

**Физико-математическая Олимпиада РГРТУ
среди школьников и абитуриентов,
посвященная 110-летию со дня рождения
академика И.К. Кикоина**

**1 этап. 22 апреля 2018 года.
Математика.**

Задача 1.

Найдите все числа x , y , z удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} x^4 + y^4 + z^4 = 3 \\ x^5 + y^5 + z^5 = 3 \\ x^6 + y^6 + z^6 = 3 \end{cases}$$

Задача 2.

При каких α уравнение $1 + \sin^2 \alpha x = \cos x$ имеет единственное решение?

Задача 3.

Решите уравнение $x^3 - [x] = 4$, где $[x]$ – целая часть числа x .

Задача 4.

Натуральные числа a и b таковы, что $a^2 + ab + 1$ делится нацело на $b^2 + ab + 1$. Докажите, что $a = b$.

Задача 5.

Длина стороны AB параллелограмма $ABCD$ равна 2, $\angle BAD = \pi/4$ точки E и F расположены на диагонали BD , причем $\angle AEB = \angle CFD = \frac{\pi}{2}$, $BF = \frac{3}{2} BE$.
Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.