_0+N_c$, $U_k=U_m\cdot\sin\varphi_0+N_k$.

Функция плотности вероятности мгновенных значений $z(t)$ в случае, если φ_0 распределена равномерно ($W(\varphi_0)=1/2\pi, -\pi<\varphi_0<\pi$), имеет вид*)

$$W_z(\vartheta)=\frac{1}{\pi\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_ш}\int_0^{\pi} exp\left\{-\frac{(\vartheta-U_m\cdot\cos\psi)^2}{2\cdot\sigma_ш^2}\right\}d\psi. \qquad (44)$$

ФПВ огибающей $U_m^*(t)$ принимаемого сигнала подчиняется обобщенному распределению Рэлея (распределению Райса):

$$W_{U^*}(\vartheta)=\frac{\vartheta}{\sigma_ш^2}\cdot I_0\left(\frac{\vartheta\cdot U_m}{\sigma_ш^2}\right)\cdot exp\left\{-\left(\frac{\vartheta^2}{2\sigma_ш^2}+h^2\right)\right\},\ \vartheta\geq 0. \qquad (45)$$

$$I_0(z)\cong\frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}$$

3.6. Оценка помехоустойчивости и эффективности приема сигналов дискретной модуляции

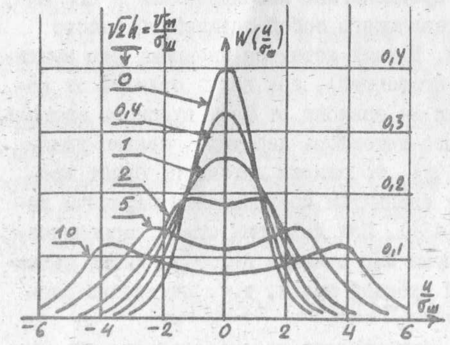

Рис. 5

Прием сигналов дискретной модуляции может осуществляться различными способами. В практике электросвязи широкое распространение получили два вида приема – когерентный и некогерентный.

Когерентный прием (КП) предполагает использование в ПРУ когерентного (синхронного) детектора, представляющего собой линейную систему с переменными параметрами.

*) Графики этой ФПВ для нескольких значений параметра $h=\sqrt{P_s/P_ш}=U_m/\sqrt{2}\cdot\sigma_ш$ приведены на рис.5.

536

Схема детектора состоит из перемножителя и фильтра нижних частот (ФНЧ). Перемножаются принятый сигнал $z(t)$ и опорное (синхронизирующее) колебание $u_r(t)=U_r \cdot \cos(\omega_r t+\varphi_r)$.
Рассмотрим статистические характеристики отклика когерентного детектора.

Пусть на вход детектора поступает узкополосное колебание в виде суммы гармонического сигнала и узкополосного гауссовского шума, т.е. $z(t)=U_m \cdot \cos(\omega_n t+\varphi_0)+N(t)$. Тогда при равенстве частот $\omega_r=\omega_n$ (условие синхронности) и единичном коэффициенте передачи детектора отклик последнего равен $u(t)=u_s(t)+u_N(t)$. Здесь $u_s(t)$ – полезная сигнальная составляющая отклика, $u_s(t)=U_m \cdot \cos(\varphi_r-\varphi_0)$; $u_N(t)$ – его шумовая составляющая, $u_N(t)=N_c(t)\cdot \cos\varphi_r+N_s(t)\cdot \sin\varphi_r$. Полезная составляющая детерминирована, а шумовая составляющая имеет гауссовское распределение вероятностей. Следовательно, ФПВ отклика когерентного детектора при действии на входе сигнала и шума равна

$$W_g(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_ш}\exp\left\{-\frac{[u-U_m\cdot\cos(\varphi_r-\varphi_0)]^2}{2\cdot\sigma_ш^2}\right\}. \quad (46)$$

При отсутствии на входе детектора сигнала отклик будет определяться только шумовой гауссовской составляющей с ФПВ (46), но при $U_m=0$.

Некогерентный прием (НП) предполагает использование в ПРУ некогерентного детектора, представляющего собой нелинейный (часто диодный) преобразователь и ФНЧ. Данный детектор называют еще амплитудным детектором (детектором огибающей), так как в отличие от когерентного детектора его отклик не зависит от фазы входного сигнала.

Если на вход некогерентного детектора действует только узкополосная гауссовская помеха $N(t)$, то отклик детектора будет пропорционален ее огибающей и при единичном коэффициенте передачи детектора имеет ФПВ Релея (см. (43)). При действии суммы гармонического сигнала и узкополосного шума ФПВ отклика некогерентного детектора совпадает с ФПВ огибающей входной смеси, т.е. подчинено распределению Райса (см. (45)).

Прием сигналов ДАМ можно осуществлять как на когерентный, так и на некогерентный детекторы. Если при приеме сигналов ДЧМ выделение посылок разных частот производить двумя полосовыми фильтрами, то в каждом из каналов можно также использовать либо когерентный, либо некогерентный детектор. Для детектирования сигналов ДФМ

используют фазовый детектор, являющийся синхронным детектором.

Следует отметить, что прием сигналов ДФМ на практике связан с рядом сложностей: невозможностью обеспечения необходимой стабильности частоты ω_r и фазы φ_r опорного колебания; вредным явлением обратной работы – случайным изменением текущей фазы на противоположную, что приводит к неправильному опознаванию кодовых символов. Поэтому более широкое применение в практике нашла относительная фазовая манипуляция. Детектирование сигнала ДОФМ производится двумя методами: методом сравнения фаз и методом сравнения полярностей. При методе сравнения фаз в фазовом детекторе сравниваются фазы текущего и предыдущего, задержанного на время $\tau_и$, колебаний. В методе сравнения полярностей производится сравнение продетектированных текущей и задержанной на $\tau_и$ посылок, принимающих два значения ± I.

Схемы приемников различных сигналов дискретной модуляции приведены на рис.6. Здесь наряду с описанными выше детекторами имеются элементы последетекторной обработки. К ним относятся дискретизатор и решающее устройство (РУ). К дискретизатору наряду с откликом детектора $u(t)$ подводятся дискретизирующие импульсы с периодом $\tau_и$, необходимые для взятия одного отсчета в середине посылки длительностью $\tau_и$. В РУ отсчеты u_k сравниваются с пороговым напряжением U_0 и принимается решение – передана I, если $u_k \geq U_0$, или передан 0, если $u_k < U_0$. Кроме того на схемах введены обозначения: ВУ – вычитающее устройство, ЛЗ – линия задержки, ФОН – формирователь опорного напряжения.

Под действием помех в канале связи РУ может ошибаться (выносить неправильные решения). Ошибочные решения бывают двух видов: переход 0 в I (передавался 0, но РУ выдало решение I), характеризующийся условной (апостериорной) вероятностью ошибки $p(1/0)$; переход I в 0 (передавалась I, но РУ выдало решение 0), характеризующийся условной вероятностью ошибки $p(0/1)$.

За количественную меру помехоустойчивости в системах электросвязи принимают среднюю на бит вероятность ошибки

$$p_{ош}=p(0)\cdot p(1/0)+p(1)\cdot p(0/1). \quad (47)$$

При равенстве априорных вероятностей $p(0)=p(1)=0{,}5$, а также условных вероятностей $p(1/0)=p(0/1)=p_e$ (условие симметричности двоичного ДКС), средняя на бит вероятность ошибки совпадает с одной из условных вероятностей $p_{ош}=p_e$.

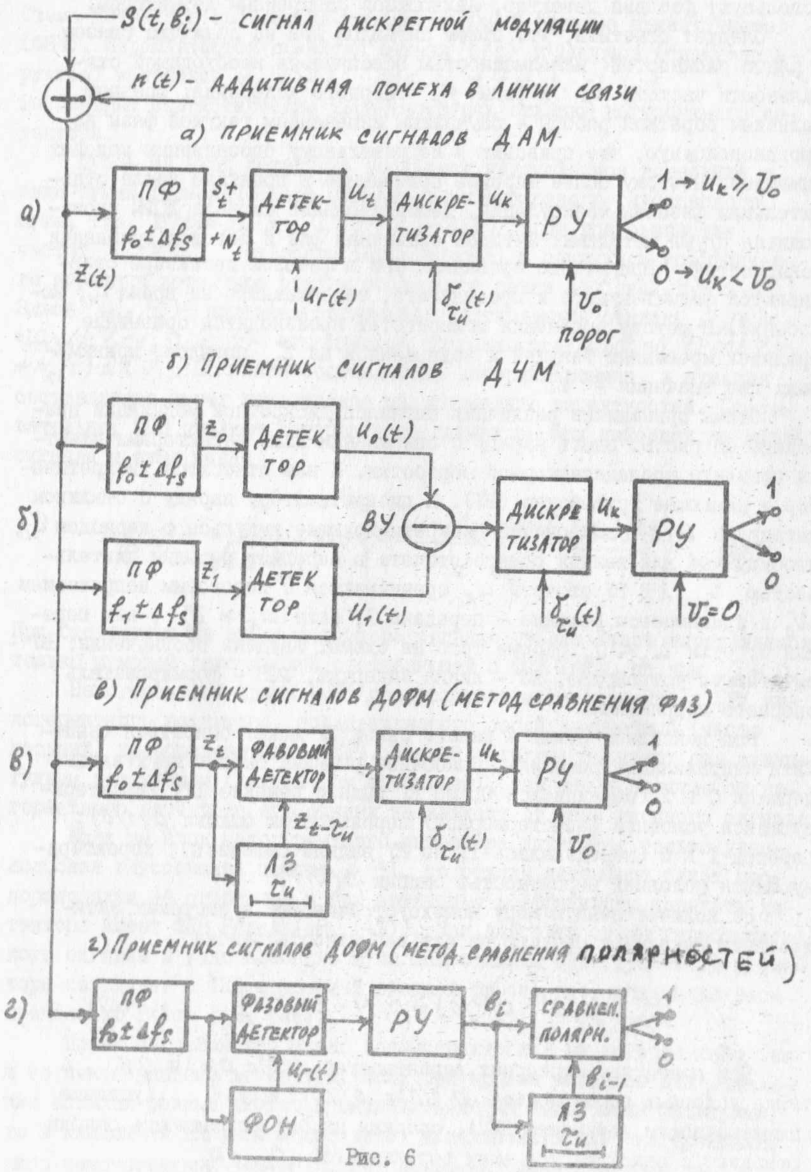

Рис. 6

Условные вероятности ошибок находятся интегрированием условных ФПВ откликов детекторов:

$$p(1/0) = \int_{U_0}^{\infty} W_0(u)\,du\ , \quad p(0/1) = \int_{-\infty}^{U_0} W_1(u)\cdot du, \qquad (48)$$

где $W_0(u)$ и $W_1(u)$ - соответственно ФПВ откликов детекторов при условии формирования на передаче 0 или I.

Оценим помехоустойчивость передачи двоичных символов при различных сигналах дискретной модуляции и различных методах их приема.

При передаче сигналов ДАМ (см. рис.4г) символ 0 соответствует отсутствию сигнала, а символ I - передаче сигнала с постоянной амплитудой. При этом на выходе детектора ПРУ при передаче символа 0 напряжение будет иметь ФПВ $W_0(u)$ шума, а при передаче I - ФПВ сигнала и шума $W_1(u)$ (см. рис.6а).

Когерентный прием (при $\varphi_r - \varphi_0 = 0$) сигнала ДАМ характерен гауссовскими ФПВ отклика детектора:

$$W_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\sigma_ш^2}}\cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma_ш^2}}, \quad W_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_ш^2}} e^{-\frac{(u-U_m)^2}{2\sigma_ш^2}}. \qquad (49)$$

Для симметричного ДКС $p(1/0) = p(0/1) = p_e$. Это достигается при пороге РУ $U_0 = U_m/2$. Подставляя (49) и U_0 в (48), получаем

$$p_{ош\,ДАМ-КП} = p_e = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U_m/2} exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_ш^2}\right\} du = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right), \qquad (50)$$

где $\Phi(x)$ - табулированная функция Лапласа (см. (I7a)), $h = \frac{U_m}{\sqrt{2}\sigma_ш}$ -ОСШ.

Некогерентный прием сигнала ДАМ характерен релеевским и райсовским распределениями отклика детектора:

$$W_0(u) = \frac{u}{\sigma_ш^2}\cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma_ш^2}}, \quad W_1(u) = \frac{u}{\sigma_ш^2} e^{-\frac{u^2+U_m^2}{2\sigma_ш^2}} \cdot J_0\left(\frac{u\cdot U_m}{\sigma_ш^2}\right). \qquad (51)$$

536

Подставляя (5I) в (48), получаем

$$p(1/0)=e^{-\frac{U_0^2}{2\sigma_ш^2}}, \quad p(0/1)=\int_0^{U_0}\frac{u}{\sigma_ш^2}\cdot e^{-\frac{u^2+U_m^2}{2\sigma_ш^2}}\cdot J_0\left(\frac{u\cdot U_m}{\sigma_ш^2}\right)du. \quad (52)$$

Для симметричного ДКС эти вероятности равны p_e. Из (52) определим порог U_0 через $p_e=p(1/0)$:

$$U_0=\sigma_ш\sqrt{2\cdot \ln p_e^{-1}}. \quad (53)$$

Подставляя U_0 в $p(0/1)=p_e$, окончательно имеем

$$p_{ош\,ДАМ-НП}=p_e=\int_0^{\sqrt{2\ln p_e^{-1}}} y\cdot exp\left\{-\left(\frac{y^2}{2}+h^2\right)\right\} J_0(y\cdot\sqrt{2}\cdot h)\,dy. \quad (54)$$

Зависимость $p_{ош}$ от h^2, полученная на основе решения (54), представлена в табл. 2.

Таблица 2

$p_{ош}$	$5\cdot10^{-1}$	$2\cdot10^{-1}$	10^{-1}	$5\cdot10^{-2}$	10^{-2}	$5\cdot10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-4}
h^2	0	2,82	5,37	7,77	13,8	16,4	22,9	25,7	33,2

При передаче сигналов ДЧМ (см. рис.4д) символ 0 соответствует передаче сигнала на частоте f_0, а символ I - передаче сигнала на частоте f_1. Из рис. 6б следует, что при передаче 0 через ПФ, настроенный на частоту f_0, будет проходить сигнал с несущей частотой f_0 и шум в полосе пропускания этого ПФ. Через ПФ, настроенный на частоту f_1, при передаче 0 будет проходить только шум в полосе пропускания этого ПФ. Симметричная картина наблюдается при передаче символа I.

Ошибочные решения здесь будут тогда, когда отклик детектора в канале, по которому сигнал не передается, превзойдет значение отклика детектора в канале, по которому сигнал передается.

Для симметричного ДКС с учетом сказанного получаем

$$p_{ош}=p(0/1)=p(1/0)=\int_0^{\infty}\int_u^{\infty}W_0(x)\cdot W_1(u)\,dx\cdot du. \quad (55)$$

Подстановка ФПВ из (49) или из (5I) в (55) при когерентном приеме даст

$$p_{ош\,ДЧМ-КП}=p_e=1-\Phi(h), \quad (56)$$

и при некогерентном приеме

$$p_{ош\,ДЧМ-НП}=p_e=0{,}5\cdot exp\left\{-h^2/2\right\}. \quad (57)$$

При передаче сигналов ДФМ (см. (36) и рис.4е) символ 0 соответствует передаче сигнала с начальной фазой $-\pi/2$, а символ I - передаче сигнала с начальной фазой $+\pi/2$. В этом случае отклик когерентного (фазового) детектора будет иметь ФПВ вида (46). Выбрав фазу опорного напряжения равной $\varphi_r=+\pi/2$, получаем

$$W_0(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_ш}\cdot e^{-\frac{(u+U_m)^2}{2\sigma_ш^2}}, \quad W_1(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_ш}\cdot e^{-\frac{(u-U_m)^2}{2\sigma_ш^2}}. \quad (58)$$

Подставляя (58) в (48) и выбирая $U_0=0$, для симметричного ДКС получаем

$$p_{ош\,ДФМ}=p_e=1-\Phi(\sqrt{2}h). \quad (59)$$

Оценим помехоустойчивость передачи двоичных сигналов при относительной фазовой модуляции, когда прием производится по методу сравнения фаз (СФ) и по методу сравнения полярностей (СП).

Ошибочный прием двоичного символа при ДОФМ - СП имеет место (см. рис.6г), когда осуществляется одно из двух несовместных событий: I) данный символ принят правильно, а предыдущий ошибочно; 2) данный элемент принят ошибочно, а предыдущий правильно. Вероятность появления какого-либо из этих двух несовместных событий есть $p_{ош}$ при ДОФМ-СП:

$$p_{ош\,ДОФМ-СП}=p_e=2\cdot p_{ош\,ДФМ}\cdot(1-p_{ош\,ДФМ})=2\cdot\Phi(\sqrt{2}h)\cdot\left[1-\Phi(\sqrt{2}h)\right]. \quad (60)$$

536

Для приема сигнала ДОФМ по методу сравнения фаз (см. рис.6в) имеем

$$P_{ош\,ДОФМ-СФ} = P_e = 0{,}5 \cdot \exp\left\{-h^2\right\}. \qquad (61)$$

Скорость передачи информации по дискретному каналу связи определяют как количество взаимной информации $I(Y,X)$, передаваемой по ДКС в единицу времени:

$$R = \frac{1}{\tau_и} \cdot I(Y,X) = \frac{1}{\tau_и} \cdot (H_Y - H_{Y/X}), \qquad (62)$$

где для двоичного ДКС $X = \{b_i\}$, $Y = \{\hat{b}_j\}$ двоичные символы (нули и единицы) на передаче, а соответственно, на приеме, H_Y – энтропия принятой последовательности двоичных единиц:

$$H_Y = -\sum_{i=0}^{1} p(\hat{b}_j) \cdot \log_2 p(\hat{b}_j), \qquad (63)$$

$H_{Y/X}$ – условная энтропия,

$$H_{Y/X} = -\sum_{i=0}^{1} p(b_i) \sum_{j=0}^{1} p(\hat{b}_j / b_i) \cdot \log_2 p(\hat{b}_j / b_i). \qquad (64)$$

Для двоичного симметричного ДКС, когда $p(\hat{b}_0 = 0 / b_1 = 1) = p_e = p(\hat{b}_1 = 1 / b_0 = 0)$ и одинаковы априорные вероятности передачи $p(0) = p(1)$, формула (62) с учетом (63) и (64) может быть представлена в виде

$$R_2 = \frac{1}{\tau_и} \cdot \left[1 + p_e \cdot \log_2 p_e + (1 - p_e) \cdot \log_2 (1 - p_e)\right]. \qquad (65)$$

Так как вероятности ошибок $p_{ош} = p_e$ для различных видов сигналов зависят от ОСШ h^2 на входе детектора, то и R_2 зависит от ОСШ. Для сравнения скорости $R_2 = \psi(h^2)$ при данном виде модуляции и способе приема с пропускной способностью НКС (скоростью передачи информации при идеальном кодировании и модуляции) $C = \Psi(h^2)$ (см. соотношение (42)) вводят показатель эффективности

$$Э = R_2 / C. \qquad (66)$$

Эффективность системы передачи высока, если $R_2 \to C$, $Э \to 1$, эффективность низка при $Э \to 0$.

3.7. Анализ характеристик и параметров цифро-аналогового преобразования сообщения

Цифро-аналоговое преобразование (ЦАП) позволяет на приемном конце системы связи восстановить непрерывное сообщение $\hat{a}(t)$ по принятым кодовым комбинациям $\{\hat{b}_k^m\}$ сигнала ИКМ. Это осуществляется с помощью следующих шагов (см. рис.I): декодирования – восстановления дискретных L-ичных уровней $\hat{x}_k^m$ по $\hat{b}_k^m$, интерполяции и низкочастотной фильтрации. Фильтр-интерполятор – это линейный фильтр с заданной импульсной реакцией $g_и(t)$. В современных ЦАП применяют ступенчатую интерполяцию с $g_и(t) = 1$ при $t \in [0,T]$ и $g_и(t) = 0$ при $t \notin [0,T]$. Это приводит к увеличению длительности импульсов $\hat{x}_k^m$ с величины τ_0 до величины T. Последующий ФНЧ сглаживает непрерывно-дискретное сообщение $\hat{x}_k^m(t)$, в результате чего образуется $\hat{a}(t)$ (см. рис.7е).

Ошибки в двоичном канале связи приводят к несовпадению переданных и принятых кодовых комбинаций сигнала ИКМ (см. рис.7 а,б). На рис. 7в показана реализация последовательности импульсов ошибок, вычисляемая как $e = b_i \oplus_2 \hat{b}_j$. Причем $e = 0$ при $b_i = \hat{b}_j (i = j)$ и $e = 1$ при $b_i \neq \hat{b}_j (i \neq j)$. В декодере ЦАП двоичные ошибки в той или иной позиции кодовой комбинации приводят к несоответствию передаваемых x_k^l и восстанавливаемых $\hat{x}_k^m$ L-ичных уровней (см. рис. 7г). Разность $\varepsilon_п = \hat{x}_k^m - x_k^l$ называют шумом передачи. Реализация этого шума на выходе декодера (импульсы длительностью τ_0) и на выходе интерполятора (импульсы длительностью T) приведена на рис. 7д.

Для определения скорости передачи информации R_L по L-ичному ДКС воспользуемся соотношением, аналогичным (62):

$$R_L = \frac{1}{T} \cdot (H_Y - H_{Y/X}).$$

Однако, здесь X и Y – это L-ичные уровни на входе и выходе L-ичного ДКС. Используя выражения (63) и (64), но с учетом L-ичных уровней, и подставляя их в выражение для R_L, получаем

$$R_L = \frac{1}{T} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{L-1} p(x_k^l, \hat{x}_k^m) \cdot \log_2 \frac{p(x_k^l, \hat{x}_k^m)}{p(x_k^l) \cdot p(\hat{x}_k^m)}, \qquad (67)$$

536

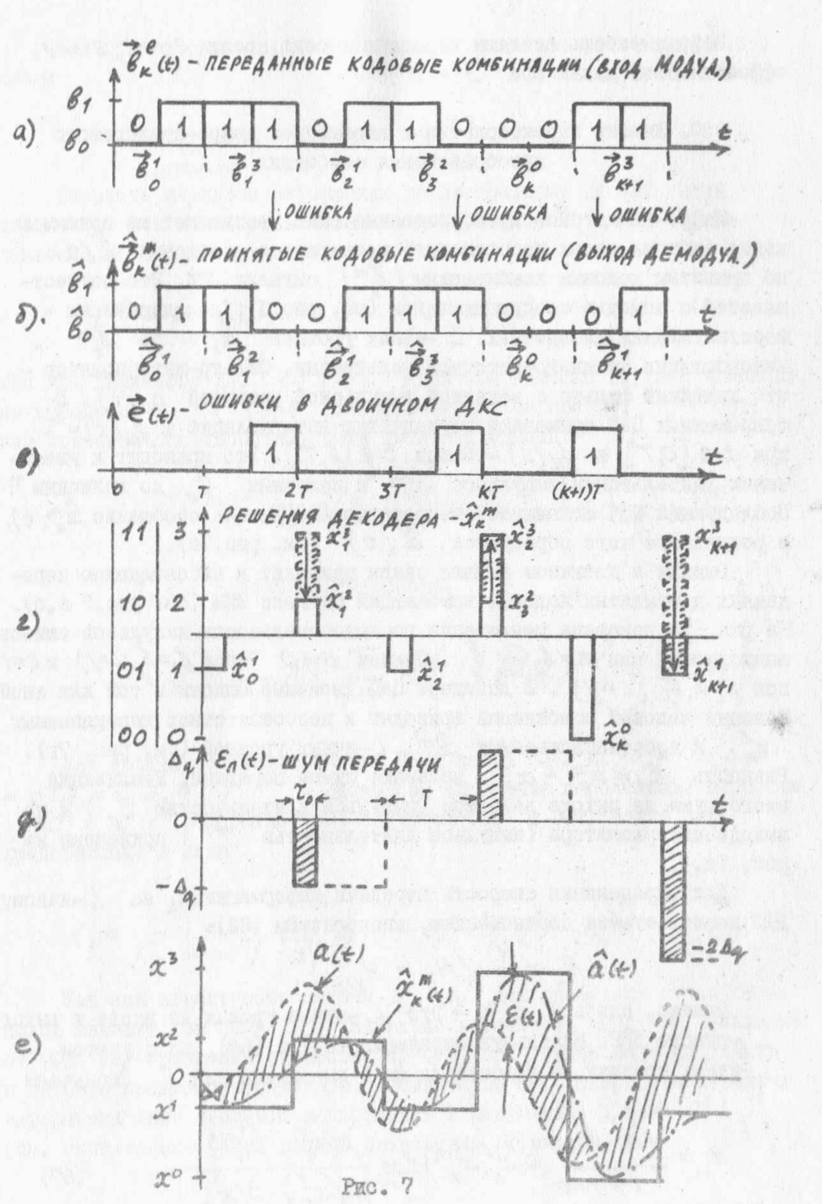

Рис. 7

где $p(x_k^l, \hat{x}_k^m) = p(x_k^l)\cdot p(\hat{x}_k^m / x_k^l) = p_l \cdot p_{lm} = p(l,m)$ - вероятность совместного наступления событий: x_k^l на передаче и $\hat{x}_k^m$ на приеме; $p_l,\ l=\overline{0, L-1}$, - распределение вероятностей, определяемое из соотношения (17); $p_{lm},\ l, m=\overline{0, L-1}$, - элементы матрицы переходных вероятностей L-ичного ДКС, которые определяются так:

$$p_{lm} = p(\hat{x}_k^m / x_k^l) = p_e^{d_{lm}} \cdot (1-p_e)^{n-d_{lm}}, \quad l,m=\overline{0, L-1}, \tag{68}$$

где n - значность кода $n=\log_2 L$; d_{lm} - кодовое расстояние между l-ой и m-ой кодовыми комбинациями; p_e - вероятность ошибки в двоичном симметричном ДКС $p_e = p_{ош}$; $p_{пр}$ - вероятность правильного приема двоичного символа $p_{пр} = (1-p_e)$.

В соотношении (67) распределение вероятностей принятых L-ичных уровней определяют так:

$$p_m = p(\hat{x}_k^m) = \sum_{l=0}^{L-1} p(x_k^l, \hat{x}_k^m) = \sum_{l=0}^{L-1} p_l \cdot p_{lm}, \quad m=\overline{0, L-1}. \tag{69}$$

Величина относительных потерь в скорости передачи информации по L-ичному ДКС равна

$$\delta_R = \frac{H' - R_L}{H'} = 1 - \frac{R}{H'}, \tag{70}$$

где H' - производительность L-ичного источника.

Оценим среднюю квадратическую погрешность (СКП) $\overline{\varepsilon_n^2}$ шума передачи в L-ичном ДКС (см. рис.7д). Пусть в L-ичном ДКС был передан импульс x_k^l, который на основании (11) равен $x_k^l = -0{,}5\cdot\Delta_q(L-1)+l\Delta_q$. Под действием помех он может перейти в импульс

$$\hat{x}_k^m = -0{,}5\cdot\Delta_q(L-1) + m\Delta_q.$$

Тогда шум передачи $\varepsilon_{nk} = \Delta_q(m-l)$ может быть представлен в виде последовательности некоррелированных прямоугольных импульсов с нулевым математическим ожиданием и со случайно распределенными амплитудами. На выходе интерполятора длительность этих импульсов равна T.

Спектр плотности мощности шума передачи

$$G_n(\omega) = 2\cdot T\cdot \sigma_n^2 \cdot \left(\sin\frac{\omega T}{2} \Big/ \frac{\omega T}{2}\right)^2, \tag{71}$$

536

где $\sigma_п^2$ – дисперсия (мощность) случайных амплитуд импульсов, равная

$$\sigma_п^2 = M\{\varepsilon_п^2\} = M\{\Delta_q^2 (m-\ell)^2\} = \Delta_q^2 \sum_{\ell=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{L-1} p_\ell \cdot p_{\ell m} (m-\ell)^2. \quad (72)$$

Полагая ФНЧ на выходе АЦП идеальным с полосой пропускания Δf_a, найдем СКП шума передачи путем интегрирования (71):

$$\overline{\varepsilon_п^2} = \int_0^{2\pi \cdot \Delta f_a} G_п(f) \cdot df = \frac{2 \cdot \sigma_п^2}{\pi} \left[si(\pi) - \frac{2}{\pi} \right]. \quad (73)$$

Здесь интегральный синус определяется так:

$$si(x) = \int_0^x \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot d\alpha .$$

Выражение (72) для дисперсии $\sigma_п^2$ амплитуд можно упростить, если истинные вероятности ошибок $p_{\ell m}$ заменить усредненной величиной вероятности ошибки:

$$\overline{p_{ош}} = \frac{1}{L-1} \sum_{\substack{z=1 \\ z \neq k}}^{L-1} p_{zk} = \frac{1}{L-1} \cdot \left[1 - (1-p_e)^n \right]. \quad (74)$$

Тогда после ряда преобразований получаем:

$$\sigma_п^2 = \frac{2 \cdot \Delta_q^2 \left[1 - (1-p_e)^{\log_2 L} \right]}{L-1} \cdot \sum_{\ell=0}^{L-2} (L-\ell-1)^2 F_\ell , \quad (75)$$

где F_ℓ, $\ell = \overline{0, L-1}$ – интегральный закон распределения вероятностей, определяемый из (18).

Подставляя (75) или (72) в (73), определяют СКП шума передачи.

Ввиду того, что погрешность фильтрации $\varepsilon_ф$, шум квантования ε_q и шум передачи $\varepsilon_п$ независимы друг от друга, то суммарная СКП восстановления непрерывного сообщения $a(t)$ будет равна сумме СКП указанных процессов: $\overline{\varepsilon_\Sigma^2} = \overline{\varepsilon_ф^2} + \overline{\varepsilon_q^2} + \overline{\varepsilon_п^2}$.

Относительная суммарная СКП восстановления сообщения равна

$$\delta_\Sigma = \overline{\varepsilon_\Sigma^2} / \sigma_a^2 . \quad (76)$$

Величина, обратная δ_Σ, есть отношение сигнал-шум, обеспечиваемое системой передачи непрерывных сообщений.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

и методические рекомендации по самостоятельной работе для его выполнения

по курсу

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ

Редактор Г.В.Курьянчик
Корректор М.Ю.Кутепова

Подписано в печать 24.07.89 г. Формат 60x84/16. Печать офсетная. Объем 2,0 усл.п.л. Тираж 2000 экз. Изд. № 159. Заказ 536. Бесплатно.

Типография МИС. Москва, ул. Авиамоторная, 8.