

Физико-математическая Олимпиада РГРТУ
среди школьников и абитуриентов,
посвященная 110-летию со дня рождения академика
И.К. Кикоина

2 этап. 17 июля 2018 года.

Тур «Физика».

Задача 1.

Найти максимальную высоту подъема тела брошенного вертикально вверх с земли, если последние 5 м участка подъема оно проходит за треть всего времени полета.

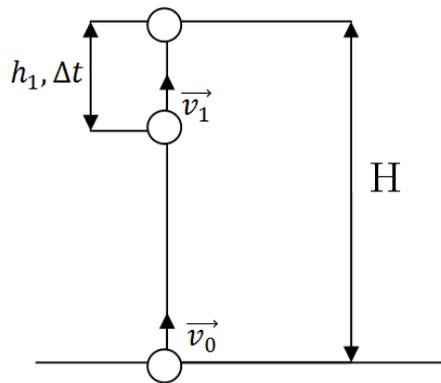
Дано:

$$h_1 = 5 \text{ м}$$

$$\Delta t = \frac{1}{3} t_0$$

$H = ?$

Решение:



$$h_1 = \frac{g\Delta t^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{t_0^2}{9}, \quad t_0 - \text{ время полёта}$$

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \rightarrow v_0 t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = 0 \rightarrow t_0 = \frac{2v_0}{g}$$

$$h_1 = \frac{g}{2} \cdot \frac{t_0^2}{9} = \frac{g}{18} \cdot \frac{4v_0^2}{g} = \frac{2v_0^2}{9g}$$

$$mgH = \frac{mv_0^2}{2} \rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{9h_1}{4} = \frac{9 \cdot 5}{4} = 11,25 \text{ (м)}$$

Ответ: $H = \frac{9h_1}{4} = 11,25 \text{ м}$

Задача 2.

Цилиндрический теплоизолированный сосуд расположен горизонтально и разделен на две равные части поршнем, который слабо проводит тепло и может без трения перемещаться вдоль сосуда. В сосуде находится 3 моля двухатомного идеального газа. В одной части газ находится при температуре T а в другой – при температуре $2T$. Какая равновесная температура установится в сосуде? Какое количество тепла при этом пройдет через поршень? Теплоемкостью поршня и стенок сосуда пренебречь.

Дано:

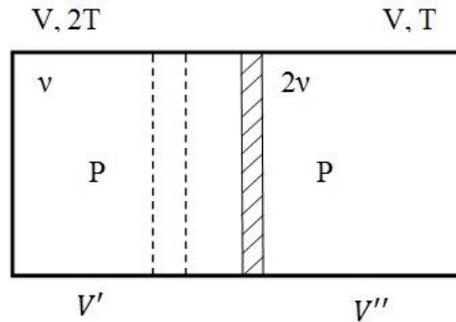
$$3\nu$$

$$2T, T$$

$$T_K - ?$$

$$Q - ?$$

Решение:



Найдём T_K . Из закона сохранения энергии:

$$\nu \cdot C_V 2T + 2\nu \cdot C_V T = 3\nu \cdot C_V T_K \rightarrow T_K = \frac{4}{3}T$$

Давление P с обеих сторон поршня одинаково и не изменится в процессе теплообмена! Тогда:

$$\nu \cdot C_V 2T - Q + A = \nu \cdot C_V \frac{4}{3}T$$

$$A = P\Delta V$$

$$\begin{cases} PV = \nu R 2T \\ PV' = \nu R \frac{4}{3}T \end{cases} \rightarrow P\Delta V = \nu R \frac{2}{3}T = A$$

$$Q = \nu \cdot C_V 2T - \nu \cdot C_V \frac{4}{3}T + A = \frac{7}{3}\nu RT$$

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

Покажем, что давление постоянно в процессе теплообмена

$$PV = \nu RT$$

$$U = \nu \cdot C_V T \rightarrow T = \frac{U}{\nu C_V}$$

$$PV = \nu R \frac{U}{\nu C_V} = R \frac{U}{C_V} \rightarrow P = \frac{R}{C_V} u, \text{ где } u = \frac{U}{V} - \text{плотность}$$

внутренней энергии

Так как давление P с обеих сторон поршня одинаково, то

равны и плотности внутренней энергии

$$u'V' + u'V'' = u'(V' + V'') = u'2V = U$$

$$uV + uV = 2uV = U$$

$$\rightarrow u' = u \rightarrow P = const$$

$$\text{Ответ: } T_K = \frac{4}{3}T; Q = \frac{7}{3}\nu RT$$

Задача 3.

Три последовательно соединенных конденсатора с емкостями $C_1 = 10$ мкФ, $C_2 = 20$ мкФ и $C_3 = 30$ мкФ подключены к источнику тока с ЭДС 220 В. Какое количество теплоты выделится в системе при пробое конденсатора C_2 ?

Дано:

$$C_1 = 10 \text{ мкФ}$$

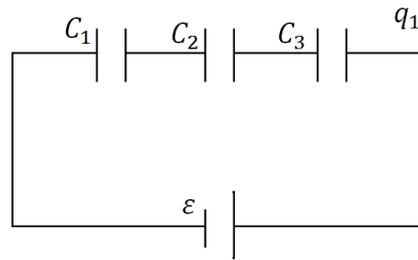
$$C_2 = 20 \text{ мкФ}$$

$$C_3 = 30 \text{ мкФ}$$

$$\varepsilon = 220 \text{ В}$$

$Q = ?$

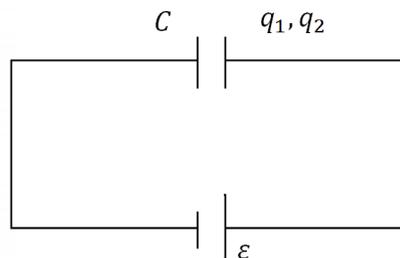
Решение:



$$Q_1 = \frac{q_1^2}{2C_2} - \text{теплота выделится при пробое конденсатора } C_2$$

$$q_1 = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot \varepsilon}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} = 1200 \text{ мкКл}$$

$$Q_1 = \frac{q_1^2}{2C_2} = 36 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$



$$C = \frac{C_1 \cdot C_3}{C_1 + C_3} = 7,5 \text{ мкФ}$$

$$q_2 = C \cdot \varepsilon = 7,5 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 1650 \text{ (мкКл)}$$

$$\Delta q = q_2 - q_1 = 450 \text{ мкКл}$$

$$A = \Delta q \cdot \varepsilon = 450 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 99 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}$$

$$\Delta W = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = 85,5 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}$$

$$Q_2 = A - \Delta W = 99 \cdot 10^{-3} - 85,5 \cdot 10^{-3} = 13,5 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)} -$$

теплота, которая выделится в цепи при зарядке конденсатора

от q_1 до q_2

$$Q = Q_1 + Q_2 = 36 \cdot 10^{-3} + 13,5 \cdot 10^{-3} = 49,5 \text{ (мДж)}$$

Ответ: $Q = 49,5$ мДж

Задача 4.

Рамка, имеющая форму равностороннего треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Перпендикуляр к плоскости рамки составляет с направлением вектора индукции магнитного поля угол $\alpha = 30^\circ$. Определить длину стороны рамки l , если известно, что среднее значение э.д.с. индукции, возникающей в рамке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 0,01$ с, равно $0,01$ В.

Дано:

$$B = 0,01 \text{ Тл}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\Delta t = 0,01 \text{ с}$$

$$\varepsilon = 0,01 \text{ В}$$

l —?

Решение:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\Phi_2 = 0, \quad \Phi_1 = BS \cdot \cos\alpha$$

$$S = \frac{1}{2}l^2 \sin 60^\circ - \text{площадь равностороннего треугольника}$$

со стороной l

$$\varepsilon = \frac{Bl^2 \sin 60^\circ \cos 30^\circ}{2\Delta t}$$

$$l = \sqrt{\frac{2\varepsilon\Delta t}{B \sin 60^\circ \cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 2}{10^{-2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}} = 0,2 \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } l = \sqrt{\frac{2\varepsilon\Delta t}{B \sin 60^\circ \cos 30^\circ}} = 0,2 \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ м}$$

Задача 5.

Найти период малых колебаний поршня массой m , разделяющего гладкий цилиндрический сосуд сечения S на две части, длиной l каждая. По обе стороны от поршня находится газ при давлении P_0 и температуре T_0 . При колебаниях температура газа не меняется.

Дано:

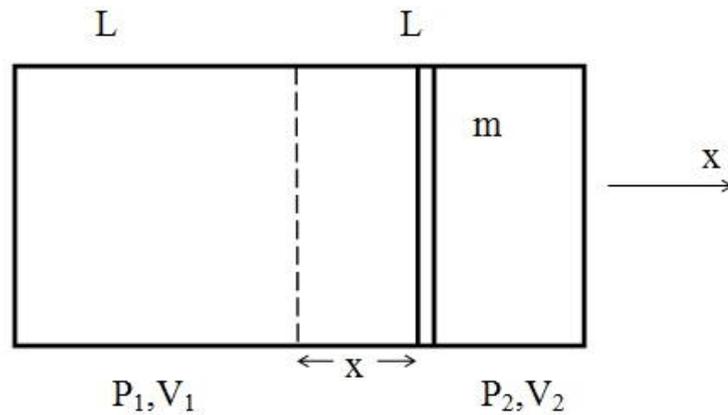
m

S, l, P_0

$T_0 = \text{const}$

$T - ?$

Решение:



$$P_0 S l = P_1 S (l + x) \rightarrow P_1 = \frac{P_0 l}{l + x}$$

$$P_0 S l = P_2 S (l - x) \rightarrow P_2 = \frac{P_0 l}{l - x}$$

$$F_1 = P_1 S = \frac{P_0 S l}{l + x}, \quad F_2 = P_2 S = \frac{P_0 S l}{l - x}$$

$$m \vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$x: ma = F_1 - F_2$$

$$ma = -P_0 S l \left(\frac{1}{l - x} - \frac{1}{l + x} \right) = -\frac{2P_0 S l}{l^2 - x^2} x$$

$$x \ll l \quad ma = -\frac{2P_0 S l}{l^2} x = -\frac{2P_0 S}{l} x$$

$$\text{Для пружинного маятника } ma = -kx$$

$$T_{\text{пр}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{Аналогично: } T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{2P_0 S}}$$

$$\text{Ответ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{2P_0 S}}$$

Задача 6.

Расстояние от предмета до экрана $L = 100$ см. Линза, помещенная между ними, дает четкое изображение предмета на экране при двух положениях, расстояние между которыми $l = 20$ см. Найти фокусное расстояние F линзы.

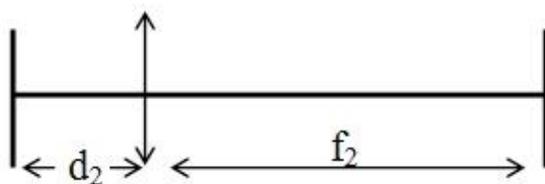
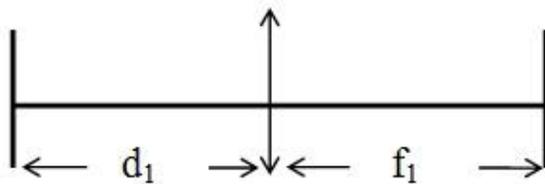
Дано:

$$L = 100 \text{ см}$$

$$l = 20 \text{ см}$$

$F = ?$

Решение:



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{L-d}$$

$$L = f + d, \quad \frac{1}{F} = \frac{L}{Ld - d^2}$$

$$\rightarrow d^2 - Ld + LF = 0$$

$$d_{1,2} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{\frac{L^2}{4} - LF}$$

$$d_1 - d_2 = l = 2 \sqrt{\frac{L^2}{4} - LF} \rightarrow F = \frac{1}{4} \left(L - \frac{l^2}{L} \right) =$$

$$= \frac{1}{4} \left(100 - \frac{20 \cdot 20}{100} \right) = 24 \text{ см}$$

$$\text{Ответ: } F = \frac{1}{4} \left(L - \frac{l^2}{L} \right) = 24 \text{ см}$$